

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ТРЁХЗЕРКАЛЬНЫХ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ БАЗОВОЙ ДВУХЗЕРКАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

© 2013 г. **Е. В. Ермолаева**, канд. техн. наук; **В. А. Зверев**, доктор техн. наук;
Ю. А. Подгорных; **И. Н. Тимошук**, канд. техн. наук

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург

E-mail: post_vaz@rambler.ru

Соотношения, определяющие конструктивные и габаритные параметры двухзеркальной системы, положены в основу разработки метода построения и расчёта (параметрического синтеза) оптических систем из трёх отражающих поверхностей. Рассмотрены возможные варианты построения принципиальных схем трёхзеркальных систем. Получено соотношение, определяющее действительное значение коэффициента центрального экранирования осевого пучка лучей. Показано, что его величина определяется светосилой главного зеркала и в предельном случае может достигать единицы.

Ключевые слова: отражающая поверхность, двухзеркальная оптическая система, трёхзеркальная оптическая система, коэффициент центрального экранирования.

Коды OCIS: 220.0220, 080.4035.

Поступила в редакцию 26.04.2013.

Разработанная профессором Г. Г. Слюсаревым теория расчета оптических систем на основе введенного им понятия тонкого компонента [1] определила широкое применение теории первичных aberrаций не только для расчета, но и для aberrационного анализа оптических систем и составляющих их элементов. Оптическая система из двух отражающих поверхностей сферической или несферической формы при нулевом расстоянии между ними практического смысла не имеет. Однако, дополнив отражающую поверхность плоской, при $d = 0$ формально получаем идеально тонкий компонент [2], обладающий aberrационными свойствами первой по ходу луча отражающей поверхности. Оптическая сила i -го тонкого зеркального компонента

$$\varphi_i = (-1)^i 2/r_i, \quad (1)$$

где r_i – радиус кривизны первой по ходу луча отражающей поверхности компонента. При таком представлении оптической системы из

отражающих поверхностей для определения положения изображения относительно тонких компонентов применимы формулы параксиальной оптики и, в частности, например, известная формула отрезков. Оптическая сила системы из двух тонких зеркальных компонентов равна

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_1 \varphi_2 d_{oi}, \quad (2)$$

где $d_{oi} = (-1)^i d_i$, d_i – расстояние между отражающими поверхностями в исходной системе. При этом $\varphi_1 = -2/r_1$, $\varphi_2 = 2/r_2$, $d_{oi} = -d_i$.

Расстояние от оптической оси системы до точки пересечения осевого виртуального луча со вторым компонентом равно $h_2 = h_1(1 - \varphi_1 d_{oi})$. Отношение $k_{os} = h_2/h_1$ определяет параксиальный коэффициент экранирования осевого пучка лучей (зрчка) по диаметру. При этом

$$\varphi = \varphi_1 + k_{os} \varphi_2, \quad (3)$$

где $k_{os} = 1 - \varphi_1 d_{oi}$. (4)

Из формул (3) и (4) следует, что

$$\varphi_1 = (1 - k_{\text{ос}})d_{\text{о1}}, \quad (5)$$

$$\varphi_2 = (\varphi - \varphi_1)/k_{\text{ос}}. \quad (6)$$

Задний фокальный отрезок при $\alpha' = 1$ определяется выражением

$$s'_{F'} = h_2 = h_2 h_1 / h_1 = k_{\text{ос}} f' = k_{\text{ос}} / \varphi. \quad (7)$$

Этот отрезок удобно выразить через расстояние между компонентами, положив $s'_{F'} = k_s d_{\text{о1}}$, где k_s – коэффициент, значение которого выбирается из конструктивных соображений. При этом

$$d_{\text{о1}} = k_{\text{ос}} / k_s, \quad (8),$$

$$\varphi_1 = k_s (1 - k_{\text{ос}}) / k_{\text{ос}}, \quad (9)$$

$$\varphi_2 = [1 - k_s (1 - k_{\text{ос}}) / k_{\text{ос}}] / k_{\text{ос}}. \quad (10)$$

Кривизна поверхности изображения при равном нулю астигматизме (нулевая кривизна) определяется коэффициентом $S_{IV} = \sum_{i=1}^{j=k} \varphi_i / n_i$.

В рассматриваемом случае $S_{IV} = -\varphi_1 - \varphi_2$. Подставив в это выражение соотношения (9) и (10) и преобразовав его, получаем

$$k_{\text{ос}}^2 - ((2k_s + 1)/(k_s - S_{IV}))k_{\text{ос}} + k_s/(k_s - S_{IV}) = 0. \quad (11)$$

При $k_s = 1$ и $S_{IV} = 0$ уравнение (11) принимает вид:

$$k_{\text{ос}}^2 - 3k_s + 1 = 0. \quad (12)$$

Легко убедиться, что при $k_{\text{ос}} = 1/\tilde{k}_{\text{ос}}$ уравнение (12) не изменяет своего вида. Решив это уравнение, получаем $k_{\text{ос}} = (3 \pm \sqrt{5})/2$. Используя соотношения (8), (9) и (10), при $k_s = 1$ и при $k_{\text{ос}} = (3 - \sqrt{5})/2 = 0,382$ находим, что $\varphi_1 = -\varphi_2 = 1,618$, $d_{\text{о1}} = 0,382$. При этом схема объектива имеет вид, показанный на рис. 1а. На рис. 1б та же система представлена в виде двух зеркальных компонентов. Пусть расстояния между поверхностями в каждом компоненте равны нулю. При этом рассматриваемую систему можно представить в виде, показанном на рис. 1в, где оптическая сила каждого компонента определяется формулой (1). Используя те же соотношения, при $k_{\text{ос}} = (3 + \sqrt{5})/2 = 2,618$ получаем: $\varphi_1 = -\varphi_2 = 0,618$, $d_{\text{о1}} = 2,618$. При этих

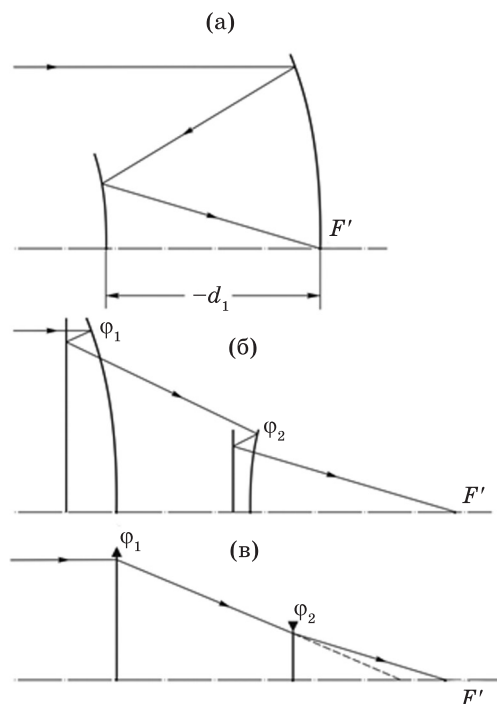


Рис. 1. Оптическая система: а) из двух отражающих поверхностей, б) из двух зеркальных компонентов, в) из двух тонких компонентов, эквивалентная двухзеркальной системе.

значениях параметров схема объектива имеет вид, показанный на рис. 2. На этих рисунках буквами \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 обозначено положение компонентов в роли экранирующих элементов.

При $0 < k_s < 1$ изображение, образованное двухзеркальной системой, расположено в сходящихся пучках лучей в промежутке между зеркалами. Используя параметры оптической системы из двух тонких зеркальных компонентов, находим, что разность $d_p = d_{\text{о1}} - s'_{F'} = d_{\text{о1}} - k_s d_{\text{о1}} = (1 - k_s)d_{\text{о1}}$. При этом для осевого виртуального луча при $h_1 = 1$ имеем: $h_p = h_1 - \alpha_2 d_p = 1 - (1 - k_s)k_{\text{ос}}\varphi_1/k_s$. Используя формулу (9), получаем $h_p = k_{\text{ос}} + k_s(1 - k_{\text{ос}})$.

Пусть D_p – диаметр сечения сходящегося осевого пучка лучей в плоскости расположения изображения. При этом приближенно справедливо следующее геометрическое соотношение: $D_p/D = h_p/h = h_p$, где D – диаметр входного зрачка. Отсюда следует, что $D_p = Dh_p = k_{\text{ос}}D + (1 - k_{\text{ос}})k_s D$. Диаметр изображения, образованного рассматриваемой оптической системой, равен $2y' - 2ftgw$, где w – угол поля в пространстве предметов. При этом экранирование осевого пучка лучей

поверхностью изображения определим коэффициентом k_{w_3} , равным

$$k_{w_3} = 2y'/D_p = -((2\text{tg}w)/(k_{o_3} + k_s(1 - k_{o_3}))) (f'/D) = -((2F \cdot \text{tg}w)/k_{o_3} + k_s(1 - k_{o_3})), \quad (14)$$

где F – диафрагменное число. Вполне очевидно, что должно соблюдаться условие $k_{w_3} \leq k_{o_3}$. При этом из выражения (14) следует, что

$$2\text{tg}w \geq -k_{o_3}^2 [1 + k_s(1 - k_{o_3})/k_{o_3}] / F \quad (15)$$

При $k_s = 1$: $2\text{tg}w = -k_{o_3}/F$. Таким образом, чем меньше диафрагменное число F (чем светосильнее система), тем угловое поле больше.

Кривую сечения несферической поверхности вращения Σ меридиональной плоскостью в декартовой системе координат определим уравнением вида

$$x^2 + y^2 = 2rz - (1 + b)z^2 = 2rz + Az^2, \quad (16)$$

где r – радиус кривизны поверхности в осевой точке, b – эксцентриситет кривой второго порядка, образующей поверхность вращения.

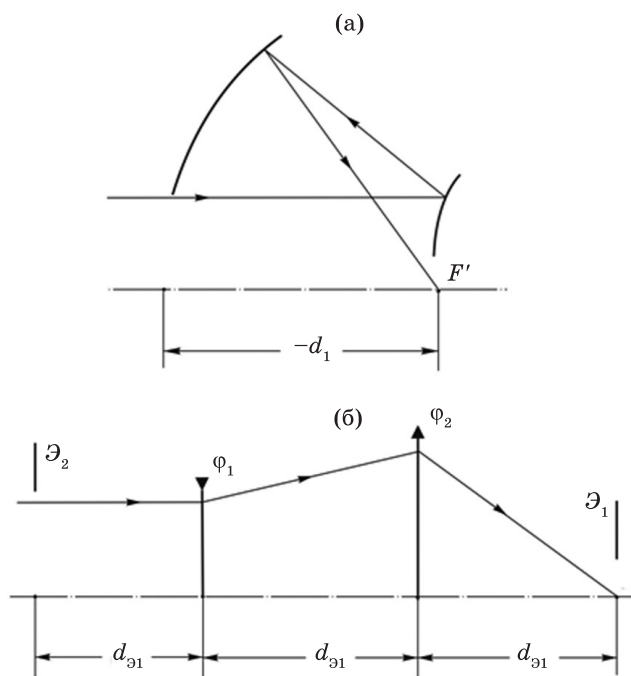


Рис. 2. Двухзеркальная оптическая система (а) и ее аналог из двух тонких компонентов (б).

В оптической системе, образованной сочетанием двух отражающих поверхностей (в системе Кассегрена) первая поверхность имеет форму параболоида ($b_1 = -1$), а вторая поверхность имеет форму гиперboloида вращения при $b_2 = -(1 + \varphi_1)^2 / (1 - \varphi_1)^2$. Отсюда следует, что $b_2 < -1$.

Остаточные кома и астигматизм третьего порядка изображения, образованного системой Кассегрена, определяются коэффициентами S_{II} и S_{III} [2, 3], равными $S_{II} = 1/2$, $S_{III} = a_p + (k_s - k_{o_3}) / k_s k_{o_3}$, где a_p – расстояние от осевой точки первого компонента до центра входного зрачка. Заметим, что $S_{III} = 0$ при $a_p = (k_s - k_{o_3}) / k_s k_{o_3}$. При $k_s = k_{o_3}$ коэффициент $S_{III} = a_p = 0$.

Можно показать, что при апланатической коррекции aberrаций третьего порядка, т.е. при отсутствии в изображении сферической aberrации ($S_I = 0$) и комы третьего порядка ($S_{II} = 0$), коэффициенты деформации отражающих поверхностей соответственно равны:

$$b_1 = -1 - 2(k_s/\varphi_1^3) = -1 - (2/k_s^2)(k_{o_3}/(1 - k_{o_3}))^3, \quad (17)$$

$$b^2 = [k_s^2(1 - k_{o_3})^2/k_{o_3}^2 + 2k_s/k_{o_3} - 1] \times [1 - k_s(1 - k_{o_3})/k_{o_3}]^{-3}. \quad (18)$$

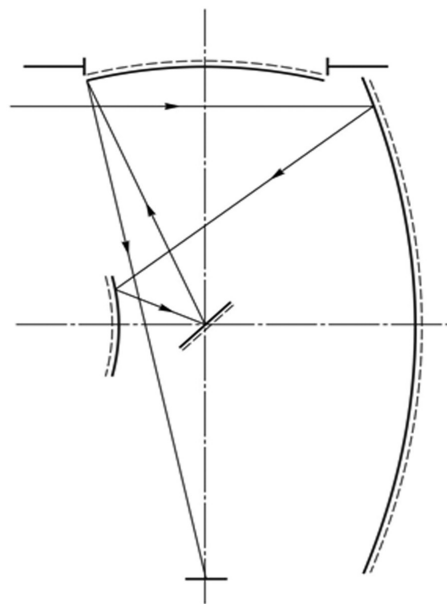


Рис. 3. Схема оптики трёхзеркального объектива.

При $S_I = 0$ и $S_{II} = 0$ коэффициент

$$S_{III} = -[1 - 2(\varphi_1^2 - k_s S_{IV})]/(2k_s), \quad (19)$$

где $S_{IV} = -\varphi_1 - \varphi_2$. В общем случае $S_{III} \neq 0$ и $S_{IV} \neq 0$. Для достижения плананастигматической коррекции aberrаций изображения, при которой $S_I = S_{II} = S_{III} = S_{IV} = 0$, двухкомпонентную зеркальную систему можно дополнить третьим зеркальным компонентом $\varphi_3 = -2/r_3$. Рассмотрим оптическую систему, схема которой показана на рис.3. Для этой системы $f':D = -F$.

При диаметре третьего компонента, равном D_3 , в соответствии с уравнением (16) имеем

$$D_3^2 = 8r_3\Delta_3 - 4(1 + b_3)\Delta_3^2,$$

где Δ_3 – “прогиб” вогнутой поверхности третьего компонента ($\Delta_3 < 0$).

В соответствии с рис.3 на расстояния от третьего компонента до изображения, образованного двухкомпонентной системой, и до изображения, образованного третьим компонентом (и всей системой в целом), должны быть наложены следующие очевидные геометрические ограничения: $a_3 < \Delta_3 - D/2$, $a'_3 > D - \Delta_3$ где D – диаметр входного зрачка системы. В общем случае отрезки a_3 и a'_3 можно выразить через диаметр D соотношениями вида: $a_3 = -k_1 D/2$, $a'_3 = k_1 D/2 - D/2 + k_2 D = [(k_1 - 1)/2 + k_2]D$, где $k_1 > 1$, $k_2 > 1$. При этом, используя формулу отрезков, находим, что оптическая сила третьего компонента, приведенная к оптической силе всей системы ($\varphi < 0$), равна

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}_3 &= f'((a_3 - a'_3)/a_3 a'_3) = f'(2/k_1 D) \times \\ &\times ((2(k_1 + k_2) - 1)/(k_1 + 2k_2 - 1)) = \\ &= 2(F/k_1)((2(k_1 + k_2) - 1)/(k_1 + 2k_2 - 1)). \end{aligned} \quad (20)$$

Положив $k_1 = k_2 = 1$, получаем $\tilde{\varphi}_3 = 3F$.

Поперечное увеличение изображения, образованного третьим компонентом, равно

$$V_3 = a'_3/a_3 = -1 - (2k_2 - 1)/k_1. \quad (21)$$

При $k_1 = k_2 = 1$: $V_3 = -2^\times$. Таким образом, в пределах разумного конструктивного решения задачи построения трехзеркальной системы можно принять, что

$$\tilde{\varphi}_3 > 3F, \quad V_3 < -2^\times.$$

При выбранной величине V_3 фокусное расстояние двухкомпонентной системы равно $f'_{12} = f'/V_3$. Оптические силы первых двух компонентов, приведенные к оптической силе всей системы, определяются соотношениями

$$\tilde{\varphi}_1 = f'/f' = (f'_{12}/f'_1)f'/f'_{12} = \varphi_1(f'/f'_{12})V_3\varphi_1. \quad (22)$$

Аналогично находим, что $\tilde{\varphi}_2 = V_3\varphi_1$.

Как следует из формулы (20), диафрагменное число двухкомпонентной системы в составе трехкомпонентной равно $F_{12} = f'_{12}/D = (1/V_3) \times (f'/D) = -(1/V_3)F$.

Величина F_{12} принципиально не может быть меньше 0,5 при соблюдении условия синусов. Следовательно, диафрагменное число $F = -V_3 F_{12}$ не может быть меньше значения, определяемого приемлемыми величинами F_{12} и V_3 .

Кривизна поверхности изображения, образованного рассматриваемой оптической системой в целом, определяется коэффициентом

$$S_{IV\Sigma} = -\tilde{\varphi}_1 - \tilde{\varphi}_2 - \tilde{\varphi}_3 = -V_3(\varphi_1 + \varphi_2) - \tilde{\varphi}_3 = V_3 S_{IV} - \tilde{\varphi}_3,$$

где S_{IV} – коэффициент, определяющий кривизну поверхности изображения, образованного двухкомпонентной оптической системой. При $S_{IV\Sigma} = 0$ коэффициент

$$S_{IV} = \frac{1}{V_3} \tilde{\varphi}_3 = 2F \frac{2(k_1 + k_2) - 1}{(k_1 + 2k_2 - 1)^2}. \quad (23)$$

Подставив соотношение (23) в уравнение (11), при выбранном значении коэффициента k_s получаем уравнение относительно величины k_{oo} , решив которое, находим все параметры рассчитываемой системы.

Пусть, например, требуется определить конструктивные параметры трехзеркального объектива при $f' = -1000$ мм, $F = 2,5$, $2w = 2^\circ$. Диаметр входного зрачка системы $D = -f'/F = 400$ мм. Из конструктивных соображений принимаем $k_1 = 1,2$, $k_2 = 1,1$. При этом из выражений (20), (21), (22) и (23) находим, что $\tilde{\varphi}_3 = -6,25$, $V_3 = -2^\times$, $f'_{12} = 500$ мм, $S_{IV} = 3,125$. Приняв $k_s = 0,5$ и подставив найденное значение коэффициента S_{IV} в уравнение (11), получаем $k_{oo}^2 + 0,762k_{oo} - 0,190 = 0$.

Параметрам рассматриваемой системы соответствует корень этого уравнения $k_{oo} = 0,198$. Положив в соотношениях (8), (9) и (10) коэффициент $k_{oo} = 0,2$, находим, что $d_{o1} = 0,4$, $\varphi_1 = 2$,

$\varphi_2 = -5$. При этом $d_1 = d_{\text{э}1} f'_{12} = -200$ мм, $r_1 = -2f'_{12}/\varphi_1 = -500$ мм, $r_2 = 2f'_{12}/\varphi_2 = -200$ мм. Кроме того, $r_3 = \frac{2}{\varphi_3} f' = -320$ мм.

Расстояние между второй и третьей отражающими поверхностями рассчитываемой оптической системы равно $d_2 = -k_s d_1 + k_1 D/2 = 340$ мм.

В результате выполненных вычислений получаем оптическую систему, которую можно записать в виде:

$$\begin{array}{rcl} r_1 = -500 & & n_1 = 1 \\ r_2 = -200 & d_1 = -200 & n_2 = -1 \\ r_3 = -320 & d_2 = 340 & n_3 = 1 \\ & & n_4 = -1 \end{array}$$

В рассматриваемом случае коэффициент $k_{\text{ос}} \approx 0,2$. Принято считать допустимой максимальную величину $k_{\text{ос}} = 0,3$. Поэтому выходной зрачок рассматриваемой оптической системы (апертурную диафрагму) можно считать расположенным в плоскости, проходящей через вершину третьей отражающей поверхности. Исходные значения деформации отражающих поверхностей можно найти из условия отсутствия в изображении aberrаций: сферической aberrации, комы и астигматизма, определяемых коэффициентами [3, 4]

$$S_I^* = S_I = B_0, \quad S_{II}^* = S_{II} / J = K_0 + qB_0,$$

$$S_{III}^* = S_{III} / J^2 = C_0 + 2qK_0 + q^2 B_0,$$

$$B_0 = \sum_{i=1}^{i=k} h_i Q_i = \sum_{i=1}^{i=k} h_i (P_i + T_i b_i)$$

$$K_0 = -\sum_{i=1}^{i=k} W_i + \sum_{i=1}^{i=k} h_i S_i Q_i$$

$$C_0 = \sum_{j=n}^{j=m} (v_{j+1} \alpha_{j+1} - v_j \alpha_j / h_j) - 2 \sum_{i=1}^{i=k} S_i W_i + \sum_{i=1}^{i=k} h_i S_i^2 Q_i$$

где $P_i = ((\alpha_{i+1} - \alpha_i)/4)(\alpha_{i+1}^2 - \alpha_i^2)$, $W_i = (\alpha_{i+1}^2 - \alpha_i^2)/2$,

$$T_i = (\alpha_{i+1} - \alpha_i)^3 / 4, \quad S_i = \sum_{k=2}^{k=i} (d_{k-1} / h_{k-1} h_k n_k).$$

Здесь α_i ; α_{i+1} – внешние (“воздушные”) углы, образованные виртуальным лучом с оптической осью i -го тонкого зеркального компонента.

Используя соотношения $\alpha_{i+1} - \alpha_i = h_i \tilde{\varphi}_i$ и $h_{i+1} = h_i - \alpha_{i+1} \tilde{d}_{\text{э}i}$ в рассматриваемом случае при $\alpha_1 = 0$, $\alpha_4 = \alpha' = 1$; $k_1 = 1$ имеем

$$\alpha_2 = -k_s ((1 - k_{\text{ос}})/k_{\text{ос}})((k_1 + 2k_2 - 1)/k_1) = -4,$$

$$\alpha_3 = -((k_1 + 2k_2 - 1)/k_1) = -2,$$

$$h_2 = k_{\text{ос}} = 0,2, \quad h_3 = -(k_1 + 2k_2 - 1)/(2F) = -0,48,$$

$$\tilde{d}_{\text{э}1} = -(k_{\text{ос}}/k_s)(k_1/(k_1 + 2k_2 - 1)) = -0,2,$$

$$\tilde{d}_{\text{э}2} = -k_{\text{ос}}(k_1/(k_1 + 2k_2 - 1)) - k_1/2F = -0,34,$$

При этом $P_1 = \alpha_2^3/4 = T_1 = -16$, $P_2 = ((\alpha_3 - \alpha_2)/4)(\alpha_3^2 - \alpha_2^2) = -6$, $P_3 = ((\alpha_4 - \alpha_3)/4)(\alpha_4^2 - \alpha_3^2) = -9/4$,

$$T_2 = (\alpha_3 - \alpha_2)/4 = 2, \quad T_3 = (\alpha_4 - \alpha_3)/4 = 27/4,$$

$$W_1 = \alpha_2^2/2 = 8, \quad W_2 = (\alpha_3^2 - \alpha_2^2)/2 = -6,$$

$$W_3 = (\alpha_4^2 - \alpha_3^2)/2 = -3/2.$$

Тогда $B_0 = h_1 Q_1 + h_2 Q_2 + h_3 Q_3 = -16,12 - 16b_1 + 0,4b_2 - 3,24b_3$, $K_0 = -W_1 - W_2 - W_3 + h_2 S_2 Q_2 + h_3 S_3 Q_3 = 3,445 - 0,4b_2 - 8,235b_3$, $C_0 = \alpha_2/h_1 + (\alpha_3 - \alpha_2)/h_2 + (1 - \alpha_3)/h_3 - 2S_2 W_2 - 2S_3 W_3 + h_2 S_2^2 Q_2 + h_3 S_3^2 Q_3 = 1,1518 + 0,4b_2 - 20,9304b_3$.

Из условий $S_I = 0$, $S_{II} = 0$, $S_{III} = 0$ следуют условия $B_0 = 0$, $K_0 = 0$, $C_0 = 0$, при соблюдении которых получим систему уравнений

$$b_1 - 0,25b_2 + 0,2025b_3 + 1,0075 = 0;$$

$$b_2 + 20,587b_3 - 8,6125 = 0;$$

$$b_2 - 52,326b_3 + 2,8795 = 0.$$

Решив эту систему уравнений, получаем $b_1 = -0,905$, $b_2 = 5,368$, $b_3 = 0,158$.

Последующая оптимизация значений коэффициентов деформации b_1 , b_2 и b_3 отражающих поверхностей по критерию минимизации значений сферической aberrации, комы и астигматизма приводит к получению системы, конструктивные параметры которой приведены в табл. 1.

Из анализа соотношений величин, определяющих расстояние d_1 , диаметр зеркала D_3 и стрелку “прогиба” первого по ходу луча зеркала, приведенных в табл. 1, следует, что при выбранном положении промежуточного изображения значительная часть световых пучков лучей, направляемых малым плоским зеркалом на третью отражающую поверхность, будет виньетироваться поверхностью первого зеркала. Устранить этот недостаток системы можно или уменьшением относительного отверстия рассматриваемой оптической системы, или изменением положения промежуточного изображения. Положив $k_s = 0,3$ и выполнив аналогичные предыдущим вычисления, получаем систему, свободную от указанного недостатка. В полученной системе коэффициент $k_{\text{ос}} = 0,1485 \approx 0,15$. Выполнив оптимизацию коэффициентов деформации b_1 , b_2 и b_3 отражаю-

Таблица 1. Конструктивные параметры

№ пов-ти	Радиусы	D	Марки стекол	Показат. преломл.	Световые диаметры	Стрелки
			–	1,000		
1	–500,000A*	–200,00	–	–1,000	486,70	–59,57
2	–200,000A**	340,00	–	1,000	115,45	–7,54
3	–320,000A***		–	–1,000	192,01	–14,64
*A = –0,099135358 **A = 5,54480072 ***A = –0,7053437132						

Таблица 2. Конструктивные параметры

№ пов-ти	Радиусы	D	Марки стекол	Показат. преломл.	Световые диаметры	Стрелки
			–	1,000		
1	–581,330A*	–247,50	–	–1,000	493,68	–52,64
2	–206,200A**	314,25	–	1,000	89,78	–4,46
3	–320,000A***		–	–1,000	192,31	–14,70
*A = –0,09687300 **A = 8,87392469 ***A = –0,7376407322						

щих поверхностей при положении апертурной диафрагмы, совпадающем с выходным зрачком системы, в плоскости, проходящей через вершину третьей отражающей поверхности, получаем систему, конструктивные параметры которой приведены в табл. 2.

Конструктивно малое плоское зеркало расположено в сходящемся пучке лучей, отраженном поверхностью третьего зеркала, и, следовательно, экранирует центральную зону пучка лучей. Заметим, что линейные размеры плоского зеркала определяются линейным полем промежуточного изображения. Следовательно, экранируемая плоским зеркалом центральная зона пучка лучей определяет угловое поле рассматриваемой оптической системы в целом.

Диаметр светового пучка лучей в плоскости, перпендикулярной оптической оси третьего компонента и содержащей оптическую ось двухкомпонентной системы, равен $D_p = (\alpha'_3 + \alpha_3)2|\operatorname{tg}\sigma'| = [(2k_2 - 1)/(1 - \sin^2\sigma')^{1/2}]D|\sin\sigma'|$. Но $|\sin\sigma'| = D/(2|f'|) = F/2$. При этом

$$D_p = (2k_2 - 1)D/\sqrt{4F^2 - 1}. \quad (24)$$

Полагая $2y' \approx k_{\text{ос}}D_p$, где $2y'$ – диаметр изображения, образованного двухкомпонентной системой, получаем

$$\begin{aligned} 2|\operatorname{tg}\omega| &= 2y'/f'_{12} = |V_3/f'|k_{\text{ос}}D_p = \\ &= |V_3/f'|((2k_2 - 1)/(\sqrt{4F_2 - 1}))k_{\text{ос}}D \end{aligned} \quad \text{или} \quad (25)$$

$$2|\operatorname{tg}\omega| \leq |V_3|((2k_2 - 1)/(F\sqrt{4F_2 - 1}))k_{\text{ос}}$$

Отсюда следует, что чем больше величина коэффициента k_2 и чем меньше величина F , тем больше угловое поле системы. Следует иметь в

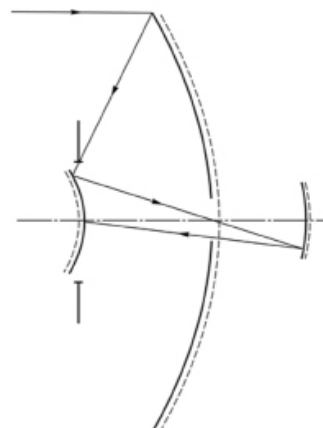


Рис. 4. Схема оптики трехзеркального объектива.

виду, что чем больше k_2 , тем больше абсолютная величина V_3 , а, следовательно, тем больше светосила двухкомпонентной системы. Заметим, что при $F = 2,5$, $V_3 = -2^\times$ и $k_2 = 1,1$ величина $2|\text{tgw}| = 0,196k_{\text{оо}}$. При $k_{\text{оо}} = 0,3$ угловое поле $2w = 3^\circ 22'$.

При $k_s > 0,5$ диаметр светового пятна на поверхности первого зеркала, образованного отраженным от поверхности второго зеркала излучением, меньше диаметра последнего, что позволяет совместить оптическую ось третьего компонента с оптической осью двухкомпонентной системы (т.е., позволяет исключить из схемы плоское зеркало), расположив поверхность конечного изображения в плоскости, проходящей через вершину поверхности второго зеркала (в реальной системе чуть дальше), как показано на рис. 4. При этом расстояние от третьего компонента до плоскости изображения равно: $a'_3 = k_s d_{\text{оо}1} - a_3$. В соответствии с формулой (7) при $\varphi = 1$ произведение $k_s d_{\text{оо}1} = k_{\text{оо}}$. Используя формулу отрезков, находим, что оптическая сила третьего компонента в масштабе оптической силы двухкомпонентной системы равна

$$\varphi_3 = (a_3 - a'_3)/a_3 a'_3 = (2a_3 - k_{\text{оо}})/(a_3(k_{\text{оо}} - a_3)). \quad (26)$$

В этом случае кривизна поверхности изображения определяется коэффициентом $S_{\text{IV}\Sigma} = -\varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3 = S_{\text{IV}} - \varphi_3$, где коэффициент S_{IV} в соответствии с выражением (11) равен

$$S_{\text{IV}} = [k_s(1 - k_{\text{оо}})^2 - k_{\text{оо}}]/k_{\text{оо}}^2. \quad (27)$$

При $S_{\text{IV}\Sigma} = 0$: $S_{\text{IV}} = \varphi_3$. В соответствии с выражением (27) величина $\varphi_3 > 0$ при $k_s > k_{\text{оо}}/(1 - k_{\text{оо}})^2$, при этом чем меньше величина $k_{\text{оо}}$ и чем больше k_s , тем больше величина φ_3 . Выражение (26) можно преобразовать в уравнение вида:

$$a_3^2 - (k_{\text{оо}} - 2/\varphi_3)a_3 - k_{\text{оо}}/\varphi_3 = 0, \quad (28)$$

где $\varphi_3 = S_{\text{IV}}$. Решив уравнение (28) относительно величины a_3 и выбрав корень уравнения, удовлетворяющий конструктивному условию решаемой задачи ($a_3 < 0$), получаем

$$a_3 = k_{\text{оо}}/2 - (1/\varphi_3)(1 + \sqrt{1 + k_{\text{оо}}^2 \varphi_3^2/4}). \quad (29)$$

При этом

$$a'_3 = k_{\text{оо}} - a_3 = k_{\text{оо}}/2 + (1 + \sqrt{1 + k_{\text{оо}}^2 \varphi_3^2/4})/\varphi_3. \quad (30)$$

Важным параметром, определяющим светосилу двухкомпонентной системы, является поперечное увеличение изображения, образованного третьим компонентом, равное

$$V_3 = a'_3/a_3 = [k_{\text{оо}}\varphi_3 + 2(1 + \sqrt{1 + k_{\text{оо}}^2 \varphi_3^2/4})] / [k_{\text{оо}}\varphi_3 - 2(1 + \sqrt{1 + k_{\text{оо}}^2 \varphi_3^2/4})]. \quad (31)$$

Фокусное расстояние рассматриваемой оптической системы в целом равно

$$f' = V_3 f'_{12} \quad (32)$$

При этом оптические силы зеркальных компонентов системы, приведенные к оптической силе системы в целом, равны $\tilde{\varphi}_i = V_3 \varphi_i$, где $i = 1, 2, 3$.

Пусть, например, $k_s = 1$ при $k_{\text{оо}} = 0,2$. Подставив эти величины последовательно в формулы (9), (10) и (27), при $S_{\text{IV}} = \varphi_3$ получаем $\varphi = 4$, $\varphi_2 = -15$, $\varphi_3 = 11$. При этом, используя формулы (29) и (30), находим, что $a_3 = -0,126$, а $a'_3 = 0,326$. Следовательно, $V_3 = a'_3/a_3 = -2,5673^\times$. Тогда при $f' = -1000$ мм фокусное расстояние $f'_{12} = 386,5$ мм. В результате имеем: $r_1 = -2f'_{12}/\varphi_1 = -193,25$ мм; $r_2 = 2f'_{12}/\varphi_2 = -51,52$ мм; $r_3 = -2f'_{12}/\varphi_3 = -70,27$ мм; $d_1 = -d_{\text{оо}1} f'_{12} = -77,30$ мм; $a_1 = a_{\text{оо}1} f'_{12} = -48,70$ мм; $a'_1 = -a'_{\text{оо}1} f'_{12} = -126,00$ мм; $d_2 = k_s d_{\text{оо}1} f'_{12} - a_3 = 77,30 + 48,70 = 126$ мм.

При равных нулю значениях первых трех первичных aberrаций изображения коэффициенты деформации поверхностей $b_1 = -0,979$, $b_2 = -1,893$, $b_3 = 0,063$. Выполнив оптимизацию этих коэффициентов при положении апертурной диафрагмы в плоскости, проходящей через вершину второй отражающей поверхности, получаем систему, конструктивные параметры которой приведены в табл. 3. Заметим, что диафрагменное число первого компонента приближается к предельному при $D > 250$ мм. Таким образом, предельное диафрагменное число полученной системы не может быть меньше $F \approx 4$.

Линейное поле изображения определяется экранируемой центральной зоной второй отражающей поверхности, световой диаметр которой $D_p = k_{\text{оо}} D$. Приравняв диаметр экранируемой зоны поверхности диаметру изображения, имеем $2y' = k_w D_p$, где k_w – допустимая максимальная величина коэффициента экранирования по диаметру осевого пучка лучей. Тогда угловое поле системы определится очевидным выражением вида $2|\text{tgw}| = 2y'/|f'| = k_{\text{оо}} k_w D/|f'|$.

Таблица 3. Конструктивные параметры

№ пов-ти	Радиусы	D	Марки стекол	Показат. преломл.	Световые диаметры	Стрелки
			–	1,000		
1	-193,250A*	-77,30	–	-1,000	256,14	-42,54
2	-51,530A**	126,00	–	1,000	55,04	-6,68
3	-70,230A***		–	-1,000	40,18	-2,90
*A = -0,0213700808 **A = 1,54785355 ***A = -0,4247235619						

Таблица 4. Конструктивные параметры

№ пов-ти	Радиусы	D	Марки стекол	Показат. преломл.	Световые диаметры	Стрелки
			–	1,000		
1	-369,500A*	-138,56	–	-1,000	422,39	-60,71
2	-138,560A**	310,85	–	1,000	107,84	-9,73
3	-221,700A***		–	-1,000	168,86	-16,46
*A = -0,0703326808 **A = 2,22458851 ***A = -0,6204601131						

При $k_w = k_{oo}$: $2|tgw| = k_{oo}^2 D / |f'|$. В приведенном примере $k_{oo} = 0,2$. Положив $k_w = 0,3$, получаем $2|tgw| = 0,012$, т.е. $2w \approx 42'$.

Если при $k_s = 1$ принять $k_{oo} = 0,25$, то $\varphi_1 = 3$, $\varphi_2 = -8$, $\varphi_3 = 5$. При этом $a_3 = -0,31085$, $a'_3 = d_2 = 0,56085$.

Выполнив оптимизацию коэффициентов b_1 , b_2 и b_3 деформации отражающих поверхностей при положении апертурной диафрагмы в плоскости, проходящей через вершину второй отражающей поверхности, получаем систему, конструктивные параметры которой представлены в табл. 4. Диафрагменное число полученной системы $F = 2,5$, угловое поле $2w \approx 1^\circ 45'$. Заметим, что с увеличением коэффициента k_{oo} увеличивается и длина системы.

Итак, дополнение двухкомпонентной системы третьим компонентом приводит к уменьшению светосилы оптической системы в целом, что определяет требуемое увеличение светосилы двухкомпонентной системы. Однако с увеличением светосилы увеличивается величина центрального экранирования реального осевого пучка лучей в двухкомпонентной системе. Рассмотрим это явление на примере системы Кассегрена, схема которой представлена на рис. 5.

На рис. 5 показан ход луча, параллельного оптической оси системы и падающего в точку $N_1(Y, Z)$ первой отражающей поверхности. От-

раженный от первой поверхности луч падает в точку $N_2(y, z)$ второй поверхности, после отражения от которой пересекает оптическую ось в точке F' . Смысл обозначенных на рис. 5 буквами величин вполне очевиден. Линией $W-W$, проходящей через произвольную точку A_0 на оптической оси системы перпендикулярно к ней, обозначен волновой фронт излучения, падающего на оптическую систему. В соответствии с принципом таутохронизма и принятыми обозначениями на рис. 5 имеем

$$n_1 A N_1 + n_2 N_1 N_2 + n_3 N_2 F' = n_1 A_0 O_1 + n_2 O_1 O_2 + O_2 F'. \quad (33)$$

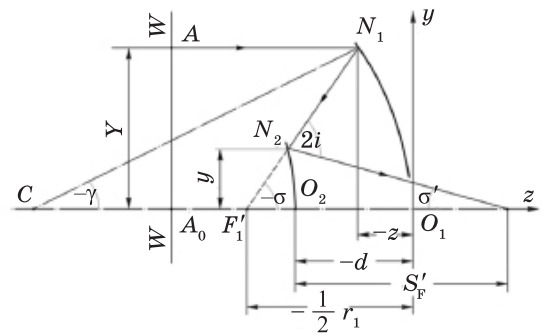


Рис. 5. Ход луча осевого пучка в двухзеркальной системе.

Но $n_1 = -n_2 = n_3 = 1$. Учитывая это, перепишем выражение (33) в виде

$$AN_1 - N_1N_2 + N_2F' = A_0O_1 - O_1O_2 + O_2F'. \quad (34)$$

В соответствии с рис. 5 $AN_1 - A_0O_1 = Z$. Кроме того, учитывая, что $O_1O_2 = -d$, а $O_2F' = s'_F$, выражение (34) можно представить в виде

$$N_1N_2 = Z + N_2F' - d - s'_F.$$

Покажем, что с увеличением диаметра осевого пучка лучей оптическая длина отрезка N_1N_2 уменьшается, а, следовательно, увеличивается отношение $k_s = y/Y$, определяющее действительную величину центрального экранирования пучка лучей. Заметим, что в параксиальной области, т.е. при $Y \rightarrow 0$, величина $k_s \rightarrow k_{os}$. В случае сочетания двух декартовых отражающих поверхностей первая поверхность имеет форму параболоида ($e^2 = 1$), а вторая поверхность может иметь форму эллипсоида вращения (система Грегори) или, как в рассматриваемом случае, форму гиперболоида вращения, когда $e^2 = (1 + \varphi_1)^2 / (1 - \varphi_1)^2$; при этом в соответствии с рис. 5 и свойствами гиперболы имеем:

$F_1F' = 2c$, а $N_2F' - N_2F'_1 = O_2F' - O_2F'_1 = 2a$, где $2a$ – расстояние между вершинами ветвей гиперболы, $2c$ – расстояние между геометрическими фокусами ветвей гиперболы, причем отношение $c/a = e$ – эксцентриситет гиперболы. Обозначим $O_2F' = s'$, $O_2F'_1 = -s$. Тогда $e = c/a = (s' - s)/(s' + s)$.

Поперечное увеличение изображения, образованного второй отражающей поверхностью, равно $V_2 = n_2s'/(n_3s) = -s'/s$. При этом

$$e = -(1 + V_2)/(1 - V_2) \quad (35)$$

Отсюда следует, что $V_2 = -(1 + e)/(1 - e)$ (36)

В соответствии с рис. 5 имеем

$$\sin 2i/2c = \sin \sigma'/N_2F'_1 = -\sin \sigma/N_2F'. \quad (37)$$

Из равенства второго соотношения третьему следует, что $N_2F'_1 = -N_2F'\sin \sigma'/\sin \sigma$. Тогда $2a = N_2F' - N_2F'_1 = N_2F'(1 + \sin \sigma'/\sin \sigma)$.

При этом

$$N_2F' = 2a \sin \sigma / (\sin \sigma + \sin \sigma') \quad (38)$$

В соответствии с рисунком $y = N_2F'\sin \sigma' = 2a \sin \sigma \sin \sigma' / (\sin \sigma + \sin \sigma')$.

Это выражение удобно преобразовать к виду:

$$y = 4a \operatorname{tg}(\sigma/2) \operatorname{tg}(\sigma'/2) / \left[(1 + \operatorname{tg}(\sigma/2) \operatorname{tg}(\sigma'/2)) \times (\operatorname{tg}(\sigma/2) + \operatorname{tg}(\sigma'/2)) \right]. \quad (39)$$

Из рисунка следует, что угол $2i = \sigma' - \sigma$. Тогда с учетом этого из равенства первого соотношения третьему в выражении (37) находим, что

$$N_2F' = -2c \sin \sigma / \sin(\sigma' - \sigma). \quad (40)$$

Приравняв правые части выражений (38) и (40), получаем

$$\sin(\sigma - \sigma') = e(\sin \sigma + \sin \sigma').$$

Полученное выражение легко преобразовать к виду: $\operatorname{tg}(\sigma'/2) = [(1 - e)/(1 + e)] \operatorname{tg}(\sigma/2)$.

Учитывая соотношение (36), имеем $\operatorname{tg}(\sigma'/2) = -\operatorname{tg}(\sigma/2)/V_2$. Подставив это соотношение в выражение (39), получаем

$$y = 4a(V_2/1 - V_2) \operatorname{tg}(\sigma/2) / (V_2 - \operatorname{tg}^2(\sigma/2)). \quad (41)$$

Определив параболоид уравнением $y^2 = 2rz$, находим, что $dz/dy = y/r$. В рассматриваемом случае $dz/dy = \operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg}(\sigma/2) = Y/r_1$. При этом выражение (41) можно преобразовать к виду: $y = 4(c/e)(V_2/(1 - V_2))(r_1Y/(V_2r_1^2 - Y^2))$. Отсюда следует, что действительная величина коэффициента центрального экранирования осевого пучка лучей равна:

$$k_y = y/Y = 4 \left[(c/e)V_2/(1 - V_2) \right] \left[r_1/(V_2r_1^2 - Y^2) \right]. \quad (42)$$

Учитывая, что эксцентриситет гиперболы $e > 1$ и оптическая сила первого компонента $\varphi_1 > 1$, выбираем значение

$$e = \sqrt{(1 + \varphi_1)^2 / (1 - \varphi_1)^2} = -(1 + \varphi_1)/(1 - \varphi_1). \quad (43)$$

Из выражений (35), (43) и (1) следует, что при $\varphi = 1$

$$V_2 = \varphi_1 = -2/r_1. \quad (44)$$

В соответствии с рис. 5

$$2c = -r_1/2 - k_s d + d = d(1 - k_s), \quad (45)$$

где $d = -d_{s1}$. Соотношения (8), (9), (43), (44) и (45) позволяют выражение (42) преобразовать к виду:

$$k_s = k_{os} / [1 - k_s(1 - k_{os}) / (4k_{os})Y^2] \quad (46)$$

или $k_s = k_{os} / (1 - [(1/k_s)k_{os} / (1 - k_{os})] / \operatorname{tg}^2(\sigma/2))$ (47)

Поскольку линейные величины в полученных выражениях представлены в масштабе фокусного расстояния системы, величина $D = 1/F$, где F – диафрагменное число системы. Тогда при $Y = D/2$ выражение (46) можно представить в виде:

$$1/\tilde{k}_3 = 1 - k_s(1 - k_{os})/(16k_{os}F^2), \quad (48)$$

где $\tilde{k}_3 = k_3/k_{os}$ при $1 < \tilde{k}_3 \leq 1/k_{os}$. Легко убедиться, что $\tilde{k}_3 \rightarrow 1$ при $k_{os} \rightarrow 1$ или при $F \rightarrow 1$. В рассматриваемом случае $0 < k_{os} < 1$, при этом чем больше величина k_{os} , тем меньше величина \tilde{k}_3 отличается от единицы. Так, например, при $k_s = 1$, $F = 1$ и $k_{os} = 0,2$ коэффициент $\tilde{k}_3 = 4/3$ при $k_3 \approx 0,267$; если $k_{os} = 0,3$, то $\tilde{k}_3 = 48/41 \approx 7/6$ при $k_3 \approx 0,351$.

Пусть при $Y = D/2$ угол σ достигает своего предельного значения: $\sigma = -\pi/2$. Положив в выражении (47) величину $\text{tg}^2(\sigma/2) = \text{tg}^2(\pi/4) = 1$, преобразуем его к уравнению вида:

$$k_{os}^2 - [1 + k_s(1 + k_s)/k_s]k_{os} + k_s = 0. \quad (49)$$

В рассматриваемом случае $\text{tg}^2\sigma/2 = D^2/(4r_1^2) = \varphi_1^2/(16F^2)$. Отсюда следует, что при $\sigma = -\pi/2$ диафрагменное число

$$F_{\min} = \varphi_1/4 = k_s(1 - k_{os})(4k_{os}). \quad (50)$$

Заметим, что при $k_s = 1$ уравнение (49) принимает вид уравнения (11) при $S_{IV} = 0$. Положив

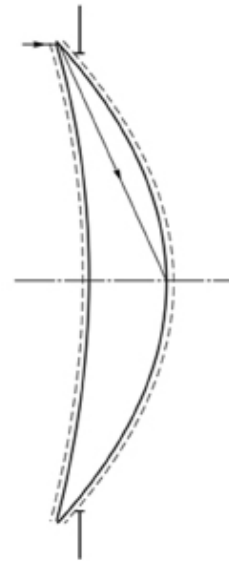


Рис. 6. Экранирование пучка лучей при $k_{os} \neq 1$.

при этом $k_s = 1$, получаем $k_{os} = 0,382$. При этом в соответствии с формулой (50) число $F = 0,404$, что меньше предельного значения $F = 0,5$. Однако, при $F = 0,404$ задняя числовая апертура пучка лучей $\sin\sigma' = 0,894$. Это объясняется тем, что в системе Кассегрена велика величина отступления от условия синусов. В рассматриваемом случае $\eta = \Delta f'/f' = 0,382$. Конструктивные параметры такой системы при $f' = 100$ мм

Таблица 5. Конструктивные параметры

№ пов-ти	Радиусы	D	Марки стекол	Показат. преломл.	Световые диаметры	Стрелки
			–	1,000		
1	-123,607A*	-38,20	–	-1,000	247,33	-61,86
2	-123,607A**		–	1,000	247,29	-23,61
$A^* = 0 \ A^{**} = 16,950544$						

Таблица 6. Конструктивные параметры

№ пов-ти	Радиусы	D	Марки стекол	Показат. преломл.	Световые диаметры	Стрелки
			–	1,000		
1	-85,714A*	-30,00	–	-1,000	201,09	-54,05
2	-45,000A**		–	1,000	69,22	-24,02
$A^* = 0 \ A^{**} = 5,25019447$						

Таблица 7. Конструктивные параметры

№ пов-ти	Радиусы	D	Марки стекло	Показат. преломл.	Световые диаметры	Стрелки
			–	1,000		
1	–433,090A*	–178,00	–	–1,000	426,60	–53,14
2	–98,400A**	300,00	–	1,000	69,22	–6,19
3	0,000	–100,82	–	–1,000	116,13	0,00
4	127,320A***		–	1,000	160,21	26,58
* $A_1 = -0,196571475$ $A_2 = -0,00016610495$						
** $A = -0,5188239702$						
*** $A_1 = -0,4830980473$ $A_2 = -0,00060447796$						

представлены в табл. 5, а схема оптики с ходом осевого луча показана на рис. 6. Таким образом, при $k_s = 1$ предельная величина апертуры ограничивается “естественной” диафрагмой [5–7].

При $k_s = 1$ и при $k_{oo} = 0,3$ предельное значение коэффициента $k_s = 0,525$. При этом диафрагменное число $F_{\min} = 0,583$. Конструктивные параметры такой системы приведены в табл. 6.

При разработке оптической системы число F и коэффициент k_s , как правило, представляют собой заданные (известные) величины. Значение коэффициента k_s выбирают из конструктивных соображений. Для определения величины коэффициента k_{oo} , определяющего при этом конструктивные параметры системы, выражение (48) удобно представить в виде

$$k_{oo}^2 - k_s(1 + \psi)/k_{oo} + k_s\psi = 0, \quad (51)$$

где $\psi = k_s/16F^2$. При рассмотренном построении трехзеркальной оптической системы весьма не просто получить систему при $F < 2$. Однако потребность в высокосветосильных системах (при $F \leq 1$) вполне возможна. Задачу построения такой системы можно решить, если положить $V_3 > -1^*$.

Следует обратить внимание на тот факт, что уравнение (51) имеет действительное решение при $k_s^2(1 + \psi)^2 - 4k_s\psi \geq 0$. Учитывая, что $\psi > 0$ и $k_s > 0$, справедливо условие:

$$k_s \geq 4\psi/(1 + \psi)^2 = 64k_sF^2/(k_s + 16F^2)^2 \quad (52)$$

При $k_s = 1$ и $F = 1$: $k_s \geq 0,22$. Подставив эти величины в уравнение (51), получаем $k_{oo} \geq 0,12$. С другой стороны, при $S_{IV} = \varphi_3 = 0$ выражение (27) принимает вид уравнения: $k_{oo}^2 - (1 + 2k_s)/k_s k_{oo} + 1 = 0$. При $k_s = 1$ величина коэффициента $k_{oo} = 0,38$. Таким образом, при $k_s = 1$ и $F = 1$ задача разработки трехзеркального плананастигмата возможна при $0,12 < k_{oo} < 0,38$.

Из формулы (27) следует, что чем больше величина коэффициента k_s и чем меньше величина коэффициента k_{oo} , тем больше величина коэффициента S_{IV} , равного оптической силе φ_3 , тем меньше абсолютная величина отрезков, равных расстояниям от третьего компонента до плоскостей предмета и изображения. Пусть требуется вычислить параметры трехзеркальной системы при $f' = -400$ мм, $F' = 1$, $k_s = 0,25$, $V_3 = -0,4^*$. Пусть $k_s = 1$. Подставив соответствующие величины в уравнение (51) и решив его, получаем $k_{oo} = 0,178$. Используя формулы (8), (9),

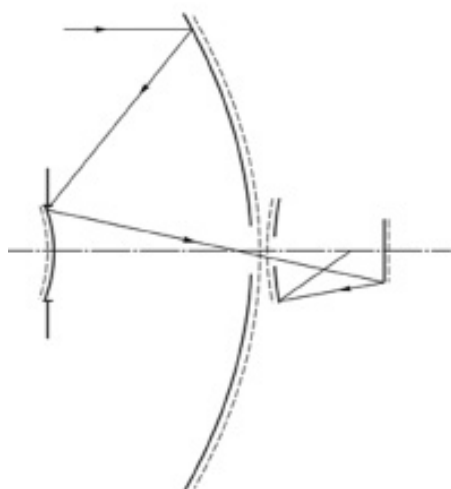


Рис. 7. Схема оптики трехзеркального объектива.

(10) и (27), находим, что $d_{31} = 0,178$, $\varphi_1 = 4,618$, $\varphi_2 = -20,326$, $\varphi_3 = 15,708$. Учитывая, что $f'_{12} = f'/V_3 = 1000$ мм, получаем $r_1 = -2f'_{12}/\varphi_1 = -433,09$ мм, $r_2 = -98,40$ мм, $r_3 = -127,32$ мм; $d_1 = -d_{31}f'_{12} = -178$ мм. Используя формулу отрезков в виде $(1/a'_{33}) - (1/a_{33}) = \varphi_3$, находим, что при $v_3 = -0,4^x$ отрезок $a_3 = a_{33}f'_{12} = -222,82$ мм, $a'_3 = 89,13$. При этом $d_2 = 400,82$ мм. Между второй и третьей отражающими поверхностями удобно поместить плоское зеркало. Определим отражающие поверхности уравнением вида: $x^2 + y^2 = 2r_i z + b_{1i} z^2 + b_{2i} z^3 + \dots + b_{n-1i} z^n$. Выполнив оптимизацию коэффициентов, определяющих форму отражающих поверхностей, при апер-

турной диафрагме, совмещенной с плоским зеркалом, получаем систему, конструктивные параметры которой приведены в табл. 7. Схема полученной оптической системы показана на рис. 7. При этом плоское зеркало может быть расположено под углом к оптической оси двухкомпонентной системы. С увеличением коэффициента k_s и уменьшением коэффициента k_3 диаметр третьего зеркала растет, превосходя диаметр входного зрачка.

Предложенная методика позволяет не только рассчитать, но и выполнить анализ габаритных и абберационных свойств трехзеркальных систем рассмотренных конструкций.

* * * * *

ЛИТЕРАТУРА

1. *Слюсарев Г. Г.* Методы расчета оптических систем. Л.: Машиностроение, 1969, 672 с.
2. *Зверев В.А., Шепелевич А. Н.* Понятие тонкого компонента в системе отражающих поверхностей. // Оптический журнал. 2006. Т.73 №12. С.21-26.
3. *Зверев В. А.* Основы геометрической оптики. СПб: СПбГИТМО (ТУ), 2002, 218с.
4. *Чуриловский В. Н.* Теория хроматизма и аббераций третьего порядка. Л.: Машиностроение, 1968. 312с.
5. *Зверев В. А.* Оптическая система из двух зеркальных поверхностей. // ОМП, 1968, №10. С. 24–29.
6. *Власов А. Г., Крупн Д. М.* // Опт. и спектр. 1963. XV. Вып. 5, С.676.
7. *Bartkowski Z.* Pomiar, automat., kontrola, 1959. 5. № 11–12, P. 436.