

## ВЗАЙМОЕ НЕКОЛЛИНЕАРНОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ ПРОСТРАНСТВА ПРЕДМЕТОВ И ПРОСТРАНСТВА ВИДИМЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

© 2008 г. Г. К. Потапова\*, М. А. Москаленко\*\*, канд. техн. наук

\* Центральное конструкторское бюро “Арсенал”, г. Киев, Украина

\*\* ЗАО “Научно-производственный концерн “Наука”, г. Киев, Украина

E-mail: nauka\_consentr@ukr.net

Создана математическая модель, позволяющая формировать в авиационных тренажерах изображение, адекватное видимому изображению закабинного пространства, наблюдаемому через остекление кабины пилотов. Рассмотрен механизм формирования видимого изображения объектов пространства предметов, наблюдаемого человеком через оптическую систему. Описана математическая модель взаимного неколлинеарного отображения пространства предметов и пространства видимых изображений. Выполнен расчет геометрии видимого изображения закабинного пространства, наблюдаемого из кабины пилотов широкофюзеляжного транспортного самолета с коническим остеклением.

Коды OCIS: 330.4060, 330.5000.

*Поступила в редакцию 29.08.2007.*

### Введение

Известно, что до 90% информации человек получает через зрительный анализатор. Поэтому важность анализа визуального восприятия человеком окружающего его мира переоценить невозможно. В процессе первоначального “обучения” зрительный анализатор человека адаптируется к восприятию окружающего мира – устанавливаются правила формирования по оптическим изображениям на сетчатках глаз наблюдателя представления о форме и размерах, положении и ориентации, цвете и яркости окружающих его предметов. Именно это представление мы и называем “видимым изображением”. Таким образом, видимое изображение – это не столько изображение, сколько продукт работы зрительного анализатора человека, некий образ наблюдаемого пространства. Видимое изображение представляет собой лишь некоторое отображение физической реальности и не является материальным объектом. Отметим, что зрительный анализатор человека первоначально адаптируется к восприятию окружающего пространства предметов в условиях непосредственного его наблюдения, т. е. при отсутствии между ним и этим пространством каких бы то ни было устройств, преобразующих оптическое излучение видимого спектрального диапазона, состоящих, например, из отражающих и/или преломляющих оптических поверхностей.

При непосредственном наблюдении видимое изображение предмета пространственно совпадает с его видимой частью. В этом случае видимые изоб-

ражения предметных точек совпадают в пространстве с самими предметными точками, а пространство видимых изображений совпадает с пространством предметов.

Ситуация меняется при наблюдении пространства предметов через любую оптическую систему. При наблюдении одним глазом через оптическую систему видимое изображение предмета совпадает с его оптическим изображением, сформированным этой оптической системой с выходным зрачком в соответствующем зрачке глаза наблюдателя. При наблюдении же предмета двумя глазами через оптическую систему его видимое изображение, построенное зорильным анализатором согласно приобретенным в процессе “первоначального обучения” правилам, в общем случае не совпадает ни с самим предметом, ни с одним из двух оптических изображений, сформированных этой оптической системой с выходными зрачками в зрачках глаз наблюдателя.

При наблюдении через оптическую систему адаптировавшийся в процессе первоначального “обучения” к непосредственному восприятию пространства предметов зорильный анализатор человека в той или иной мере “ошибается”. Происходит это вследствие изменения хода лучей оптической системой, через которую ведется наблюдение. В этом случае изображения на сетчатках глаз наблюдателя отличаются от тех, которые формировались бы при непосредственном наблюдении, а построенное зорильным анализатором по этим изображениям видимое изображение уже не совпадает с самими предметами. При этом в видимых изобра-

ниях имеют место как перспективно-дисторсионные искажения, проявляющиеся в непостоянстве видимого увеличения по полю наблюдения, так и искажения дальности наблюдения, проявляющиеся в изменении расстояния конвергенции центральных лучей для предметных точек и кривизне поля видимых изображений. Наличие таких искажений в видимых изображениях может приводить к неправильной оценке наблюдателем своего положения в пространстве, формы, размеров, положения и ориентации окружающих предметов.

Величина перспективно-дисторсионных искажений в видимых изображениях может достигать десятков угловых минут, как, например, при наблюдении через неплоское лобовое стекло автомобиля. В повседневной жизни такие искажения не являются препятствием для ориентирования в пространстве по визуальной информации, обрабатываемой зрительным анализатором. Однако в некоторых практических важных случаях, например, в авиации при посадке самолета на ограниченные площадки требуется точность визирования по наземным ориентирам при визуальном наблюдении из кабины пилотов до нескольких угловых минут. Такая точность уже не может быть достигнута без учета внешних остеклением кабины пилотов перспективно-дисторсионных искажений в видимом изображении наблюдаемого закабинного пространства. Более того, при асимметричном расположении наблюдателя относительно неплоского остекления кабины пилотов широкофюзеляжных самолетов перспективно-дисторсионные искажения таковы, что горизонтальные линии пространства предметов видятся наблюдателю наклонными, причем направления видимого наклона различны для левого и правого пилотов [1]. Именно это обстоятельство уже неоднократно приводило к возникновению предпосылок к летным происшествиям при посадке широкофюзеляжных самолетов.

В современных авиационных тренажерах система визуализации формирует изображение моделируемого закабинного пространства, которое предъявляется обучаемому. Если видимое изображение, наблюданное в тренажере, заметно отличается от видимого изображения моделируемого закабинного пространства, которое наблюдалось бы из кабины моделируемого летательного аппарата, у обучаемого могут формироваться ложные навыки пилотирования [2]. Это может привести в последующем к неправильной оценке им положения и ориентации летательного аппарата в пространстве в реальном полете, что небезопасно. Преодоление же ложных навыков пилотирования потребует значительных затрат летного времени со всеми вытекающими отсюда затратами ресурсов.

Приведенные примеры – лишь некоторая часть целого ряда технических задач, решение которых требует анализа геометрии пространства видимых изображений. Цель представленной работы – создание модели формирования видимых изображений зрительным анализатором человека при наблюдении двумя глазами через оптическую систему, а также разработка методики анализа геометрии пространства видимых изображений с использованием этой модели. Модель реализована в программе расчета геометрии пространства видимых изображений для случая наблюдения через оптическую систему с двумя эквидистантными преломляющими поверхностями. С помощью этой программы выполнен анализ геометрии пространства видимых изображений, наблюдавшихся через остекление кабины пилотов.

### **Пространство видимых изображений как отображение пространства предметов**

Введем следующее определение видимого изображения предметной точки. Под видимым изображением предметной точки  $p$ , наблюдаемой через оптическую систему, будем понимать такую точку пространства  $p^{\text{вид}}$ , при помещении в которую предметной точки она виделась бы тому же наблюдателю при непосредственном наблюдении без оптической системы там же, где видится ему предметная точка  $p$ .

При непосредственном наблюдении точки  $p^{\text{вид}}$  и  $p$  совпадают, поскольку зрительный анализатор человека определяет положение видимого изображения  $p^{\text{вид}}$  предметной точки  $p$  как точку пересечения лучей, исходящих из точки  $p$  и входящих в центры зрачков его глаз.

При наблюдении через оптическую систему зрительный анализатор человека действует по тому же, выработанному в процессе первоначального обучения, алгоритму. Однако ход лучей, исходящих из точки  $p$  и попадающих после прохождения оптической системы в центры зрачков (будем называть их выходящими центральными предметными лучами), искажается оптической системой. В общем случае эти лучи распространяются по скрещивающимся, а не пересекающимся прямым. Их вергенция, или взаимное расположение, определяется углами конвергенции и дивергенции. Будем полагать, что в этом случае зрительный анализатор человека определяет положение видимого изображения  $p^{\text{вид}}$  предметной точки  $p$  в точке схождения соответствующих выходящих центральных предметных лучей. Под точкой схождения будем понимать точку максимального сближения прямых, вдоль которых простран-

раняются указанные лучи, т. е. точку, находящуюся на минимальном расстоянии от этих прямых и совпадающую с серединой отрезка их общего перпендикуляра, пересекающего обе прямые, заключенного между ними.

Для описания механизма формирования пространства видимых изображений воспользуемся известным в теории множеств аппаратом отображений [3]. Будем полагать, что пространство видимых изображений  $P^{\text{вид}}$  есть некоторое отображение  $\varphi$  пространства предметов  $P$ , т. е.  $\varphi: P \rightarrow P^{\text{вид}}$ . Предметную точку в пространстве предметов будем рассматривать как некий элемент  $p$  пространства предметов  $P$ . Тогда видимое изображение  $p^{\text{вид}}$  этой точки можно рассматривать как образ  $\varphi(p)$  элемента  $p$ , или  $p^{\text{вид}} = \varphi(p)$ .

Опишем последовательность отображения предметной точки  $p \in P$  в ее видимое изображение  $p^{\text{вид}} \in P^{\text{вид}}$ . Оптическая система между наблюдателем и пространством предметов отображает пространство предметов в пространство оптических изображений, т. е. происходит отображение  $\omega: P \rightarrow P'$ , при котором формируется оптический образ предметной точки  $p' = \omega(p)$ . Для оптической системы с двойным выходным зрачком, совпадающим при наблюдении двумя глазами со зрачками глаз наблюдателя, оптический образ предметной точки представляет собой упорядоченную пару ее оптических изображений. Каждому зрачку (левому и правому) соответствует свое оптическое изображение ( $p'_{\text{лев}}$  и  $p'_{\text{прав}}$ ) предметной точки и в общем случае они не совпадают. При этом пространство оптических изображений является декартовым произведением двух пространств оптических изображений:  $P' = P'_{\text{лев}} \times P'_{\text{прав}} = \{(p'_{\text{лев}}, p'_{\text{прав}}) | p'_{\text{лев}} \in P'_{\text{лев}}, p'_{\text{прав}} \in P'_{\text{прав}}\}$ . Зрительный анализатор человека отображает пространство оптических изображений в пространство видимых изображений, т. е. происходит отображение  $\xi: P' \rightarrow P^{\text{вид}}$  и формируется образ оптического изображения предметной точки  $p^{\text{вид}} = \xi(p')$ , являющийся ее видимым изображением.

Отображение  $\varphi$  представляет собой суперпозицию двух отображений –  $\varphi = \xi \circ \omega$ , так как  $p^{\text{вид}} = \varphi(p) = \xi(\omega(p)) = \xi(\omega(p))$  – и является взаимно однозначным, или биективным, т. е. каждой точке пространства предметов соответствует единственная точка пространства видимых изображений и наоборот – каждой точке пространства видимых изображений соответствует единственная точка пространства предметов. Правило, в соответствии с которым, как мы предположили, зрительный анализатор человека выполняет отображение  $\varphi$  пространства предметов в пространство видимых изображений, описано выше.

## Математическое моделирование формирования видимого изображения

Реальный алгоритм работы зрительного анализатора человека чрезвычайно сложен, является предметом специального изучения и также сложен для моделирования. Однако для математического моделирования механизма формирования видимого изображения, которое позволило бы анализировать геометрию пространства видимых изображений, представляется вполне допустимым рассматривать зрительный анализатор человека как идеальный оптический координатор. Поэтому будем считать, что зрительный анализатор безошибочно устанавливает пространственное положение видимого изображения предметной точки, точно определяя координаты точки схождения соответствующих выходящих центральных предметных лучей.

Оптическую систему, через которую проводится наблюдение, будем полагать геометрически совершенной в смысле выполнения в ней только первого из трех условий Максвелла [4] – сохранения гомоцентричности пучка лучей. Видимое изображение при этом не является коллинеарным, как в общей теории идеальной оптической системы [5]. Выходным зрачком оптической системы являются зрачки глаз наблюдателя.

Тогда задача определения положения видимого изображения предметной точки сводится к отысканию точки схождения соответствующих выходящих центральных предметных лучей.

Существующие программы для оптических расчетов прекрасно решают задачу трассировки (пролеживания хода) лучей в оптических системах. Однако задача трассировки решается как задача определения хода луча в оптической системе, исходящего из заданной точки в заданном направлении. Для нахождения же положения видимого изображения предметной точки необходимо определить ход лучей, исходящих из заданной предметной точки (в неизвестном направлении) и проходящих через другие заданные точки – центры зрачков глаз наблюдателя. Решение такой задачи путем минимизации расстояния от центров зрачков глаз наблюдателя до соответствующих оптимизируемых лучей требует многократного выполнения трассировки и большого объема расчетов.

Оптимальным алгоритмом для решения такой задачи представляется алгоритм, использующий принцип Ферма – принцип наименьшего времени [6]. Применение принципа Ферма для задачи поиска каждого из двух выходящих центральных предметных лучей сводится к поиску такого хода предметного луча между заданной предметной точкой и

центром соответствующего зрачка, оптическая длина которого минимальна. Таким образом, алгоритм определения хода центрального предметного луча сводится к минимизации целевой функции, определяющей оптическую длину хода предметного луча между двумя заданными точками.

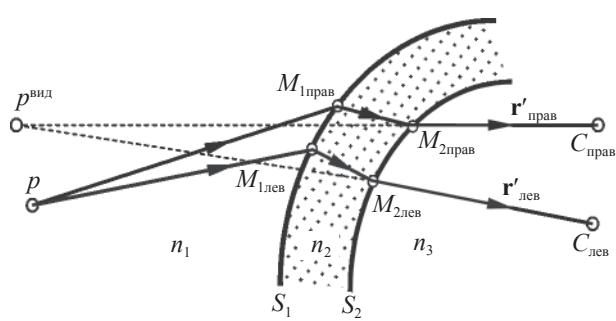
Для оптической системы, состоящей из двух преломляющих поверхностей  $S_1$  и  $S_2$  (рис. 1), каждая из двух целевых функций  $F_{\text{лев}}$  и  $F_{\text{прав}}$  определяет оптическую длину ломаной линии, соединяющей последовательно предметную точку  $p$ , точки встречи с поверхностью  $S_1$  и  $S_2$  и центр зрачка соответствующего глаза,

$$F_{\text{лев}} = n_1 [pM_{1\text{лев}}] + \\ + n_2 [M_{1\text{лев}} M_{2\text{лев}}] + n_3 [M_{2\text{лев}} C_{\text{лев}}], \quad (1)$$

$$F_{\text{прав}} = n_1 [pM_{1\text{прав}}] + \\ + n_2 [M_{1\text{прав}} M_{2\text{прав}}] + n_3 [M_{2\text{прав}} C_{\text{прав}}], \quad (2)$$

где  $n_1, n_2, n_3$  – показатели преломления 1-й, 2-й, 3-й оптических сред (по ходу луча от предметной точки к наблюдателю);  $C_{\text{лев}}, C_{\text{прав}}$  – точки центров зрачков левого и правого глаз наблюдателя;  $M_{1\text{лев}}, M_{2\text{лев}}$ ,  $M_{1\text{прав}}, M_{2\text{прав}}$  – точки встречи левого и правого лучей с поверхностями  $S_1, S_2$ ;  $[pM_{1\text{лев}}]$  – геометрическая длина участка луча между соответствующими точками.

Оптимизируемыми параметрами, определяющими значения целевых функций  $F_{\text{лев}}$  и  $F_{\text{прав}}$ , являются координаты точек встречи  $M_{1\text{лев}}, M_{2\text{лев}}, M_{1\text{прав}}, M_{2\text{прав}}$ . Ограничением для значений оптимизируемых параметров является принадлежность этих точек соответствующим поверхностям. В качестве начальных значений оптимизируемых параметров выбираются точки пересечения с поверхностями  $S_1$  и  $S_2$  отрезков прямых, соединяющих точки центров зрачков с предметной точкой.



**Рис. 1.** Схема формирования видимого изображения предметной точки.

При оптимизации эти параметры изменяются до тех пор, пока зависящие от них целевые функции  $F_{\text{лев}}$  и  $F_{\text{прав}}$  не примут минимальные значения. Найденные в ходе оптимизации координаты точек встречи с поверхностью  $S_2$  левого и правого лучей и определяют искомые выходящие центральные предметные лучи  $r'_{\text{лев}}$  и  $r'_{\text{прав}}$ .

По полученным центральным лучам  $r'_{\text{лев}}$  и  $r'_{\text{прав}}$  определяются координаты видимого изображения  $p_{\text{вид}}$  предметной точки  $p$  как координаты точки схождения этих лучей.

Предложенная модель отображения пространства предметов в пространство видимых изображений была реализована в специализированной программе расчета геометрии видимых изображений, наблюдавшихся через оптическую систему из двух эквидистантных преломляющих поверхностей второго порядка (например, через остекление различной геометрической формы). Программа была разработана в среде компьютерной алгебры Maple.

Результатом вычислений по этой программе являются трехмерные массивы координат соответствующих узловых точек предметной пространственной сетки, представляющей модель пространства предметов, и их видимых изображений, составляющих модель пространства видимых изображений. В качестве модели пространства предметов использовалась усеченная пирамидальная пространственная сетка с вершиной в средней точке базы глаз наблюдателя и углами при вершине, соответствующими горизонтальному и вертикальному полям обзора.

### Определение функций взаимного преобразования координат предметных точек в координаты их видимых изображений

Описанный выше алгоритм позволяет по заданной модели объекта пространства предметов получить в результате вычислений с привлечением программы оптимизации модель видимого изображения заданного объекта, наблюдаемого через заданную оптическую систему. Однако в некоторых практически важных случаях, например, для формирования наблюдаемого через остекление моделируемого летательного аппарата видимого изображения моделируемого закабинного пространства в системах визуализации авиационных тренажеров объем расчетов по этому алгоритму недопустимо велик. Это не позволяет реализовать вычисления в требуемом для моделирующей системы или генератора изображения реальном масштабе времени.

Алгоритм определения координат видимого изображения предметной точки позволяет по задан-

ному массиву координат предметных точек найти массив координат их видимых изображений. Сопоставляя эти массивы, можно найти выражения для функций, интерполирующих зависимости координат видимого изображения предметной точки от координат самой предметной точки и тем самым описать правило отображения пространства предметов в пространство видимых изображений некоторыми функциями, а не последовательностью операций. Такое правило может быть представлено тремя функциями, каждая из которых описывает зависимость одной из трех координат видимого изображения предметной точки от трех координат предметной точки.

Для выполнения вычислений выбрана прямоугольная декартова правая система координат  $Oxyz$  с началом в середине отрезка, соединяющего центры зрачков глаз наблюдателя. При этом ось  $Ox$  направлена от центра зрачка правого глаза к центру зрачка левого глаза, а ось  $Oy$  лежит в плоскости зрачков и направлена вверх. Положение предметных точек и их видимых изображений описывается координатами  $\alpha, \beta, z$ , где  $\alpha$  – угол между проекцией на координатную плоскость  $Oxz$  вектора направления соответствующей точки и осью  $Oz$ ,  $\beta$  – угол между проекцией на координатную плоскость  $Oyz$  того же вектора и осью  $Oz$ . Поскольку в качестве модели пространства предметов выбрана пирамидальная пространственная сетка, состоящая из нескольких плоских фронтальных прямоугольных сеток, то она описывается тремя ортогональными трехмерными массивами координат узловых точек  $\{\alpha_{ijq}\}, \{\beta_{ijq}\}, \{z_{ijq}\}$ . При этом  $i = 1, 2, \dots, I, j = 1, 2, \dots, J, q = 1, 2, \dots, Q$ , где  $I$  – количество горизонтальных линий в каждой фронтальной сетке,  $J$  – количество вертикальных линий в каждой фронтальной сетке,  $Q$  – количество фронтальных сеток. В результате вычислений по предложенному алгоритму получают три трехмерных массива координат видимых изображений соответствующих узловых точек заданной пространственной пирамиды  $\{\alpha_{ijq}^{\text{вид}}\}, \{\beta_{ijq}^{\text{вид}}\}, \{z_{ijq}^{\text{вид}}\}$ , которые уже не являются ортогональными.

Чтобы определить функции, интерполирующие искомые зависимости координат видимого изображения предметной точки от координат самой предметной точки, к исходным ортогональным массивам координат предметных точек можно применить метод последовательных полиномиальных аппроксимаций. Для этого сначала для каждой  $(iq)$  горизонтали предметной сетки отдельно аппроксимируются значения координаты  $\alpha^{\text{вид}}$  по  $\alpha$  при фиксированных значениях двух других координат –  $\beta$  и  $z$ :

$$\alpha_{(iq)}^{\text{вид}}(\alpha) = \sum_{j=1}^J A_{j(iq)} \alpha^{j-1}, \quad (3)$$

где  $A_{j(iq)}$  – полиномиальные коэффициенты аппроксимации координаты  $\alpha^{\text{вид}}$  для ряда предметных точек  $(iq)$  горизонтали предметной сетки с фиксированными координатами  $\beta_i, z_q$ .

Затем для каждой  $(jq)$  вертикали предметной сетки аппроксимируют значения коэффициента  $A$  по  $\beta$  при различных фиксированных значениях координат  $\alpha, z$  и получают для каждой  $(q)$  фронтальной предметной сетки аппроксимацию значений координаты  $\alpha^{\text{вид}}$  по  $\alpha$  и  $\beta$  при фиксированном значении координаты  $z$ :

$$\alpha_{(q)}^{\text{вид}}(\alpha, \beta) = \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I B_{ij(q)} \beta^{i-1} \alpha^{j-1}, \quad (4)$$

где  $B_{ij(q)}$  – полиномиальные коэффициенты аппроксимации координаты  $\alpha^{\text{вид}}$  для ряда предметных точек  $(q)$  фронтальной предметной сетки с фиксированными координатами  $z_q$ .

И, наконец, для каждой  $(ij)$  линии перспективы предметной сетки аппроксимируют значения коэффициентов  $B$  по  $z$  при различных фиксированных значениях координат  $\alpha, \beta$  и получают для всех предметных точек пространственной сетки аппроксимацию значений координаты  $\alpha^{\text{вид}}$  по  $\alpha, \beta, z$ :

$$\begin{aligned} \alpha^{\text{вид}}(\alpha, \beta, z) &= \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I \sum_{q=1}^Q C_{ijq} z^{q-1} \beta^{i-1} \alpha^{j-1} = \\ &= F_{\alpha}^{\text{вид}}(\alpha, \beta, z), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $C_{ijq}$  – окончательные полиномиальные коэффициенты аппроксимации координаты  $\alpha^{\text{вид}}$  по трем координатам  $\alpha, \beta, z$  для всех предметных точек – узлов пространственной предметной сетки.

Определив аналогичным образом функции, интерполирующие зависимости двух других координат видимых изображений предметных точек от координат самих предметных точек, получаем выражения для функций преобразования координат предметной точки в координаты ее видимого изображения, описывающие правило отображения пространства предметов в пространство видимых изображений:

$$\varphi: \begin{cases} \alpha^{\text{вид}} = F_{\alpha}^{\text{вид}}(\alpha, \beta, z), \\ \beta^{\text{вид}} = F_{\beta}^{\text{вид}}(\alpha, \beta, z), \\ z^{\text{вид}} = F_z^{\text{вид}}(\alpha, \beta, z). \end{cases} \quad (6)$$

Как было отмечено выше, отображение пространства предметов в пространство видимых изоб-

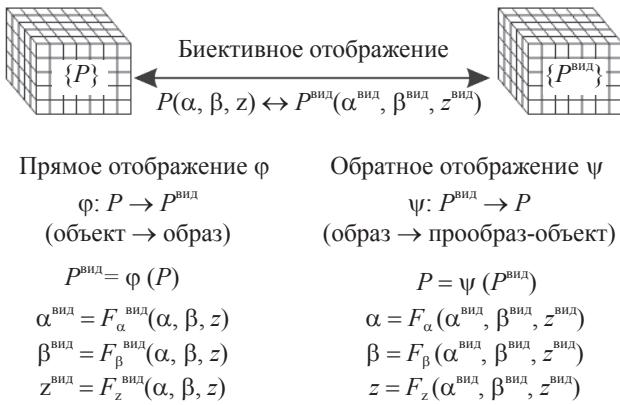


Рис. 2. Схема взаимного отображения пространства предметов и пространства видимых изображений.

ражений обладает свойством биективности. Таким образом, можно говорить о взаимном отображении пространства предметов и пространства видимых изображений [7]. На рис. 2 представлена схема, поясняющая взаимное отображение этих пространств. Чтобы определить правило обратного отображения (правило отображения пространства видимых изображений в пространство предметов), необходимо найти функции преобразования координат видимого изображения предметной точки в координаты самой предметной точки.

Аналогично определению правила прямого отображения  $\varphi$  пространства предметов в пространство видимых изображений для корректного выполнения операций аппроксимации и интерполяции искомых зависимостей координат предметной точки от координат ее видимого изображения необходимо получить ортогональные трехмерные массивы координат видимых изображений предметных точек и соответствующие им трехмерные массивы координат их прообразов – предметных точек. По заданным координатам видимых изображений предметных точек собственные координаты предметных точек можно найти как решение системы уравнений (6). Затем описанным выше способом определяются функции, интерполирующие зависимости координат предметных точек от координат их видимых изображений, которые и описывают правило обратного отображения  $\psi$ , позволяющее по видимому изображению найти его прообраз в пространстве предметов:

$$\psi = \begin{cases} \alpha = F_{\alpha}(\alpha^{\text{вид}}, \beta^{\text{вид}}, z^{\text{вид}}), \\ \beta = F_{\beta}(\alpha^{\text{вид}}, \beta^{\text{вид}}, z^{\text{вид}}), \\ z = F_z(\alpha^{\text{вид}}, \beta^{\text{вид}}, z^{\text{вид}}). \end{cases} \quad (7)$$

Заметим, что из (6) легко получить уравнения, описывающие видимые изображения прямых частного положения в пространстве предметов, например, горизонталей ( $\beta = \text{const}$ ), вертикалей ( $\alpha = \text{const}$ ), линий перспективы ( $\alpha = \text{const}, \beta = \text{const}$ ). А из (7) можно получить уравнения, описывающие прообразы прямых частного положения в пространстве видимых изображений, например, видимых линий перспективы ( $\alpha^{\text{вид}} = \text{const}, \beta^{\text{вид}} = \text{const}$ ), в том числе прообраз линии визирования.

Описанный алгоритм определения правил взаимного отображения пространства предметов и пространства видимых изображений также был реализован в Maple-программе. С помощью этой программы были выполнены, например, расчеты геометрии видимого изображения закабинного пространства, наблюдаемого из кабины широкофюзеляжного транспортного самолета с коническим остеклением. На рис. 3, 4, 5 проиллюстрированы некоторые результаты этих расчетов.

На рис. 3 показаны фронтальная прямоугольная предметная сетка и наблюдаемое правым пилотом ее видимое изображение с заметными перспективно-дисторсионными искажениями. На рис. 4 представлены пространственная пирамидальная предметная сетка и ее видимое изображение. Хорошо видны искажения дальности и кривизна поля видимого изображения. На рис. 5 приведен вид прообраза нулевой линии визирования. Видно, что прообразом прямой в пространстве видимых изображений линии визирования является некоторая кривая в пространстве предметов, что наблюдается и в визирных оптических системах [8].

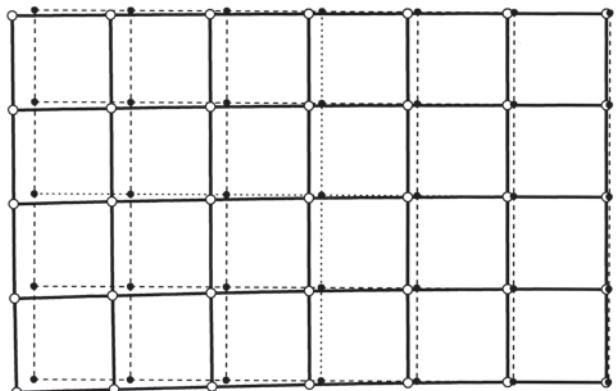
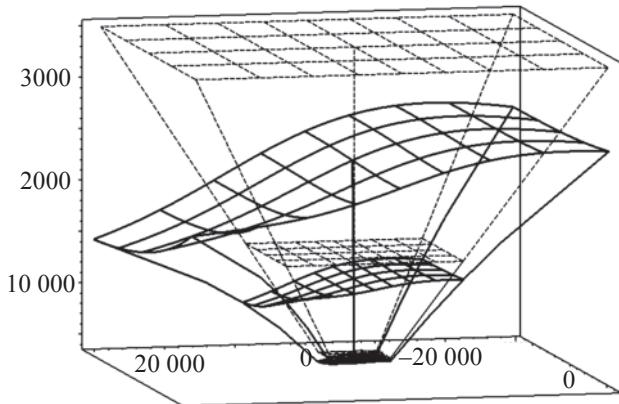
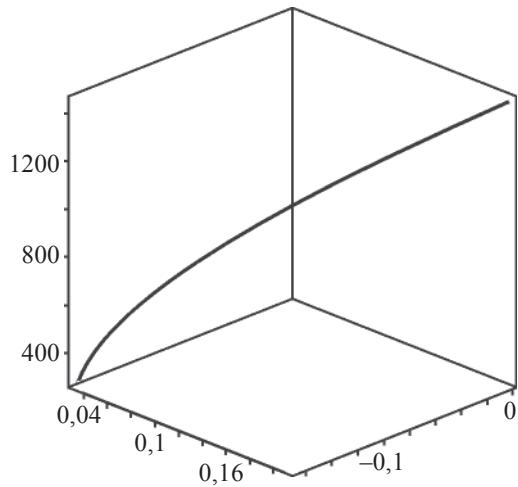


Рис. 3. Видимое изображение фронтальной прямоугольной предметной сетки, наблюдаемое через коническое остекление кабины широкофюзеляжного самолета правым пилотом.



**Рис. 4.** Пространственная предметная сетка и ее видимое изображение, наблюдаемое через коническое остекление кабины широкофюзеляжного самолета правым пилотом.



**Рис. 5.** Нулевая линия визирования в закабинном пространстве предметов для правого пилота широкофюзеляжного самолета с коническим остеклением.

## Результаты

Создана математическая модель формирования видимого изображения объектов пространства предметов, наблюданного человеком через оптическую систему и воспринимаемого его зрительным анализатором, работающим как идеальный оптический координатор. Предложен алгоритм определения пространственного положения видимого изображе-

ния предметной точки, использующий для поиска хода лучей в оптической системе между предметной точкой и центрами зрачков глаз наблюдателя принцип Ферма.

Разработана модель взаимного отображения пространства предметов и пространства видимых изображений, позволяющая определить как функции прямого преобразования координат предметной точки в координаты ее видимого изображения, так и функции обратного преобразования координат видимого изображения предметной точки в координаты самой предметной точки, и тем самым установить правила взаимного отображения указанных пространств в виде интерполирующих соответствующие зависимости функций.

Математическая модель формирования видимых изображений и взаимного отображения пространства предметов и пространства видимых изображений реализована в специальной программе, разработанной для среды компьютерной алгебры Maple. С помощью этой программы выполнены расчеты геометрии видимого изображения закабинного пространства, наблюдаемого из кабины пилотов широкофюзеляжного самолета с коническим остеклением.

## ЛИТЕРАТУРА

- Потапова Г.К., Москаленко М.А. О пространственных искажениях видимых изображений в авиации // Материалы V Междунар. научно-техн. конф. "АВИА-2003". Киев: НАУ, 2003. Т. 1. С. 14.151–14.154.
- Потапова Г.К. Основы теории геометрии пространства видимых изображений и ее приложения // Сборник тр. VI Междунар. конф. "Прикладная оптика". СПб., 2004. Т. 3. С. 81–85.
- Потапова Г.К. К вопросу о видимых изображениях в авиации // Материалы V Междунар. научно-техн. конф. "АВИА2003". Киев: НАУ, 2003. Т. 1. С. 14.147–14.150.
- Проектирование оптических систем. Пер. с англ. / Под ред. Шеннона Р., Вайанта Дж. М.: Мир, 1983. С. 188–189.
- Вычислительная оптика. Справочник / Под общ. ред. Русинова М.М. Л.: Машиностроение, 1984. С. 60.
- Апенко М.И., Дубовик А.С. Прикладная оптика. М.: Наука, 1982. С. 18–19.
- Потапова Г.К. О прообразе линии визирования в пространстве предметов // Тр. VII Междунар. конф. "Прикладная оптика-2006". СПб., 2006. Т. 3. С. 186–190.
- Русинов М.М. Юстировка оптических приборов. М.: Недра, 1969. С. 39–46.