

РАСЧЕТ, ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ПРОИЗВОДСТВО ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

УДК 535.317.1: 618.7.028

ВЛИЯНИЕ ДЕЦЕНТРИРОВКИ ПОВЕРХНОСТЕЙ ВРАЩЕНИЯ НА ПОЛОЖЕНИЕ ПЛОСКОСТИ ИЗОБРАЖЕНИЯ

© 2010 г. В. А. Зверев, доктор техн. наук; Е. С. Рытова; И. Н. Тимощук, канд. техн. наук

Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики

Дано определение децентрировки оптических поверхностей вращения сферической и несферической формы, составляющих оптическую систему, определено влияние децентрировки поверхностей на положение образованного изображения. Изложенные соотношения применимы как для преломляющих, так и для отражающих поверхностей.

Ключевые слова: децентрировка, aberrации, качество изображения.

Коды OCIS: 200.0200, 220.0220.

Поступила в редакцию 25.11.2009.

При проектировании оптических систем, состоящих из сферических и несферических преломляющих и (или) отражающих поверхностей вращения, в качестве конструкторской базы принимается линия, называемая оптической осью. На этой линии, по замыслу конструктора, должны располагаться центры кривизны сферических и геометрические оси несферических поверхностей. В качестве конструкторской базы, определяющей относительное положение поверхностей в направлении оптической оси, принимаются их осевые точки (вершины).

В процессе изготовления оптических систем центры кривизны смещаются относительно базовой линии (оптической оси). Поперечное смещение центра кривизны поверхности относительно оптической оси называется ее децентрировкой.

На рис. 1а представлено сечение двояковыпуклой линзы меридиональной плоскостью, в которой расположены центры кривизны поверхностей, смещенные относительно оптической оси O_0-O_0 на расстояния δ_1 и δ_2 соответственно. Очевидно, что поперечное смещение плоской поверхности относительно оптической оси не влияет ни на положение изображения, ни на ход лучей. Дополним сферические поверхности линзы плоскими поверхностями, перпендикулярными оптической оси, образовав выпуклоплоскую и плосковыпуклую линзы [1], оптические оси

которых O_1-O_1 и O_2-O_2 параллельны оптической оси O_0-O_0 оптической системы в целом и смещены относительно нее на расстояния δ_1 и δ_2 соответственно, как показано на рис. 1б. При

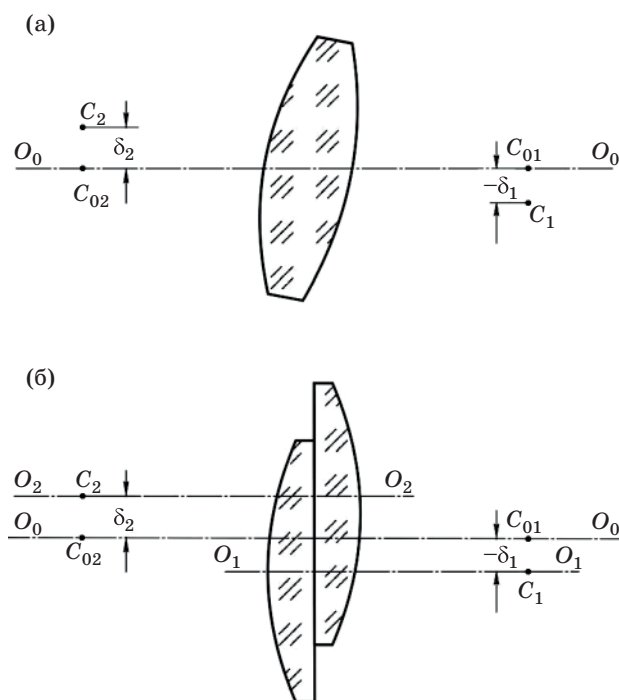


Рис. 1. Вариант интерпретации децентрировки сферических поверхностей отдельной линзы в воздухе.

такой интерпретации децентрировки поверхностей линзы естественно ожидать лишь поперечного смещения изображения, образованного децентрированной линзой.

Пусть осевая точка A_{0i} предмета $y_{0i} = y'_{0i} - 1$ расположена на оптической оси O_0-O_0 системы, а центр кривизны C_i i -й поверхности смещен в поперечном направлении на расстояние δ_i , как показано на рис. 2. Следуя [2], рассмотрим влияние децентрировки i -й поверхности на положение изображения предмета y_{0i} . Для этого через центр кривизны C_i i -й поверхности проведем линию O_i-O_i , параллельную оптической оси O_0-O_0 . При этом осевой точкой предмета для i -й поверхности будет точка A_i , смещенная относительно точки A_{0i} на расстояние δ_i . В этом случае величина предмета $y_i = y_{0i} - \delta_i$.

Тогда величина изображения этого предмета, образованного i -й поверхностью, $y'_i = V_i y_i$, где V_i – поперечное увеличение изображения, образованного i -й поверхностью.

И в этом случае осевая точка изображения A'_i будет смещена относительно соответствующей точки $A_{0i} = A_{0i+1}$ на оптической оси на расстояние, равное δ_i . При этом $y'_i = y'_{0i} - \delta_i$. Тогда

$$y'_{0i} = y'_i + \delta_i = y_{0i} V_i + (1 - V_i) \delta_i.$$

При $\delta_i = 0$ имеем $y'_{0i}(0) = V_i y_{0i}$. В результате получаем, что поперечное смещение изображения предмета y_{0i} , образованного децентрированной i -й поверхностью оптической системы, –

$$\Delta y'_{0i} = y'_{0i} - y'_{0i}(0) = (1 - V_i) \delta_i.$$

Пересчитанное в пространство изображений оптической системы, содержащей k поверхностей, это смещение составит

$$\Delta y'_{0ik} = \Delta y'_{0i} \prod_{i=1}^{k-1} V_{i+1} = \delta_i (1 - V_i) \prod_{i=1}^{k-1} V_{i+1},$$

а обусловленное суммарным действием децентрировок поверхностей оптической системы –

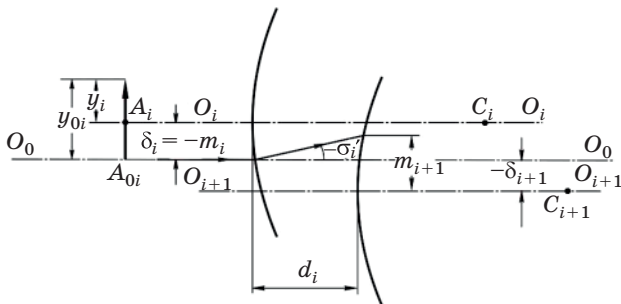


Рис. 2. Оптическая система децентрированных сферических поверхностей.

$$\Delta y' = \sum_{i=1}^{i=k} \delta_i (1 - V_i) \prod_{i=1}^{k-1} V_{i+1}.$$

Заметим, однако, что если луч, исходящий из осевой точки предмета, направить вдоль оптической оси (базовой линии), то в общем случае, пройдя систему децентрированных поверхностей, он выйдет под некоторым углом к ней. Действительно, легко показать, что угол φ , образованный нормалью к сферической поверхности в точке падения луча с оптической осью, равен

$$\varphi = \sigma - \varepsilon = \sigma' - \varepsilon', \quad (1)$$

где ε и ε' – углы падения и преломления луча, σ и σ' – углы, образованные лучом с оптической осью в пространстве предметов и изображений.

При этом

$$\sin \varphi = m/r, \quad (2)$$

где r – радиус кривизны сферической поверхности, m – расстояние от оптической оси до точки падения луча на поверхность. В соответствии с законом преломления $n \sin \varepsilon = n' \sin \varepsilon'$. Применяя выражение (1), получаем

$$n \sin(\sigma - \varphi) = n' \sin(\sigma' - \varphi). \quad (3)$$

В рассмотренном случае углы φ , σ и σ' малы, что позволяет выражение (3) записать в виде

$$n(\sigma - \varphi) = n'(\sigma' - \varphi), \quad (4)$$

где $\varphi = m/r$. Преобразуем выражение (4) к виду

$$n' \sigma' - n \sigma = m \frac{n' - n}{r}. \quad (5)$$

Для луча, исходящего из осевой точки предмета в направлении оптической оси, имеем $\sigma_i = 0$, $m_i = -\delta_i$. При этом формула (5) принимает вид $\sigma'_i = -\delta_i \frac{n_{i+1} - n_i}{n_{i+1} r_i}$. Из рис. 2 следует, что для $(i + 1)$ -й поверхности угол $\sigma_{i+1} = \sigma'_i$, а высота $m_{i+1} = -\delta_{i+1} - \sigma_{i+1} d_i$. Подставив соответствующие величины в формулу (5), получаем

$$\sigma'_{i+1} = \sigma_{i+2} = \frac{n_{i+1}}{n_{i+2}} \sigma_{i+1} - \frac{n_{i+2} - n_{i+1}}{n_{i+2}} \frac{\delta_{i+1} + \sigma_{i+1} d_i}{r_{i+1}}.$$

Очевидно, что продолжая расчет хода луча через систему из k поверхностей, найдем значение угла σ'_k и высоту m_k точки пересечения луча с последней поверхностью.

Среди поверхностей оптической системы могут оказаться и плоские, поперечное смещение которых не влияет ни на положение образован-

ного изображения, ни на ход осевого луча. Очевидной и неизбежной погрешностью положения (децентрировкой) плоских поверхностей является их наклон (поворот) относительно нормали к оптической оси.

На рис. За осевая точка A предмета y и центр кривизны сферической поверхности плосковыпуклой линзы расположены на оптической оси $O-O$, а плоская поверхность образует с нормалью к оси угол γ . Очевидно, что такую линзу можно заменить эквивалентной оптической системой, состоящей из центрированной плосковыпуклой линзы и клина с углом при вершине, равным γ . Угол γ будем считать положительным, если ребро P клина расположено над оптической осью, и отрицательным в противном случае. Предположим, что предыдущая система в сочетании с центрированной плосковыпуклой линзой образует безабберационное изображение предмета, которое становится для клина предметом y_k , расположенным на расстоянии s_{0k1} от его первой поверхности, как показано на рисунке 3б.

Осевая симметрия световых пучков лучей, формирующих изображение предмета, нарушается клином, что приводит к появлению aberrаций изображения. Полагая пучки лучей узкими, рассмотрим влияние наклона плоской поверхности на астигматизм изображения. Положение

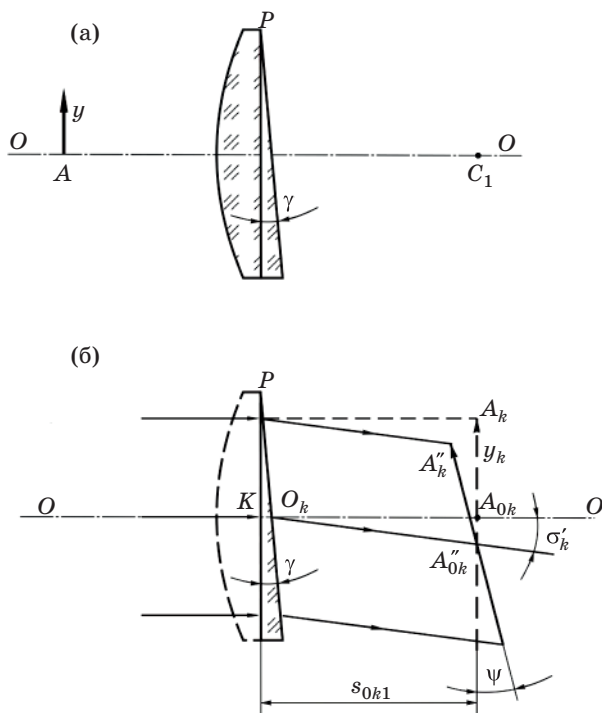


Рис. 3. Влияние децентрировки плоской поверхности на положение изображения предмета.

точки предмета и ее изображения, образованного бесконечно тонким меридиональным пучком лучей, определяется формулой Юнга–Аббе [3] как

$$\frac{n' \cos^2 \varepsilon'}{s'_m} - \frac{n \cos^2 \varepsilon}{s_m} = \frac{n' \cos \varepsilon' - n \cos \varepsilon}{r}, \quad (6)$$

а образованное бесконечно тонким сагиттальным пучком –

$$\frac{n'}{s'_s} - \frac{n}{s_s} = \frac{n' \cos \varepsilon' - n \cos \varepsilon}{r}, \quad (7)$$

где s_m и s_s – расстояния от точки предмета до точки падения луча на поверхность оптической системы в меридиональной и в сагиттальной плоскостях, s'_m и s'_s – расстояния от точки падения луча на поверхность оптической системы до изображения точки предмета, образованного тонкими пучками лучей в меридиональной и в сагиттальной плоскостях.

Учитывая равенство правых частей выражений (6) и (7), при $s_s = s_m = s_0$ находим

$$\frac{1}{s'_s} - \frac{\cos^2 \varepsilon'}{s'_m} = \frac{n \sin^2 \varepsilon}{n' s_0}. \quad (8)$$

Это выражение легко преобразовать к виду

$$\frac{s'_m}{s'_s} - 1 = \frac{n^2}{n'^2} \left(\frac{n' s'_m}{n s_0} - 1 \right) \sin^2 \varepsilon. \quad (9)$$

Без заметной потери точности можно принять $\frac{s'_m}{s_0} \approx \frac{s'_0}{s_0}$. В результате получаем

$$\frac{s'_m}{s'_s} - 1 = \left(V_0 - \frac{n^2}{n'^2} \right) \sin^2 \varepsilon. \quad (10)$$

При малых значениях углов ε это выражение принимает вид

$$\frac{s'_m}{s'_s} - 1 = \left(V_0 - \frac{n^2}{n'^2} \right) \varepsilon^2,$$

где V_0 – поперечное увеличение изображения, образованного преломляющей поверхностью. В случае плоской поверхности $V_0 = 1^{\times}$ и тогда

$$\frac{s'_m}{s'_s} - 1 = \frac{n'^2 - n^2}{n'^2} \varepsilon^2.$$

Пренебрегая величиной второго порядка малости, получаем $s'_s = s'_m = s'_0$.

Заметим, что в рассматриваемом случае интерес представляет лишь ориентация изображения, образованного клином, относительно оптической оси. Поэтому размер предмета можно принять достаточно малым, чтобы ход главного

луча в пространстве предметов считать телецентрическим. Расстояние от предмета до первой плоской поверхности клина (рис. 3б) $KA_{0k} = PA_k = s_{0k1} = s_{k1}$. Его изображение определим, применив формулу Аббе, в соответствии с которой, при $r = \infty$ отрезок $s'_{0k1} = \frac{n'}{n}s_{0k1} = s'_{k1}$; отрезок $s_{0k2} = s'_{k1} - y_k\gamma$, а отрезок $s_{k2} = s'_{k1}$. Применив формулу Аббе, находим, что $s'_{0k2} = \frac{n''}{n'}s_{0k2} - \frac{n''}{n'}y_k\gamma$, а $s'_{k2} = \frac{n''}{n}s_{0k1}$. Малая величина угла γ определяет малые угловые отклонения падающих лучей. Поэтому, полагая отрезки равными их проекциям, отклонение изображения относительно предмета определим углом ψ , равным

$$\psi = \frac{KO_k + s'_{0k2} - s'_{k2}}{KP} = \frac{y'_k\gamma + \frac{n''}{n}s_{0k1} - \frac{n''}{n'}y_k\gamma - \frac{n''}{n}s_{0k1}}{y_k} = \frac{n' - n''}{n'}\gamma.$$

В рассматриваемом случае $n' = n$, $n'' = 1$. При этом

$$\psi = \frac{n-1}{n}\gamma. \quad (11)$$

Очевидно, что осевой луч отклоняется клином от оптической оси на угол

$$\sigma' = (n-1)\gamma. \quad (12)$$

Отклонение изображения предмета от нормали к этому лучу определяется углом

$$\psi_k = \psi + \sigma' = \frac{n^2-1}{n}\gamma. \quad (13)$$

“Вопрос об установлении допусков на изготовление и взаимное расположение деталей в оптической системе можно рассматривать, опираясь на введение в том или ином месте оптической системы некоторого “деформирующего элемента”, возникающего при нарушении номинальных размеров или расположения той или иной детали” [4]. В рассматриваемом случае отклонение плоской поверхности от номинального положения привело к появлению деформирующего элемента в виде клина, определившего наклон изображения предмета и преломление осевого луча. Деформирующим элементом децентрированной сферической поверхности можно считать отклонение положения ее центра кривизны от номинального.

На рис. 4 представлено сечение меридиональной плоскостью децентрированной сферической

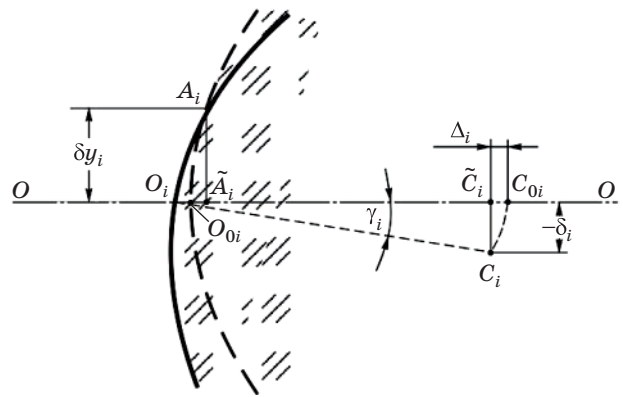


Рис. 4. “Деформирующий элемент” сферической поверхности.

поверхности, центр кривизны которой расположен в точке C_i , смещенной относительно оптической оси $O-O$ системы на расстояние, равное $-\delta_i$.

Возьмем на следе поверхности произвольную точку A_i и повернем поверхность вокруг оси, проходящей через точку A_i нормально к поверхности рисунка, до совмещения центра кривизны с оптической осью $O-O$ в точке C_{0i} . В результате получаем, что деформирующим элементом децентрированной сферической поверхности является криволинейный клин $O_iA_iO_{0i}$ [5, 6], величина и знак которого для i -й линзы в воздухе определяется углом γ_{ij}

$$\gamma_{ij} = (-1)^j \frac{\delta_{ij}}{r_{ij}}, \quad (14)$$

где $j = 1, 2$.

Как показано в [6], при соблюдении условия $\tilde{A}_iA_i = \delta y_i \leq |\delta_i|$ продольное смещение центра кривизны C_{0i} поверхности относительно точки \tilde{C}_i , равное отрезку $\tilde{C}_iC_{0i} = \Delta_i$, будет величиной второго порядка малости, а угол между касательными к поверхности в исходном и повернутом положениях в точках O_i и O_{0i} будет определяться тем же соотношением (14).

Оптические системы, как правило, состоят из линз, образованных сферическими поверхностями. Децентрировка поверхностей линз приводит к тому, что их оптические оси не совпадают с линией, принятой в качестве базовой (т. е. с оптической осью системы), занимая в общем случае некоторое наклонное положение, как показано на рис. 5. На этом рисунке оптическая ось линзы O_i-O_i образует с оптической осью O_0-O_0 системы угол γ_i , который определяется очевидным выражением вида

$$\gamma_i = -\frac{\delta_{i2} - \delta_{i1}}{r_{i2} - r_{i1} + d_i}. \quad (15)$$

При этом $\theta_i = \psi_i - \gamma_i$. Повернем первую поверхность вокруг точки O_{i1} до совмещения центра кривизны C_{i1} поверхности с оптической осью системы в точке C_{0i1} . При этом можно считать, что отрезок $O_{0i1}A_{0i} = -s_{0i1}$, а отрезок $O_{0i1}K = O_{i1}K$. Тогда из треугольника $A_{0i}K A_{Ci}$ находим, что

$$\frac{s_{0i1} - O_{0i1}K}{\cos\theta_i} = \frac{s_{i1} - O_{i1}K}{\cos\psi_i}. \quad (16)$$

Учитывая, что углы ψ_i и θ_i малы, имеем $\cos\theta_i = 1 - 0,5\theta_i^2$, $\cos\psi_i = 1 - 0,5\psi_i^2$ и с погрешностью, не превышающей второго порядка малости, получаем, что $s_{0i1} = s_{i1}$, а следовательно, поперечное увеличение изображения, образованного децентрированной линзой, $V_i = V_{0i}$. Введем обозначения: $A_{ci}\tilde{A}_{ci} = -\delta z_i$, $A'_{ci}\tilde{A}'_{ci} = -\delta z'_i$; $A_{ci}\tilde{A}_i = y_i$, $A'_{ci}\tilde{A}'_i = -y'_i$. При этом $\theta_i = \frac{\delta z_i}{y_i}$, $\theta'_i = \frac{\delta z'_i}{y'_i}$ и $y'_i = V_{0i}y_i$, а $\delta z'_i = Q_{0i}\delta z_i$, где Q_{0i} – продольное увеличение [7]. Для изображения, образованного линзой в воздухе, $Q_{0i} = V_{0i}^2$ и тогда (см. рис. 5)

$$\theta'_i = V_{0i}\theta_i, \quad (17)$$

$$\psi'_i = \psi_{i+1} = \theta'_i + \gamma_i. \quad (18)$$

Луч, исходящий из осевой точки предмета A_{0i} в направлении оптической оси O_0-O_0 системы, падает в точку O_{0i1} первой поверхности линзы на расстоянии $O_{i1}O_{0i1} = -m_{i1}$ от оптической оси O_i-O_i линзы под углом $\sigma_{i1} = -\gamma_i$ к ней. При этом

$$-m_{i1} = r_{i1}\gamma_i + \delta_{i1}. \quad (19)$$

В соответствии с формулой (5) в рассматриваемом случае угол

$$\begin{aligned} \sigma'_{i1} = \sigma_{i2} &= \frac{n_{i1}}{n_{i2}}\sigma_{i1} + m_{i1} \frac{n_{i2} - n_{i1}}{n_{i2}r_{i1}} = \\ &= -\gamma_i - \frac{n_{i2} - n_{i1}}{n_{i2}} \frac{\delta_{i1}}{r_{i1}}. \end{aligned} \quad (20)$$

На второй поверхности линзы расстояние

$$m_{i2} = m_{i1} - \sigma'_{i1}d_i \quad (21)$$

и угол

$$\sigma'_{i2} = \frac{n_{i2}}{n_{i3}}\sigma_{i2} + m_{i2} \frac{n_{i3} - n_{i2}}{n_{i3}r_{i2}}. \quad (22)$$

Расстояние от точки пересечения оптической оси O_0-O_0 со второй поверхностью i -й линзы до вершины поверхности на оптической оси O_i-O_i равно $m_{0i2} = r_{i2}\gamma_i + \delta_{i2}$. При этом расстояние от оптической оси O_0-O_0 до точки пересечения рассматриваемого луча с первой поверхностью $(i+1)$ -й линзы

$$m_{0i+1,1} = m_{0i2} + m_{i2} - d_{i,i+1}\sigma'_{0i2},$$

где $d_{i,i+1}$ – расстояние между второй поверхностью i -й линзы и первой поверхностью $(i+1)$ -й линзы, $\sigma'_{0i2} = \gamma_i + \sigma'_{i2}$.

Предположим, что в результате децентрировки поверхностей $(i+1)$ -й линзы ее оптическая ось $O_{i+1}-O_{i+1}$ повернулась относительно оптической оси O_0-O_0 на угол γ_{i+1} , равный

$$\gamma_{i+1} = \frac{\delta_{i+1,2} - \delta_{i+1,1}}{r_{i+1,1} - d_{i+1} - r_{i+1,2}}. \quad (23)$$

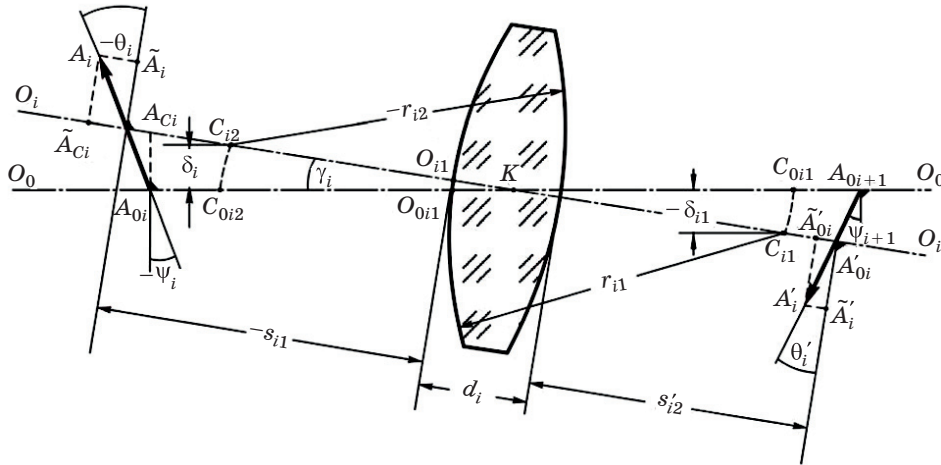


Рис. 5. Положение изображения, образованного децентрированной линзой.

При этом расстояние от осевой точки (от вершины) первой поверхности $(i+1)$ -й линзы до точки пересечения с ней рассматриваемого луча равно

$$m_{i+1,1} = m_{0i+1,1} - r_{i+1,1}\gamma_{i+1} - \delta_{i+1,1}$$

и может быть представлено в виде

$$m_{i+1,1} = m_{i2} + r_{i2}\gamma_i - r_{i+1,1}\gamma_{i+1} - d_{i,i+1}(\sigma'_{i2} + \gamma_i) + \delta_{i2} - \delta_{i+1,1}. \quad (24)$$

Полученные соотношения (15)–(24) позволяют определить наклон изображения, образованного оптической системой из k децентрированных линз, и ход осевого луча через нее. Поскольку изображение осевой точки A_{0i} должно быть расположено на этом луче, то в результате его расчета можно определить поперечное смещение изображения предмета относительно базовой линии (оптической оси) O_0-O_0 . Действительно, в результате расчета хода луча получаем значение угла σ'_k и положение точки пересечения луча с последней поверхностью системы, определяемое расстоянием m_{k2} . При этом поперечное смещение изображения точки A_{0i} относительно оси O_0-O_0 определится как

$$\Delta y'_0 = m_{k2} - s'_{0k}(\sigma'_{k2} + \gamma_k) + r_{k2}\gamma_k + \delta_{k2}. \quad (25)$$

Поперечное смещение центра кривизны отдельной поверхности относительно оптической оси системы, т. е. децентрировка поверхности, определяется не только величиной, но и направлением, т. е. векторной величиной. Вектор децентрировки поверхности $\bar{\delta}_i$ можно представить составляющими: $\bar{\delta}_{im}$ – в меридиональной плоскости и $\bar{\delta}_{is}$ – в условной сагиттальной плоскости, перпендикулярной меридиональной и содержащей оптическую ось. При этом должно соблюдаться очевидное условие $\delta_{im}^2 + \delta_{is}^2 = \delta_i^2 \leq (\delta C_i)$, где δC_i – допустимая (наибольшая) величина модуля вектора децентрировки.

Наибольшая абсолютная величина угла поворота оптической оси O_i-O_i децентрированной i -й линзы равна

$$\gamma_i = \frac{\delta C_i + \delta C_{i+1}}{r_{i1} - d_i - r_{i2}}. \quad (26)$$

В частном случае, когда знаменатель выражения – малая величина, угол γ_i может оказаться сколь угодно большим и применение формулы (26) теряет практический смысл. Так, например,

когда поверхности линзы концентричны друг другу, $r_{i1} - d_i - r_{i2} = 0$. При малом расстоянии между центрами кривизны поверхностей децентрировку линзы определяют максимальной разностью толщин (разнотолщинностью, косиной линзы) на ее диаметре. Для анализа влияния децентрировки такой линзы на положение изображения линзу можно заменить эквивалентной системой, состоящей из центрированной линзы и соответствующих криволинейных клиньев.

Потребность в создании оптических систем, формирующих изображения высокого качества при “форсированных” значениях относительного отверстия и углового поля, определяет необходимость применения несферических поверхностей вращения. Возможны два вида децентрировки несферической поверхности: поперечное смещение вершины поверхности (оси вращения) и наклон оси вращения на малый угол относительно оптической оси системы. При этом в общем случае ось вращения и оптическая ось системы могут и не пересекаться. Однако в области малых величин влияние обоих видов децентрировки несферической поверхности можно рассматривать независимо друг от друга.

Итак, изложенные соображения дают наглядное представление о децентрировке оптических поверхностей и о ее влиянии на положение образованного оптической системой изображения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хопкинс Р. Сборка и центрировка объективов. В сб. “Проектирование оптических систем” / Пер. с англ. М.: Мир, 1983. 432 с.
2. Иванова Т.А., Кирилловский В.К. Проектирование и контроль оптики микроскопов. Л.: Машиностроение, 1984. 231 с.
3. Слюсарев Г.Г. Методы расчета оптических систем. Л.: Машиностроение, 1969. 672 с.
4. Русинов М.М. Юстировка оптических приборов. М.: Недра, 1969. 328 с.
5. Погарев Г.В. Юстировка оптических приборов. Л.: Машиностроение, 1982. 237 с.
6. Губель Н.Н. Аберрации децентрированных оптических систем. Л.: Машиностроение, 1975. 272 с.
7. Вычислительная оптика. Справочник. Под. общ. ред. М.М. Русинова. Л.: Машиностроение, 1984. 423 с.