

ЛАЗЕРНАЯ ФИЗИКА И ТЕХНИКА

УДК 535.374

ДИНАМИКА СПЕКТРА ИЗЛУЧЕНИЯ Er:YLF-ЛАЗЕРА В ИМПУЛЬСНО-ПЕРИОДИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ РАБОТЫ

© 2010 г. М. В. Иночкин, канд. физ.-мат. наук; В. В. Назаров, канд. техн. наук; Д. Ю. Сачков;
Л. В. Хлопонин, канд. техн. наук; В. Ю. Храмов, доктор техн. наук

Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики
и оптики, Санкт-Петербург

E-mail: dsachkov@gmail.com

Теоретически и экспериментально исследована генерация Er:YLF-лазера на длинах волн 2,66, 2,71 и 2,81 мкм в импульсно-периодическом режиме при селективной накачке излучением лазерных диодов на длине волны 0,98 мкм. Наблюдается существенное изменение задержек начала генерации на отдельных длинах волн в зависимости от частоты следования импульсов накачки, а также прекращение генерации на длинах волн 2,66 и 2,71 мкм с увеличением частоты следования импульсов.

Ключевые слова: эрбиевый лазер, диодная накачка, многочастотная генерация, импульсно-периодический режим.

Коды OCIS: 140.3070, 140.3430, 140.3480, 140.3580, 140.5680

Поступила в редакцию 21.10.2009

Введение

Лазеры, излучающие в области длин волн 3 мкм, перспективны для применений в медицине, так как в этом диапазоне длин волн располагается один из основных максимумов поглощения воды. Среди лазеров трехмикрометрового диапазона наибольшее распространение получили лазеры на кристаллах, активированных ионами Er³⁺ [1–4]. Вследствие расщепления энергетических уровней иона Er³⁺ в кристаллическом поле длина волны генерации таких лазеров может изменяться в довольно широких пределах [5–7]. Например, в среде Er:YLF в неселективном резонаторе можно получить генерацию на длинах волн 2,66, 2,71, 2,81 и 2,84 мкм [7]. Коэффициент поглощения воды для этих длин волн может изменяться в пределах нескольких порядков. Поэтому изменение длины волны генерации эрбиевого лазера позволяет существенно влиять на параметры взаимодействия лазерного излучения с биологическими тканями. В настоящей

работе теоретически и экспериментально исследовано изменение спектра генерации Er:YLF-лазера с диодной накачкой в зависимости от параметров накачки при импульсно-периодическом режиме работы лазера.

Описание теоретической модели

В работе [7] была предложена модель для описания свободной генерации эрбиевых лазеров в области длин волн около 3 мкм, основанная на использовании усредненных населенностей верхнего (N_2) и нижнего (N_1) лазерных уровней. В данной работе эта модель рассматривается для случая импульсно-периодического режима работы лазера, что потребовало учета процессов ир-конверсии с нижнего (${}^4I_{13/2}$) и с верхнего (${}^4I_{11/2}$) лазерных уровней.

В этом случае для усредненных населенностей лазерных уровней N_2 и N_1 можно записать следующую систему балансных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dN_2}{dt} = -\chi_g(\lambda, t)S - N_2(\bar{A}_2) + \gamma_1 N_1^2 - \gamma_2 N_2^2 + R(t) \\ \frac{dN_1}{dt} = \chi_g(\lambda, t)S - N_1 A_{10} + (A_{21} + W_{21})N_2 - 2\gamma_1 N_1^2, \end{cases} \quad (1)$$

где A_{mn} – скорость спонтанного излучательного перехода между уровнями m и n , W_{mn} – ско-

рость спонтанного безызлучательного перехода, $R(t)$ – скорость накачки, $A_2 = A_{20} + A_{21} + W_{21}$,

γ_2 – коэффициент up -конверсии с верхнего лазерного уровня, γ_1 – коэффициент up -конверсии с нижнего лазерного уровня, S – усредненная плотность потока фотонов в резонаторе, $\chi_g(\lambda, t) = \sigma_e(\lambda)N_2 - \sigma_a(\lambda)N_1$ – показатель усиления на длине волны λ , $\sigma_e(\lambda)$ – сечение вынужденного излучения, $\sigma_a(\lambda)$ – сечение поглощения из возбужденного состояния. Значения перечисленных констант для кристалла Er:YLF, использованные в расчетах, приведены в таблице.

В режиме свободной генерации значение показателя усиления $\chi_g(\lambda, t)$ в активной среде совершает незначительные колебания относительно показателя полных потерь излучения в резонаторе $\delta(\lambda)$. Это позволяет при нахождении значений усредненных населенностей N_2 и N_1 во время процесса генерации в качестве третьего уравнения, замыкающего систему (1), использовать соотношение

$$\chi_g(\lambda, t) \approx \delta(\lambda). \quad (2)$$

На различных стадиях работы лазера относительный вклад процессов релаксации в изменение усредненных населенностей лазерных уровней $N_1(t)$ и $N_2(t)$ может существенно изменяться. На сравнительно малом промежутке времени после включения накачки и до начала генерации основное значение имеет скорость накачки, а релаксационными и, тем более, нелинейными слагаемыми в системе уравнений (1) можно пренебречь. При этом, в отличие от режима одиночных импульсов, в импульсно-периодическом режиме необходимо учитывать конечную населенность лазерных уровней в

Значения параметров кристалла Er:YLF, используемые в расчетах

Параметр	Значение	Ссылка	
A_{10}	100 с^{-1}	[8]	
A_{20}	143 с^{-1}	[8]	
A_{21}	17 с^{-1}	[8]	
W_{21}	90 с^{-1}	[8]	
$\sigma_e(\lambda)$	$\lambda = 2,66 \text{ мкм}$	$2,3 \times 10^{20} \text{ см}^2$	[9]
	$\lambda = 2,71 \text{ мкм}$	$1,5 \times 10^{20} \text{ см}^2$	[9]
	$\lambda = 2,81 \text{ мкм}$	$0,93 \times 10^{20} \text{ см}^2$	[9]
$\sigma_a(\lambda)$	$\lambda = 2,66 \text{ мкм}$	$3,5 \times 10^{20} \text{ см}^2$	[9, 10]
	$\lambda = 2,71 \text{ мкм}$	$1,6 \times 10^{20} \text{ см}^2$	[9, 10]
	$\lambda = 2,81 \text{ мкм}$	$0,53 \times 10^{20} \text{ см}^2$	[9, 10]

начале очередного импульса накачки уже при частоте следования импульсов в десятки герц, поскольку времена релаксации верхнего (${}^4I_{11/2}$) и нижнего (${}^4I_{13/2}$) лазерных уровней (4 и 10 мс соответственно; см., например [8]) становятся сравнимы с периодом повторения импульсов.

Тогда для случая отсутствия генерации и постоянной скорости накачки $R(t) = \text{const}$ значения усредненных населенностей лазерных уровней N_2 и N_1 можно описать уравнениями

$$\begin{cases} N_2(t) = tR + N_{20} \\ N_1(t) = N_{10}, \end{cases} \quad (3)$$

где N_{10} , N_{20} – значения усредненных населенностей лазерных уровней в начале импульса накачки. Уравнениям системы (3) соответствует следующее изменение показателя усиления:

$$\chi_g(\lambda, t) = \sigma_e(\lambda)Rt + \sigma_e(\lambda)N_{20} - \sigma_a(\lambda)N_{10}. \quad (4)$$

Из условия $\chi_g(\lambda, t) = \delta(\lambda)$ можно получить зависимость задержки начала генерации от начальных населенностей лазерных уровней в виде

$$td(\lambda) = \frac{\delta(\lambda)}{\sigma_e(\lambda)R} + \left(\frac{1}{F(\lambda)} - 1 \right) \frac{N_{10}}{R} - \frac{N_{20}}{R}, \quad (5)$$

где, как и в работе [7], введен нормированный безразмерный спектральный форм-фактор

$$F(\lambda) = \frac{\sigma_e(\lambda)}{\sigma_e(\lambda) + \sigma_a(\lambda)} = \frac{1}{1 + \frac{Z_u}{Z_l} \exp \left[\frac{hc}{kT} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) \right]}. \quad (6)$$

Здесь Z_u и Z_l – числа заполнения для верхнего (${}^4I_{11/2}$) и нижнего (${}^4I_{13/2}$) лазерных уровней [9–11], k – постоянная Больцмана, T – температура, λ_0 – длина волны перехода между самыми нижними подуровнями штарковской структуры уровней ${}^4I_{11/2}$ и ${}^4I_{13/2}$.

Из уравнения (6) следует, что функция $F(\lambda)$ является монотонно возрастающей функцией длины волны и изменяется в диапазоне $0 < F(\lambda) < 1$.

В случае использования селективной накачки после начала генерации происходит последовательная смена длин волн генерации от более коротких к более длинным. Например, в работе [7] была получена последовательная генерация лазера на 4-х длинах волн (2,66, 2,71, 2,81 и 2,84 мкм) при длительности импульса накачки 2 мс. В настоящей работе длительность импульса накачки была ограничена значением 0,5 мс и условия возникновения генерации на длине волны 2,84 мкм не выполнялись. Поэтому в

дальнейшем рассмотрение процессов генерации будет ограничено 3 длинами волн, что не является принципиальным ограничением.

Анализ показал, что при описании процесса генерации лазерного излучения без существен-

ных потерь точности вычислений можно пренебречь слагаемыми, описывающими кросс-релаксационные переходы. Это позволяет получить простое аналитическое решение в виде системы уравнений (1) и (2)

$$\begin{cases} N_2(t, \lambda) = \hat{N}_2(\lambda) + [\hat{N}_{20}(\lambda) - \hat{N}_2(\lambda)] \exp\{-\tilde{A}(\lambda)[t - td(\lambda)]\} \\ N_1(t, \lambda) = \hat{N}_1(\lambda) + [\hat{N}_{10}(\lambda) - \hat{N}_1(\lambda)] \exp\{-\tilde{A}(\lambda)[t - td(\lambda)]\} \\ S(t, \lambda) = \hat{S}(\lambda) + [S_0(\lambda) - \hat{S}(\lambda)] \exp\{-\tilde{A}(\lambda)[t - td(\lambda)]\}, \end{cases} \quad (7)$$

где $\tilde{A}(\lambda) = A_{20} - F(\lambda)(A_{20} - A_{10})$, $\hat{N}_2(\lambda)$, $\hat{N}_1(\lambda)$, $\hat{S}(\lambda)$ – стационарные решения системы уравнений (1) и (2) при $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$, $\hat{N}_{20}(\lambda)$, $\hat{N}_{10}(\lambda)$, $S_0(\lambda)$ – значения населенностей лазерных уровней и плотности потока фотонов в резонаторе в момент начала генерации на длине волны λ . Выражения для констант $\hat{N}_2(\lambda)$, $\hat{N}_1(\lambda)$, $\hat{S}(\lambda)$, $S_0(\lambda)$ приведены в работе [7].

Для вычисления времен задержки начала генерации $td(\lambda)$ при описании процесса много-

частотной генерации уравнения системы (7) следует использовать рекурсивно. Значения населенностей лазерных уровней $\hat{N}_{20}(\lambda)$, $\hat{N}_{10}(\lambda)$ к моменту начала генерации на первой длине волны λ_1 вычисляются согласно уравнениям (3) при значении $t = td(\lambda_1)$, а для последующих длин волн генерации λ_j ($j = 2, 3, \dots$) – согласно уравнениям (7) при значении $t = td(\lambda_j)$. При этом времена задержек генерации для этих длин волн вычисляются по формуле

$$td(\lambda_j) = td(\lambda_k) + \frac{1}{\tilde{A}(\lambda)} \ln \left\{ \frac{\left(\frac{\delta(\lambda_j)}{\sigma_e(\lambda_j)} - \frac{\delta(\lambda_k)}{\sigma_e(\lambda_k)} \right) F(\lambda_j) F(\lambda_k)}{F(\lambda_j) - F(\lambda_k) (\hat{N}_{10}(\lambda_k) - \hat{N}_1(\lambda_k))} - \frac{N_1(\lambda_k)}{(\hat{N}_{10}(\lambda_k) - \hat{N}_1(\lambda_k))} \right\}^{-1}, \quad (8)$$

где $j = k + 1$ ($k = 1, 2, 3$).

После окончания импульсов накачки и генерации ($R = 0$, $S = 0$) усредненные населенности лазерных уровней N_1 и N_2 релаксируют согласно выражениям (1). При этом значения нелинейных слагаемых в системе (1), соответствующих переходам по кросс-релаксационным схемам, сравнимы со значениями линейных слагаемых. Таким образом, на промежутке между импульсами накачки необходимо учитывать процессы кросс-релаксации. В этом случае проблематично получить аналитическое решение системы (1) и проще выполнить ее численное интегрирование. Заметим, что на участке релаксации нахождение решений $N_1(t)$ и $N_2(t)$ происходит существенно быстрее, так как отсутствует излучение накачки и генерации ($R = 0$, $S = 0$). Итогом этого расчета являются значения усредненных населенностей

уровней N_{10} и N_{20} перед началом следующего импульса накачки. Дальнейшее изменение усредненных населенностей лазерных уровней $N_1(t)$ и $N_2(t)$ рассчитывается с применением аналитических выражений (3)–(8).

Результаты расчетов

На рис. 1 представлены результаты расчетов зависимостей задержек начала генерации $td(f)$ на длинах волн 2,66, 2,71 и 2,81 мкм от частоты следования импульсов f при длительности импульса накачки 0,5 мс. Для всех длин волн коэффициент отражения выходного зеркала считался равным 95%, а показатель вредных потерь – 0,006 см⁻¹. Скорость накачки принималась равной $R = 2,3 \times 10^{22}$ см⁻³ с⁻¹. Форма импульса накачки задавалась прямоугольной

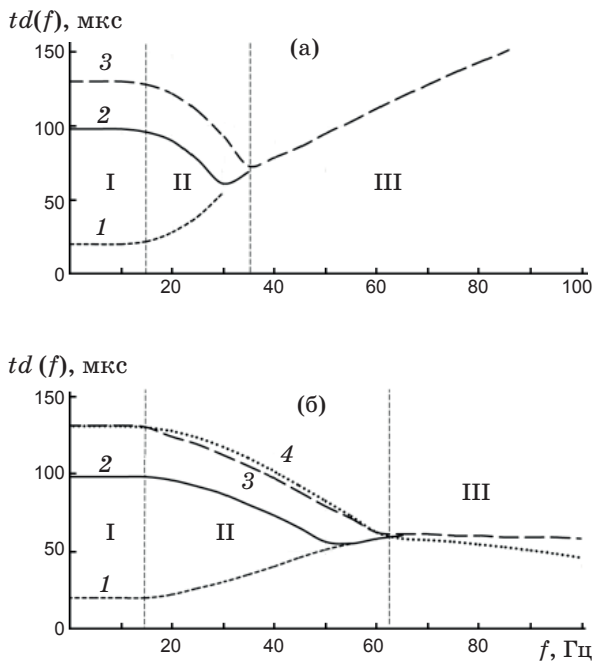


Рис. 1. Результаты расчета зависимостей задержек начала генерации $td(f)$ от частоты следования импульсов (длительность импульса накачки 0,5 мс, скорость накачки $2,3 \times 10^{22} \text{ см}^{-3} \text{ с}^{-1}$) на длинах волн 2,66 (1), 2,71 (2) и 2,81 (3, 4) мкм. а - $\gamma_1 = 0 \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$, $\gamma_2 = 0 \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$, б - $\gamma_1 = 2 \times 10^{-17} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$, $\gamma_2 = 1 \times 10^{-18} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$. На рис. 1б кривая 4 - зависимость $td(f)$ для $\gamma_1 = \gamma_2 = 2 \times 10^{-17} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$.

во времени. Зависимости $td(f)$ на рис. 1а соответствуют условию $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$, т. е. случаю отсутствия up -конверсионных взаимодействий. Расчет, соответствующий рис. 1б, выполнен при коэффициентах up -конверсии $\gamma_1 = 2 \times 10^{-17} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$, $\gamma_2 = 1 \times 10^{-18} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$.

Анализ зависимостей $td(f)$, представленных на рис. 1, показывает, что можно выделить 3 диапазона характерного изменения величин $td(f)$. В области I (от 0 и примерно до 15 Гц) значения $td(f)$ для всех длин волн примерно постоянны и не зависят от частоты следования импульсов. При этих частотах повторения импульсов установившиеся значения усредненных населенностей лазерных уровней в момент включения накачки N_{10} и N_{20} малы, так как после выключения импульса накачки усредненные населенности лазерных уровней успевают релаксировать к нулевым значениям практически полностью.

В области II (от 15 и примерно до 35 Гц для $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ и примерно до 60 Гц для $\gamma_1 \neq 0$, $\gamma_2 \neq 0$) длительность задержки $td(f)$ на длине волны 2,66 мкм возрастает, а для двух других длин волн убывает. Такое поведение можно объяс-

нить тем, что в этой области частот повторения импульсов установившееся начальное значение населенности нижнего лазерного уровня N_{10} растет с увеличением частоты f , а верхний лазерный уровень все еще успевает расселяться из-за меньшего времени жизни уровня ${}^4I_{11/2}$ по сравнению с ${}^4I_{13/2}$. При этом согласно выражению (5) рост начального значения населенности нижнего лазерного уровня N_{10} в большей степени влияет на задержки генерации для более коротких длин волн, так как $F(\lambda)$ является возрастающей функцией длины волны. Таким образом, при достижении определенного значения населенности N_{10} генерация излучения сразу начнется на переходах с большей длиной волны. Процессы межзонного взаимодействия приводят к уменьшению населенности нижнего лазерного уровня N_1 , что вызывает увеличение максимальной частоты для области II с 35 Гц до 60 Гц.

В выделенной на рис. 1 области III, когда генерация реализуется только на длине волны 2,81 мкм, поведение задержки генерации $td(f)$ для случая отсутствия (рис. 1а) и наличия (рис. 1б) процессов up -конверсии кардинально противоположно. При отсутствии up -конверсии задержка генерации $td(f)$ заметно возрастает, что можно объяснить увеличением начальных населенностей уровня ${}^4I_{13/2}$ N_{10} и уровня ${}^4I_{11/2}$ N_{20} из-за сокращения промежутка времени между импульсами. При наличии процессов up -конверсии длительность задержки генерации $td(f)$ на длине волны 2,81 мкм практически не меняется. Это в первую очередь связано с тем, что наличие up -конверсии с уровня ${}^4I_{13/2}$ приводит к дополнительному заселению верхнего лазерного уровня ${}^4I_{11/2}$ и расселению нижнего лазерного уровня ${}^4I_{13/2}$.

Оценка влияния параметров γ_1 и γ_2 на зависимость времен задержек генерации $td(f)$ показала, что характер влияния up -конверсии с уровней ${}^4I_{11/2}$ и ${}^4I_{13/2}$ несколько различен. Теоретические расчеты систем уравнений (1) и (2) показали, что уменьшение соотношения γ_1/γ_2 приводит к уменьшению скорости падения времени задержки от частоты. В случае $\gamma_1/\gamma_2 > 1$ падение значения задержки генерации $td(f)$ от частоты сменяется ростом.

Описание эксперимента

Лабораторный стенд для исследований характеристик генерации Er:YLF-лазера аналогичен стенду, представленному в работе [7].

В качестве активного элемента лазера использовался кристалл Er:YLF с концентрацией активатора 15 ат %, имеющий форму стержня диаметром 2,5 мм и длиной 35 мм. Активная среда возбуждалась излучением матрицы лазерных диодов импульсной мощностью 340 Вт. Резонатор лазера был образован плоским диэлектрическим зеркалом ($R_{3 \text{ мкм}} > 99\%$, $T_{0,97 \text{ мкм}} > 99\%$), напыленным на торце активного элемента, и внешним сферическим зеркалом ($R_{3 \text{ мкм}} \approx 95\%$).

Обсуждение

Экспериментальная зависимость задержек начала генерации $td(f)$ на длинах волн 2,66, 2,71 и 2,81 мкм от частоты следования импульсов представлена на рис. 2 (обозначения 4–6). На этом же рисунке представлен результат соответствующего расчета (кривые 1–3). При расчете коэффициенты отражения выходного зеркала были приняты равными 95%, 95,3% и 95,8% на длинах волн 2,66, 2,71 и 2,81 мкм в соответствии с экспериментальными данными, а показатель вредных потерь – $0,006 \text{ см}^{-1}$ для всех длин волн. Мощность оптической накачки составляла 340 Вт, что при эффективности осветительной системы 0,75 определяло скорость накачки $R = 2,3 \times 10^{22} \text{ см}^{-3} \text{ с}^{-1}$. Форма импульса накачки была прямоугольной во времени. При построении теоретических кривых на рис. 2 параметры np -конверсии подбирались исходя из наилучшего совпадения с экспериментом и

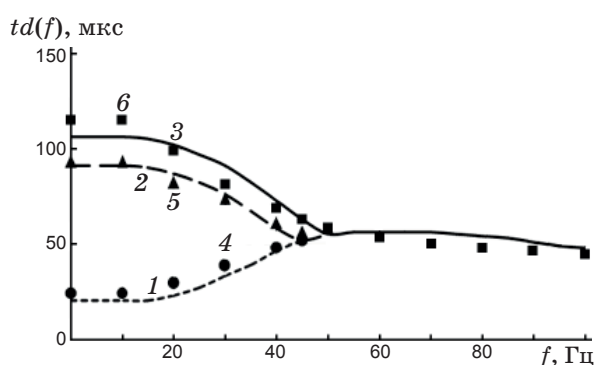


Рис. 2. Зависимость задержек начала генерации на трех длинах волн от частоты следования импульсов (длительность импульса накачки 0,5 мс, мощность излучения накачки 340 Вт). Кривые 1–3 – расчетные для длин волн 2,66 (1), 2,71 (2), 2,81 (3) мкм. Кривые 4–6 получены экспериментально для длин волн 2,66 (4), 2,71 (5), 2,81 (6) мкм. Все задержки отсчитываются от начала импульса накачки.

составляли $\gamma_1 = 2 \times 10^{-17} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$, $\gamma_2 = 5 \times 10^{-18}$, что согласуется с результатами работы [8]. Данные рис. 2 показывают достаточно хорошее совпадение экспериментальных результатов и характеристик, рассчитанных по методике, предложенной в настоящей работе.

Наблюдаемая зависимость набора длин волн генерации от параметров накачки может быть использована для целенаправленного изменения спектра генерации лазера. Из рис. 2 видно, что при длительности импульса накачки 500 мкс и частоте следования импульсов более 50 Гц генерация реализуется только на одной длине волны 2,81 мкм. При использовании импульсов накачки длительностью от 30 до 75 мкс при частоте следования импульсов не более 30 Гц можно получить генерацию только на длине волны 2,66 мкм. Отметим, что внесение селективных потерь для излучения в резонатор может существенно влиять на границы областей параметров накачки, в которых реализуется генерация на одной длине волны.

Таким образом, в случае селективной накачки на уровень ${}^4I_{11/2}$ возможно управление спектром генерации лазера только за счет изменения параметров накачки (мощность, длительность импульса, частота следования импульсов, применение пакетного режима следования импульсов). Для ряда медицинских задач могут представлять определенный интерес те режимы работы лазера, переключение между которыми обеспечивает значительное изменение поглощения излучения лазера водой и биологическими тканями. Для Er:YLF-лазера таковыми могут быть режимы генерации на длинах волн 2,66 мкм и 2,81 мкм.

Заключение

В настоящей работе теоретически и экспериментально исследована зависимость спектра генерации Er:YLF-лазера от параметров селективной накачки в импульсно-периодическом режиме работы. Предложенная расчетная модель многочастотной генерации излучения в эрбиевых кристаллах может быть использована для определения необходимых параметров источника накачки и оптических элементов резонаторов, необходимых для получения генерации на требуемых длинах волн или их сочетании.

Работа выполнена в рамках аналитической ведомственной целевой программы “Развитие научного потенциала высшей школы”, грант № РНП 2.1.2/4302, № РНП. 2.1.2/4867.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Jensen T., Diening A., Huber G.* Investigation of diode-pumped 2.8-mm Er:LiYF₄ lasers with various doping levels // *Opt. Lett.* 1996. V. 21. I. 8. P. 585–587.
2. *Zajac A., Skorczakowski M., Swiderski J., Nyga P.* Electrooptically Q-switched mid-infrared Er:YAG laser for medical applications // *Optics Express.* 2004. V. 12. I. 21. P. 5125–5130.
3. *Жариков Е.В., Ильичев Н.Н., Калигин С.П., Лаптев В.В., Малютин А.А., Осико В.В., Пашинин П.П., Прохоров А.М., Саидов З.С., Смирнов В.А., Умысков А.Ф., Щербаков И.А.* Спектрально-люминесцентные и генерационные свойства кристалла иттрий-скандий-галлиевого граната с хромом и эрбием // *Квант. электрон.* 1986. Т. 13. № 5. С. 973–979.
4. *Каминский А.А., Павлюк А.А., Бутаева Т.И.* Исследования стимулированного излучения на дополнительных переходах ионов Ho³⁺ и Er³⁺ в кристаллах KGd(WO₄)₂ // *Изв. АН СССР. Сер. неорганические материалы.* 1977. Т. 13. № 8. С. 1541–1542.
5. *Stalder M., Luthy W., Weber H.P.* Five new 3-μm laser lines in YAlO₃:Er // *Opt. Lett.* 1987. V. 12. № 8. P. 602–604.
6. *Auzel F., Hubert S., Meichenin D.* Multifrequency room-temperature continuous diode and Ar* laser-pumped Er³⁺ laser emission between 2,66 and 2,85 μm // *Appl. Phys. Lett.* 1989. V. 54. I. 8. P. 681–683.
7. *Иночкин М.В., Назаров В.В., Сачков Д.Ю., Хлопонин Л.В., Храмов В.Ю.* Динамика спектра генерации трехмикрометрового Er:YLF-лазера при полупроводниковой накачке // *Оптический журнал.* 2009. Т. 76. № 11. С. 62–67.
8. *Ткачук А.М., Разумова И.К., Мурзаева А.А., Малышев А.В., Гапонцев В.П.* Ур-конверсия и заселение возбужденных уровней иона эрбия в кристаллах LiY_{1-x}Er_xF₄ (x = 0,003 – 1) при непрерывной накачке излучением InGaAs-лазерных диодов // *Опт. и спектр.* 2002. Т. 92. № 1. С. 73–88.
9. *Labbe C., Doualan J.-L., Girard S., Moncorgé R., Thuau M.* Absolute excited state absorption cross section measurements in Er³⁺:LiYF₄ for laser applications around 2,8 μm and 551 nm // *J. Phys.: Condens. Matter.* 2000. V. 12. P. 6943–6957.
10. *Couto dos Santos M.A., Antic-Fidancev E., Gesland J.Y., Krupa J.C., Lemaître-Blaise M., Porcher P.* Absorption and fluorescence of Er³⁺-doped LiYF₄: measurements and simulation // *Journal of Alloys and Compounds.* 1998. V. 275–277. P. 435–441.
11. *Payne S.A., Chase L.L., Smith L.K., Kway W.L., Krupke W.F.* Infrared Cross – Section Measurements for Crystals Doped with Er³⁺, Tm³⁺, and Ho³⁺ // *IEEE J. of Qant. Electron.* 1992. V. 28. № 11. P. 2619–2630.