

ФОТОЭЛЕКТРОННОЕ ДЕТЕКТИРОВАНИЕ ПРИ ОГРАНИЧЕНИИ ЧИСЛА НАКАПЛИВАЕМЫХ ЗАРЯДОВ (ФОТОЭЛЕКТРОНОВ)

© 2013 г. Ю. Н. Раковский, канд. тех. наук

E-mail: egorrak@yandex.ru

С позиции теории марковских процессов размножения и гибели рассмотрен процесс накопления фотоэлектронов с учетом как рекомбинации, так и ограничения числа накапливаемых фотоэлектронов. Получены выражения для отношения сигнал/шум, порогового сигнала и динамического диапазона.

Ключевые слова: фотоэлектронное детектирование, пороговый сигнал, динамический диапазон.

Коды OCIS: 040.5160; 270.2500.

Поступила в редакцию 26.02.2013.

Настоящая работа является обобщением рассмотренной в [1] нелинейной модели фотоэлектрического детектирования с накоплением заряда на случай, когда число накапливаемых зарядов (фотоэлектронов) ограничено.

Дифференциальные уравнения процесса размножения и гибели для математического ожидания и дисперсии числа суммируемых событий имеют вид [2]

$$\frac{dm(t)}{dt} = \mu(t) - m(t) \left[\gamma(t) + \frac{\mu(t)}{n(t)} \right], \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{dD(t)}{dt} = & \mu(t) - m(t) \left[\frac{\mu(t)}{n(t)} - \gamma(t) \right] - \\ & - 2D(t) \left[\gamma(t) + \frac{\mu(t)}{n(t)} \right], \end{aligned} \quad (2)$$

где $\mu(t)$ – интенсивность (число в единицу времени) ординарного независимого потока появления фотоэлектронов в момент времени t , $\gamma(t)$ – интенсивность потока исключения событий (рекомбинации), $n(t)$ – максимально возможное к моменту t значение числа событий

(ограничение числа накапливаемых зарядов), $m(t)$ – математическое ожидание, $D(t)$ – дисперсия числа событий (числа фотоэлектронов). Решения уравнений (1) и (2) при нулевых начальных условиях имеют вид

$$m(t) = \int_0^t \mu(x) \exp \left\{ - \int_x^t \left[\frac{\mu(y)}{n(y)} + \gamma(y) \right] dy \right\}, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} D(t) = & \int_0^t \left[\mu(x) + m(x) \left(\gamma(x) - \frac{\mu(x)}{n(x)} \right) \right] \times \\ & \times \exp \left\{ - 2 \int_x^t \left[\frac{\mu(y)}{n(y)} + \gamma(y) \right] dy \right\} dx. \end{aligned} \quad (4)$$

Считается, что фотоэлектрон рекомбинирует с неизменной во времени вероятностью (ξ). Тогда по теореме о редущих потоках событий [3] интенсивность потока исключения событий равна

$$\gamma(t) = \xi \mu(t). \quad (5)$$

Дальнейший анализ проводится при условии, что на интервале накопления $[0, t]$ величины μ и n можно считать постоянными. При этом

$$m(t) = \frac{1}{\xi + 1/n} [1 - e^{-\mu t(\xi + 1/n)}], \quad (6)$$

$$D(t) = m(t)[1 - m(t)/n], \quad (7)$$

где $m(t)$ и $D(t)$ – математическое ожидание и дисперсия числа фотоэлектронов, накопленных к моменту t (в силу нулевых начальных условий t – время накопления). При $n = \infty$ эти выражения переходят в формулы, полученные в [1].

Из выражений (6) и (7) следует, что

– при конечном значении n распределение числа накопленных к моменту t фотоэлектронов не является пуассоновским,

– зависимость математического ожидания числа накопленных фотоэлектронов от времени накопления определяется суммой $\xi + 1/n$ и поэтому не позволяет различить факторы, ограничивающие величину $m(t)$ (рекомбинация $\xi \neq 0$ или $n < \infty$),

– зависимость дисперсии от времени накопления имеет максимум.

Последнее легко показать, введя коэффициент заполнения

$$\rho(t) = \frac{m(t)}{n}. \quad (8)$$

При этом выражение для дисперсии принимает вид

$$D(t) = n\rho(t)[1 - \rho(t)], \quad (9)$$

откуда с учетом неравенства $\rho(t) \leq 1$ следует, что

$$D(t) \leq n/4. \quad (10)$$

Равенство в (10) имеет место при $\rho(t) = 0,5$. Экспериментальным подтверждением этого результата можно считать приведенную в [4] зависимость дисперсии от времени накопления, где отмечено, что максимум достигнут при коэффициенте заполнения “потенциальной ямы” около 0,55.

Время накопления, соответствующее максимуму зависимости $D(t)$, равно

$$t_m = \frac{\ln \frac{2}{1 - \xi n}}{\mu(\xi + 1/n)}. \quad (11)$$

Выражения (6) и (7) позволяют теоретически по измеренным значениям математического ожидания и дисперсии определить параметры n и ξ :

$$n = \frac{m(t)}{1 - D(t)/m(t)}, \quad (12)$$

$$\xi = \frac{1}{m(\infty)} - \frac{1}{n} = \frac{D(\infty)}{[m(\infty)]^2}. \quad (13)$$

Значения $m(\infty)$ и $D(\infty)$ в (13) соответствуют “установившемуся режиму” (например, при достаточно большом времени накопления).

Отношение сигнал/шум

Введем обозначения

$$\mu t = M, \quad (14)$$

$$m(M, \xi, n) = \frac{1 - e^{-M(\xi + 1/n)}}{\xi + 1/n}, \quad (15)$$

$$D(M, \xi, n) = m(M, \xi, n)[1 - m(M, \xi, n)/n]. \quad (16)$$

Величину M можно рассматривать как математическое ожидание числа накопленных фотоэлектронов в линейной модели фотодетектирования, т.е. при $\xi = 0$ и $n = \infty$. Все дальнейшие выражения являются функциями от M . Отношение сигнал/шум равно

$$\psi(M_s, M_0, \xi, n) = \frac{m(M_s + M_0, \xi, n) - m(M_0, \xi, n)}{[D(M_0, \xi, n)]^{1/2}}. \quad (17)$$

Величина M_s соответствует интенсивности потока фотоэлектронов полезного сигнала μ_s , а величина M_0 соответствует интенсивности потока электронов μ_0 в отсутствие полезного

сигнала (шум), см. (14). Отметим, что согласно ГОСТ 17772-88 дисперсия шума в выражении (17) определяется в отсутствие полезного сигнала. На рис. 1 приведена зависимость отношения сигнал/шум от параметра n при трех значениях параметра ξ . В этом примере отношение сигнал/шум, соответствующее линейной модели фотодетектирования, $M_s/(M_0)^{1/2} = 10$. Как видно из рис. 1, отличие отношения сигнал/шум от значения, соответствующего линейной модели, может быть существенным.

Пороговый сигнал

Пороговое значение полезного сигнала (M_0) определяется из уравнения

$$\psi(M_0, M_0, \xi, n) = 1. \quad (18)$$

Важной особенностью рассматриваемой нелинейной модели является существование условий (значений величин M_0, ξ, n), при которых отношение сигнал/шум (17) ни при каком (даже бесконечном) значении полезного сигнала M_s не может быть больше единицы. В этих условиях порогового сигнала, определяемого уравнением (18), не существует. Найдем эти условия. Для краткости записи последующих выражений введем обозначения:

$$z = \exp[-M_0(\xi + 1/n)], \quad (19)$$

$$\psi_{\max} = z[(1-z)(\xi + z/n)]^{-1/2}. \quad (20)$$

Тогда отношение сигнал/шум можно представить в виде:

$$\psi = [1 - \exp(-M_s(\xi + 1/n))] \psi_{\max}. \quad (21)$$

Пороговое значение полезного сигнала, удовлетворяющее условию (18), равно

$$M_0 = (\xi + 1/n)^{-1} \ln[1 - \psi_{\max}^{-1}]^{-1}. \quad (22)$$

Из (22) следует, что пороговый сигнал не существует при $\psi_{\max} \leq 1$. Граничное значение $z = z_{\min}$ (при $\psi_{\max} = 1$) есть

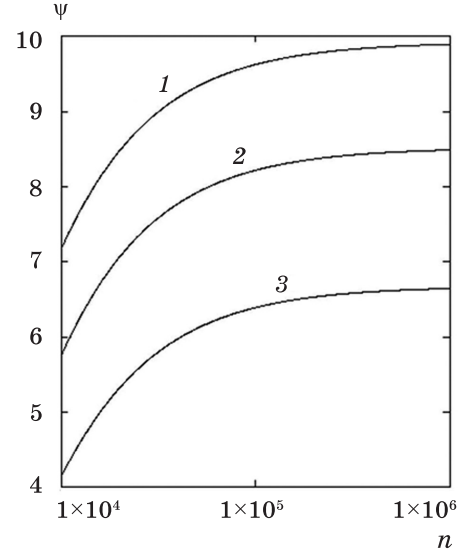


Рис. 1. Зависимость отношения сигнал/шум от параметра n при $M_s = 10^3$ и $M_0 = 10^4$: $\xi = 10^{-6}$ (1), $\xi = 2 \times 10^{-5}$ (2), $\xi = 5 \times 10^{-5}$ (3).

$$z_{\min}(\xi, n) = \sqrt{\frac{\left(\frac{1}{2} \xi - 1/n\right)^2}{2 \cdot 1 + 1/n}} + \frac{\xi}{1 + 1/n} - \left(\frac{1}{2} \xi - 1/n\right). \quad (23)$$

Соответствующее граничное значение величины $M_0 = \mu_0 t$ равно

$$M_{0\max}(\xi, n) = (\xi + 1/n)^{-1} \ln[z_{\min}(\xi, n)]^{-1}. \quad (24)$$

Пороговый сигнал в определении (18) не существует при $\mu_0 t \geq M_{0\max}$. Относительное отличие порогового сигнала (22) от порогового сигнала линейной модели ($M_0^{1/2}$), т.е. величина

$$\beta(M_0, \xi, n) = M_0 / M_0^{1/2} \quad (25)$$

в некоторых случаях может быть значительным (см. рис. 2, иллюстрирующий зависимость относительного отличия пороговых сигналов от величины M_0 при некоторых фиксированных значениях параметров ξ и n).

Динамический диапазон

Динамический диапазон определяется как отношение максимального и минимального значений полезного сигнала $M_s = \mu_s t$:

$$D = M_{S\max} / M_{S\min}. \quad (26)$$

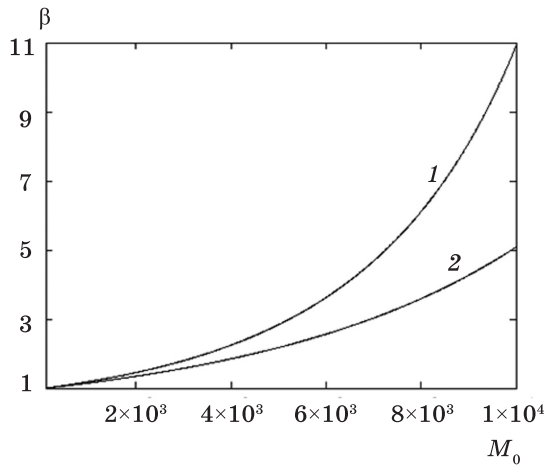


Рис. 2. Зависимость различия пороговых сигналов нелинейной и линейной моделей от величины M_0 при $\xi = 2 \times 10^{-4}$: $n = 10^4$ (1), $n = 10^8$ (2).

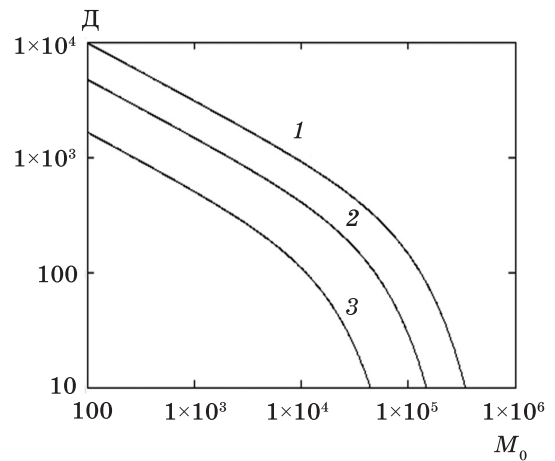


Рис. 3. Зависимость динамического диапазона от величины M_0 : $\xi = 10^{-5}$, $n = 10^7$ (1); $\xi = 2 \times 10^{-5}$, $n = 10^6$ (2); $\xi = 5 \times 10^{-5}$, $n = 10^5$ (3).

В качестве минимального сигнала обычно используют пороговое значение M_σ . В рассматриваемой нелинейной модели накопления математическое ожидание числа накопленных фотоэлектронов полезного сигнала

$$m_s = \frac{\exp[-M_0(\xi + 1/n)]}{\xi + 1/n} \times [1 - \exp(-M_s(\xi + 1/n))] \quad (27)$$

ограничено величиной

$$m_{s \max} = (\xi + 1/n)^{-1} \exp[-M_0(\xi + 1/n)]. \quad (28)$$

В этом случае в качестве максимального значения предлагается принять величину

$$M_{s \max} = \frac{m_{s \max}}{\left[\frac{dm_s}{dM_s} \right]_{M_s=0}} = \frac{1}{\xi + 1/n}. \quad (29)$$

Динамический диапазон при этом равен

$$D(M_0, \xi, n) = \left[\ln \frac{1^{-1}}{1 - \psi_{\max}^{-1}(M_0, \xi, n)} \right]. \quad (30)$$

На рис. 3 представлена зависимость динамического диапазона от величины M_0 при некоторых значениях параметров ξ и n . Как видно из рис. 3, динамический диапазон может оказаться неприемлемо малым.

ЛИТЕРАТУРА

1. Раковский Ю.Н. Нелинейная пуассоновская модель фотоэлектрического детектирования // Оптический журнал. 2008. Т. 75. № 12. С. 11–15.
2. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Задачи и упражнения по теории вероятностей. М.: АCADEMIA, 2005. 440 с.
3. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. М.: Наука, 1991. 384 с.
4. Ковчавцев А.П., Курьшев Г.Л., Базовкин В.М., Валишева Н.А., Гузев А.А., Ли И.И., Ефимов В.М., Ковалевская Т.Е., Панова З.Е. Фотоприемники зарядовой инжекции на арсениде индия // Матричные фотоприемные устройства инфракрасного диапазона под ред. Синицы С.П. Новосибирск.: Наука. 2001. 376 с.