

ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОБОЛОЧЕК 3D-ОБЪЕКТОВ

© 2008 г. **Н. Н. Красильников**, доктор техн. наук; **О. И. Красильникова**, канд. техн. наук

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения,
Санкт-Петербург

E-mail: nnk_k23@aanet.ru

В статье приводятся результаты экспериментальных исследований статистических характеристик оболочек, представляющих собой формы трехмерных объектов. Дается описание разработанных методов измерений, использованных в экспериментах.

Коды OCIS: 100.6890, 3000.30200.

Поступила в редакцию 27.09.2007.

1. Введение

Коэффициент автокорреляции широко применяется в теории сигналов для характеристики статистических связей между отсчетами сигнала $e(t)$, являющегося функцией времени t , смещенными друг относительно друга на временной интервал τ . По аналогии с коэффициентом автокорреляции одномерных сигналов в теории обработки изображений был введен и впервые измерен Кречмером коэффициент автокорреляции ахроматических изображений [1]. В отличие от одномерного сигнала $e(t)$ ахроматическое изображение представляет собой двумерную функцию зависимости яркости $L(x, y)$ от координат x и y . По этой причине и коэффициент автокорреляции изображений является функцией двух переменных: смещений по осям x и y , которые обозначают ξ и η соответственно. Используемая (в данном случае декартова) система координат не является единственно возможной, но она оказалась удобной. Коэффициент автокорреляции характеризует силу статистических связей между пикселями изображения. Его используют при разработке ряда алгоритмов обработки изображений и, в частности, при разработке и оптимизации алгоритмов сжатия.

Разработки методов сжатия трехмерных изображений объектов и сцен привели к необходимости исследования корреляционных характеристик, описывающих их статистические свойства.

Особенностью трехмерных изображений, отличающей их от двумерных изображений, является то, что все части трехмерного изображения нельзя наблюдать одновременно, поскольку отдельные его фрагменты закрыты самим объектом. Кроме того, вид наблюдаемого объекта, т. е. его проекции на сетчатку глаз, зависит от ракурса наблюдения.

Цель нашей работы заключалась в экспериментальном исследовании зависимостей коэффициента автокорреляции оболочек 3D-объектов от взаимного смещения их реализаций.

Как известно, под оболочкой, определяющей форму объекта, понимается поверхность, которая отделяет тело объекта от окружающего его пространства. Оболочка может быть описана функцией, вид которой зависит от выбранной системы координат [2]. Для описания оболочек трехмерных объектов удобно использовать цилиндрическую систему координат. Такой выбор системы координат при работе с трехмерными объектами может быть мотивирован тем, что в своей жизни мы, по существу, используем именно эту систему координат (справа, слева, ближе, дальше) помещая себя в ее начало. В этом случае оболочка определяется функцией

$$r = f(\alpha, z), \quad (1)$$

где r – длина радиуса-вектора, α – угол между радиусом-вектором и осью координат x , y – смещение вектора относительно начала координат по оси z . Рисунок 1 поясняет сказанное. Переход из одной системы координат в другую не создает проблем, это просто преобразование координат.

Коэффициент автокорреляции характеризует силу статистических связей между различными точками оболочки. В нашем случае коэффициент автокорреляции определяется следующим образом:

$$k(\theta, \zeta) = \frac{[f(\alpha, z) - \overline{f(\alpha, z)}][f(\alpha + \theta, z + \zeta) - \overline{f(\alpha, z)}]}{[f(\alpha, z) - \overline{f(\alpha, z)}]^2}, \quad (2)$$

где ζ и θ – смещения вдоль оси z и поворот вокруг нее реализации оболочки трехмерного объекта

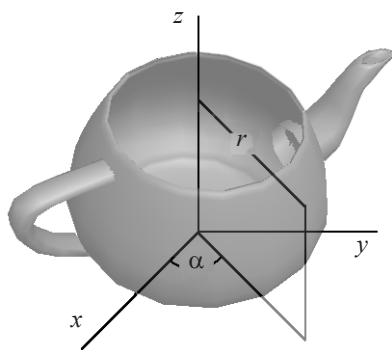


Рис. 1. К пояснению понятия оболочки.

$f(\alpha + \theta, z + \zeta)$ относительно реализации этой же оболочки $f(\alpha, z)$, $\overline{f(\alpha, z)}$ – среднее значение функции (радиуса-вектора). Обратим внимание на то, что и в случае трехмерных изображений коэффициент автокорреляции является двумерной функцией взаимных смещений, что обусловлено двумерностью оболочек.

2. Методика измерения коэффициента автокорреляции

2.1. Тестовые изображения

Для проведения эксперимента посредством графических редакторов 3ds max и Poser были изготовлены трехмерные изображения различной степени сложности, от простых геометрических примитивов до скульптурных изображений голов людей. Эти изображения были лишены текстуры и окрашены в белый цвет.

2.2. Вывод формулы для коэффициента автокорреляции оболочек трехмерных объектов

С этой целью приведем выражение (2) к более удобному виду. Для этого введем новые обозначения $f_1 = [f(\alpha, z) - \overline{f(\alpha, z)}]$, $f_2 = [f(\alpha + \theta, z + \zeta) - \overline{f(\alpha, z)}]$ и перепишем выражение для коэффициента автокорреляции оболочек (2) в следующем виде:

$$k(\theta, \zeta) = \frac{\overline{f_1 f_2}}{f_1^2},$$

где черта обозначает усреднение. Преобразуем это выражение к виду

$$k(\theta, \zeta) = \frac{\overline{2f_1 f_2} - \overline{f_1^2} - \overline{f_2^2} + \overline{f_1^2} + \overline{f_2^2}}{2f_1^2}.$$

Принимая во внимание, что

$$\begin{aligned} & \overline{2f_1 f_2} - \overline{f_1^2} - \overline{f_2^2} = \\ & = -\left\{ \overline{[f(\alpha, z) - \overline{f(\alpha, z)}] - [f(\alpha + \theta, z + \zeta) - \overline{f(\alpha, z)}]} \right\}^2 = \\ & = -\overline{\Delta(\theta, \zeta)^2} \end{aligned}$$

представляет собой средний квадрат разностей радиусов-векторов оболочки при аргументах ζ и θ , а $\overline{f_1^2}$ и $\overline{f_2^2}$ – средние квадраты переменной составляющей радиусов-векторов, а также учитывая, что

$$\overline{f_1^2} = \overline{f_2^2} \text{ и } \overline{f_1^2} = \overline{[f(\alpha, z) - \overline{f(\alpha, z)}]^2},$$

запишем выражение для коэффициента автокорреляции в следующем виде:

$$k(\theta, \zeta) = 1 - \frac{\overline{\Delta(\theta, \zeta)^2}}{2\overline{[f(\alpha, z) - \overline{f(\alpha, z)}]^2}}. \quad (3)$$

2.3. Приближенный способ измерения коэффициентов автокорреляции оболочек трехмерных объектов

Поскольку измерение коэффициентов автокорреляции оболочек трехмерных объектов представляет собой трудоемкую задачу, нами был применен приближенный способ, подробно описанный в [3], поэтому здесь мы не будем останавливаться на его описании. В соответствии с этим способом при вычислении коэффициента автокорреляции значения среднего квадрата разностей радиусов-векторов $\overline{\Delta(\theta, \zeta)^2}$ и значения среднего квадрата переменной составляющей радиуса-вектора $\overline{[f(\alpha, z) - \overline{f(\alpha, z)}]^2}$ измерялись не по всей поверхности оболочки, а только на контурах, получающихся при ее сечении плоскостями, проведенными, например, так, как на рис. 1 в [3]. С этой целью для оболочки трехмерного объекта, а также для оболочки этого же объекта, но повернутой относительно исходного положения на угол θ , изготавливались серии пар контуров для разных значений координаты z . На рис. 2а, 2б и 2в показана пара таких контуров для одного сечения. Далее определялись центры тяжести этих контуров (на рисунке они показаны крестиками). После этого определялось среднее значение радиуса-вектора $\overline{f(\alpha, z)}$ по всей серии изготовленных контуров. Затем для всей серии пар контуров вычислялись сред-

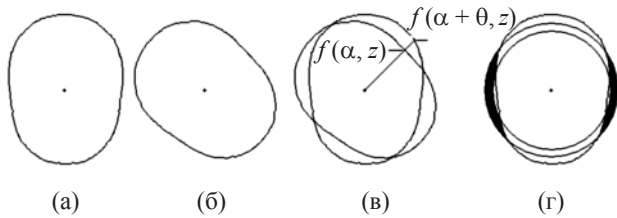


Рис. 2. Контуры, получающиеся при сечении оболочек параллельными плоскостями.

ний квадрат разности радиусов-векторов оболочки $\overline{\Delta(\theta, \zeta)^2}$ и средний квадрат переменной составляющей радиуса-вектора $\overline{[f(\alpha, z) - f(\alpha + \theta, z)]^2}$, которые подставлялись в выражение (3).

Экспериментальные исследования показали, что результат измерения оказывается достаточно точным уже при использовании всего шести секущих плоскостей. Аналогичным образом находилась зависимость коэффициента автокорреляции оболочки объекта $k(\zeta)$ от взаимного смещения двух реализаций оболочки вдоль вертикальной оси при отсутствии взаимного углового смещения этих реализаций оболочки, т. е. при $\theta = 0^\circ$. Единственным отличием этой серии измерений от предыдущей было то, что в рассматриваемом случае положение секущих плоскостей выбиралось таким, как показано на рис. 3.

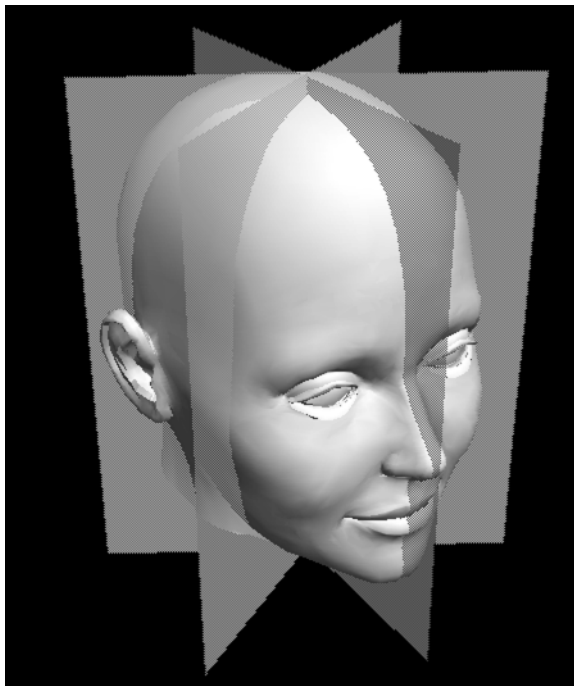


Рис. 3. Сечение оболочек плоскостями, повернутыми друг относительно друга.

3. Методика измерения гистограммы распределения радиусов-векторов

В разработанной методике измерения гистограммы распределения радиусов-векторов значения среднего радиуса-вектора, так же как и ранее, измерялись не по всей поверхности оболочки, а только на контурах, получающихся при ее сечении плоскостями, проведенными так, как это уже было отмечено выше.

Методика измерения гистограммы распределения радиусов-векторов включала в себя два этапа. На первом этапе измерялась зависимость вероятности p_0 события, заключающегося в том, что радиус-вектор $f(\alpha, z)$ не превышает установленного порога r_n , т. е. измерялась зависимость $p_0(r_n)$. Измерения выполнялись по всем сечениям. Затем находилось усредненное значение этой зависимости $\overline{p_0(r_n)}$.

На втором этапе вычислялась собственно гистограмма распределения по формуле $P(r_n) = \overline{p_0(r_{n1})} - \overline{p_0(r_{n2})}$, где r_{n1} и r_{n2} – значения верхней и нижней границ, определяющих шаг гистограммы.

При измерении вероятности p_0 на изображение контура, образованного сечением плоскости с трехмерным объектом, накладывалось кольцо, образованное двумя окружностями с радиусами r и $r + \Delta r$. Рис. 2г поясняет изложенное. Отношение площади, которая не перекрывается контуром трехмерного объекта (на рис. 2г зачерненная область), к площади кольца дает значение p_0 .

4. Обсуждение полученных результатов

Измерения коэффициента автокорреляции оболочек, как уже было отмечено, выполнялись для трехмерных изображений объектов различной степени сложности. При выполнении экспериментов были измерены зависимости коэффициента автокорреляции: от взаимного углового смещения двух реализаций оболочки объекта θ при отсутствии их смещений вдоль вертикальной оси, т. е. при $\zeta = 0$, а также от взаимных смещений вдоль вертикальной оси ζ при отсутствии взаимных угловых смещений, т. е. при $\theta = 0^\circ$.

На рис. 4а приведена экспериментальная зависимость коэффициента автокорреляции оболочки куба от угла θ . Из рисунка видно, что эта зависимость носит периодический характер, что объясняется структурой самой оболочки. Аналогичная зависимость, но для оболочки скульптурного изображения головы человека показана на рис. 4б.

Интересной особенностью этой зависимости является то, что она напоминает своей формой два

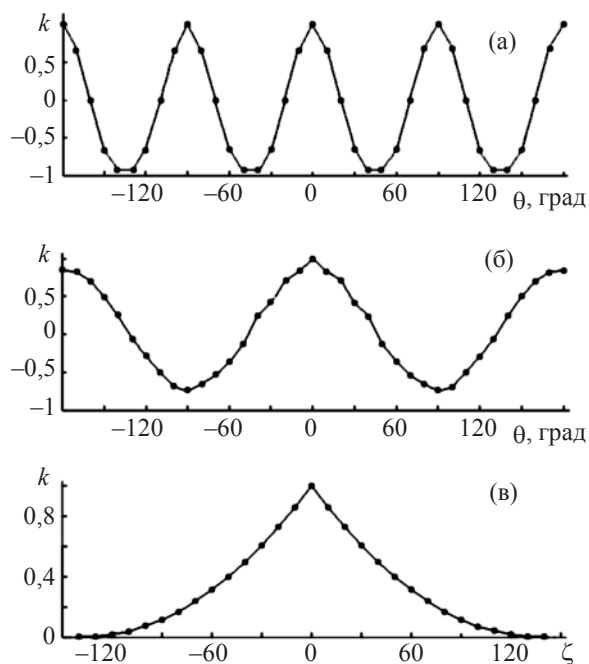


Рис. 4. Зависимости коэффициента автокорреляции оболочек. а – от угла θ для куба, б – от угла θ для скульптурного изображения головы человека, в – от взаимного смещения оболочек вдоль оси z на величину ζ для скульптурного изображения головы человека.

периода синусоидальной функции. Общим для оболочек самых различных трехмерных объектов является то, что зависимость коэффициента автокорреляции от угла θ далека от экспоненциальной функции. Кроме того, в этом случае коэффициент автокорреляции не зависит от размеров объекта.

Следует отметить, что в зависимости от формы объекта зависимость коэффициента автокорреляции от угла может иметь много максимумов, как, например, мы можем это видеть на рис. 4а. В случае тел вращения, когда линия наблюдения перпендикулярна оси вращения, значение коэффициента автокорреляции не зависит от этого угла и равно.

На рис. 4в приведена экспериментальная зависимость коэффициента автокорреляции для оболочки скульптурного изображения головы человека от взаимного смещения ее реализаций ζ . Из рисунка видно, что эта зависимость носит экспоненциальный характер.

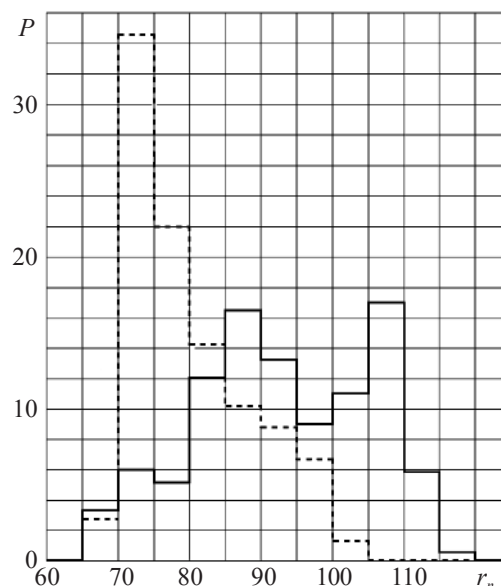


Рис. 5. Гистограмма распределения радиусов-векторов для оболочек скульптурного изображения головы человека (сплошная линия) и куба (штриховая линия).

Гистограмма распределения радиусов-векторов, полученная описанным выше методом, приведена на рис. 5 для оболочек двух трехмерных объектов: для оболочки скульптурного изображения головы человека (сплошная линия) и оболочки куба (штриховая линия). Особенностью приведенных зависимостей является, как и следовало ожидать, нулевая вероятность нулевых значений радиуса-вектора. Нетрудно увидеть, что для цилиндра гистограмма зависимости $P(r_n)$ вырождается в дельта-функцию.

Полученные результаты могут быть использованы в системах, предназначенных для сжатия цифровых потоков при передаче 3D-сцен и, в частности, в системах виртуальной реальности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kretzmer E.R. Statistics of Television Signals // BSTJ. 1952, July. V. 31. P. 751–763.
2. Пореев В.Н. Компьютерная графика. СПб.: БХВ-Петербург, 2005. 428 с.
3. Красильников Н.Н., Мироненко Е.П. Исследование погрешностей восприятия формы при наблюдении 3D-объектов // Оптический журнал. 2006. Т. 73. № 5. С. 18–23.