

ГОЛОГРАФИЯ

УДК 535.417; 535.317; 778.38

ИЗОБРАЖАЮЩИЕ СВОЙСТВА ДИСКРЕТНЫХ ГОЛОГРАММ. II. ВЛИЯНИЕ МОДИФИКАЦИИ СТРУКТУРЫ ГОЛОГРАММЫ И ВЫСОКОЙ, ПРЕВЫШАЮЩЕЙ ЧАСТОТУ НАЙКВИСТА, НЕСУЩЕЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ЧАСТОТЫ ГОЛОГРАММНОЙ СТРУКТУРЫ НА ВОССТАНОВЛЕННОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ

© 2014 г. С. Н. Корешев, доктор техн. наук; О. В. Никаноров, канд. техн. наук;
Д. С. Смородинов, аспирант

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург

E-mail: smorodinov.denis@gmail.com

Рассмотрены изображающие свойства дискретных голограмм с модифицированной структурой, т.е. дискретных голограмм, характеризующихся функцией амплитудного пропускания, не содержащей слагаемого, описывающего гало, т.е. слагаемого, обусловленного взаимной интерференцией волн, порождаемых различными точками объекта. Исходя из требования пространственного разделения порядков дифракции такой голограммы установлены предельно допустимые полосы частот объектной волны и голограммы в целом. Показана возможность увеличения разрешающей способности дискретных голограмм за счет модификации их структуры. Установлена и теоретически обоснована принципиальная невозможность регистрации дискретных голограмм с пространственными частотами, превышающими частоты Найквиста регистратора голограммы, например, матричного фотоприемника. Даны рекомендации по практическому использованию свойственного дискретным голограммам эффекта подмены пространственных частот при регистрации цифровых и восстановлении синтезированных голограмм.

Ключевые слова: цифровая голография, синтез голограмм, модификация структуры голограмм, разрешающая способность дискретных голограмм, частота Найквиста.

Коды OCIS: 090.0090

Поступила в редакцию 24.10.2013

Введение

Принципиальная дискретность синтезированных и цифровых голограмм обуславливает особенности их изображающих свойств, приводящие к специфическим ограничениям, накладываемым, в частности, на минимальный размер элемента структуры объекта. Так дискретность структуры голограммы приводит в отличие от случая непрерывной голограммы к непрерывному периодическому повторению спектра поля, который восстанавливался бы с помощью непрерывной голограммы. При этом период мультипликации этого спектра равен $\xi_n = 1/d_d$, где d_d – период дискретизации голограммы. А его огибающая, описываемая функцией $\sin(\pi\xi a)/\pi\xi a$, зависит лишь от размера фокального пятна генератора изображений

в случае синтезированной голограммы или в случае цифровой голограммы фил-фактора матрицы ПЗС. Указанная мультипликация накладывает ограничения на допустимую ширину спектра объекта и, тем самым, обуславливает невозможность регистрации на дискретной голограмме объектов, характеризующихся минимальным размером структуры – менее 1,5 длин волн используемого излучения. Кроме того, она приводит к необходимости с точки зрения пространственного разделения порядков обеспечения размера пиксела голограммы, составляющего не более 1/4 от размера минимального элемента структуры объекта [1]. Перечисленные выше ограничения в ряде случаев могут быть существенно ослаблены или сняты путем использования специальной математической обработки для модификации структуры голограммы.

Модификация структуры синтезированных и цифровых голограмм как метод смягчения ограничений, накладываемых их дискретной структурой на изображающие свойства

Относительная легкость и доступность цифровой обработки цифровых и синтезированных голограмм обуславливает возможность модификации их структуры, направленной на совершенствование их изображающих свойств. Так, например, в работе [2] предлагается подавлять нулевой порядок дифракции голограммы за счет одновременной обработки нескольких голограмм одного и того же объекта, полученных при различных начальных фазовых сдвигах объектной волны. В работах [3, 4] описана модификация структуры цифровой голограммы, направленная на минимизацию либо устранение интермодуляционных помех, восстанавливаемых в нулевом порядке дифракции голограммы. Эта модификация сводится к уменьшению функции, описывающей распределение интенсивности голографического поля на значение квадрата модуля амплитуды объектной волны, получаемой в плоскости регистрации или синтеза голограммы. Такая операция, которую довольно просто осуществить в случае цифровой или синтезированной голограммы, приводит к устранению интермодуляционных помех из восстановленного с помощью дискретной голограммы поля. При ее выполнении следует иметь в виду необходимость обеспечения положительных значений интенсивности голографического поля всех пикселей апертуры голограммы. Если комплексные амплитуды объектной $A(x)$ и опорной $R(x)$ волн представить в виде

$$A(x) = a(x)\exp[i\varphi_a(x)], \quad R(x) = r\exp[i\varphi_r(x)], \quad (1)$$

где $a(x)$, r – амплитуды объектной и опорной волн соответственно, а $\varphi_a(x)$ и $\varphi_r(x)$ – сдвиги их фаз, то выражение, описывающее распределение интенсивности голографического поля, преобразуется к виду [5]

$$\begin{aligned} I &= a^2 + r^2 + ar\exp[i(\varphi_a - \varphi_r)] + \\ &\quad + ar\exp[-i(\varphi_a - \varphi_r)] = \\ &= a^2 + r^2 + 2ar\cos(\varphi_a - \varphi_r), \end{aligned} \quad (2)$$

где a , r – амплитуды объектной и опорной волн, а φ_a и φ_r – сдвиги их фаз соответственно.

После модификации структуры голограммы распределение интенсивности в ее плоскости I' будет описываться следующим выражением:

$$I' = r^2 + 2ar\cos(\varphi_a - \varphi_r). \quad (3)$$

Из формулы (3) получим выражение, описывающее минимальное значение интенсивности в плоскости модифицированной голограммы I'_{\min} , и потребуем, чтобы оно не принимало отрицательных значений

$$I'_{\min} = r^2 - 2ar \geq 0. \quad (4)$$

Положим $r^2 = ma^2$, где m – соотношение интенсивностей, формирующих голограмму пучков. Тогда из неравенства (4) получим

$$ma^2 - 2\sqrt{ma}a^2 \geq 0. \quad (5)$$

Из выражения (5) следует, что равное или превышающее 4 соотношение интенсивностей формирующих голограмму пучков обеспечивает возможность модификации ее структуры без получения отрицательных значений интенсивности голографического поля по всей поверхности апертуры голограммы. Следовательно, рассматриваемая модификация структуры возможна лишь в случае обеспечения интенсивности опорного пучка как минимум в 4 раза превышающей интенсивность объектного пучка лучей.

Устранение интермодуляционных помех дискретной голограммы оказывает существенное влияние на структуру спектра восстановленного поля и приведет ее к виду, представленному на рис. 1. На нем схематично представлен спектр амплитуды поля, восстанавливаемого с помощью дискретной голограммы с модифицированной структурой в случае объекта, характеризующегося полосой пространственных частот $\pm\Delta/2$. Отметим, что изображенные на нем пики шириной Δ соответствуют

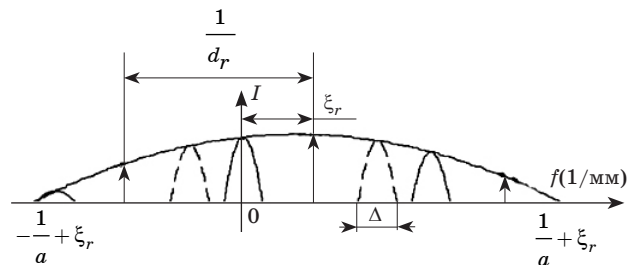


Рис. 1. Спектр поля, восстановленного с помощью модифицированной дискретной голограммы.

спектрам изображений, восстанавливаемых в первом и минус первом порядках дифракции голограммы, а стрелки – дельта-функциям, описывающим обусловленное дискретизацией голограммы периодическое повторение спектра восстанавливающей волны. Из рисунка видно, что отсутствие гало позволяет существенно увеличить по сравнению со случаем не модифицированной голограммы допустимую ширину спектра объекта, регистрируемого на дискретной голограмме, и довести ее до величины

$$\Delta_m \leq \frac{1}{2d_d}. \quad (6)$$

Сравнение выражения (6) с соответствующим выражением в работе [1], описывающим допустимую для случая немодифицированной голограммы ширину спектра объекта, свидетельствует о возможности двукратного увеличения допустимой с точки зрения обеспечения пространственного разделения порядков дифракции ширины спектра объекта за счет модификации структуры дискретной голограммы. Из рис. 1 следует, что в случае модификации структуры голограммы оптимальным исходя из обеспечения максимальной допустимой ширины спектра объекта будет выбор угла падения плоской опорной волны, равного

$$\sin|\theta_m| = \frac{\lambda}{4d_d}. \quad (7)$$

Из соотношения (7) получим выражение, описывающее минимально возможный размер пиксела модифицированной дискретной голограммы $d_{dm \min}$

$$d_{dm \min} \geq \frac{\lambda}{4}. \quad (8)$$

Выражение (7), описывающее связь ширины спектра объекта с периодом дискретизации голограммы, позволяет сформулировать ограничения, накладываемые дискретностью голограммы на максимальную пространственную частоту объекта $\xi_{om \max}$

$$|\xi_{om \max}| = \frac{\Delta_{m \max}}{2} = \frac{1}{4d_d}. \quad (9)$$

Из выражения (9) следует ограничение, накладываемое дискретной структурой голограммы на минимальный размер элемента структуры объекта a_{tm}

$$a_{tm} \geq \frac{1}{2|\xi_{om \max}|} = 2d_d. \quad (10)$$

Из выражений (9) и (10) следует, что рассматриваемая модификация структуры дискретной голограммы позволяет снять ограничение в $1,5\lambda$, накладываемое дискретностью голограммы на минимально достижимый размер элемента структуры восстановленного изображения, и довести его до значения $0,5\lambda$. При этом дифракционные ограничения на размер минимального отображаемого элемента структуры восстановленного изображения остаются в силе и, следовательно, получаемый минимальный размер элемента структуры изображения не может быть менее λ .

Следует заметить, что модификация структуры никоим образом не влияет на приведенные в работе [1] соотношения, описывающие условия пространственного разделения порядков дифракции голограммы. По-прежнему, несмотря на модификацию структуры голограммы, условием пространственного разделения порядков голограммы будет 4-кратное превышение размера пиксела объекта по сравнению с размером пиксела голограммы. Отметим, что при этом, как следует из соотношения (8), минимальный допустимый размер элемента структуры восстановленного изображения будет равен λ , т.е. длине волны используемого излучения. Таким образом, рассмотренная модификация структуры дискретной голограммы позволяет как минимум в 1,5 раза уменьшить допустимый минимальный размер элемента структуры объекта и довести его для типичного для оптики предела в λ . Невыполнение требования о 4-кратном превышении размера пиксела объекта по сравнению с размером пиксела голограммы приводит к появлению интерференционной картины, накладывающейся на восстановленное изображение объекта. Это иллюстрирует рис. 2, на котором представлено

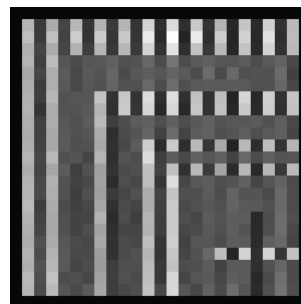


Рис. 2. Изображение, восстановленное с помощью голограммы с модифицированной структурой при $a_t = 2d_d$.

не прошедшее пороговую обработку изображение тестового объекта с размером пиксела 20 нм, равным минимальному размеру элемента структуры объекта. Это изображение восстановлено с помощью специализированного программного комплекса, приведенного в работе [6], в виртуальном пространстве на длине волны 13,5 нм с помощью модифицированной амплитудной голограммы с размером пиксела 40 нм, синтезированной при соотношении интенсивностей опорного и объектного пучков, равного 4:1. Угол падения опорной волны при синтезе голограммы выбирался оптимальным для голограммы с модифицированной структурой и был принят равным $9,7^\circ$, расстояние между плоскостями объекта и голограммы составляло 10 мкм.

На представленном изображении отчетливо видна наложенная на объект картина интерференции восстанавливающего и восстановленного пучков.

Помимо увеличения допустимой ширины спектра объекта и доведения минимального размера элемента восстанавливаемого изображения до длины волны используемого излучения рассмотренная модификация структуры голограммы обеспечивает снижение уровня помех в восстановленном изображении и, как следствие этого, обеспечивает возможность регистрации или синтеза дискретных голограмм при существенно меньших значениях угла падения опорной волны. Отметим, что этот факт имеет очень большое значение при регистрации цифровых голограмм, как правило, осуществляемой с помощью матриц ПЗС с относительно невысокой разрешающей способностью. В качестве иллюстрации такой возможности на рис. 3 представлено прошедшее пороговую обработку изображение тестового объекта. Оно было восстановлено в виртуальном пространстве с помощью амплитудной голограммы с модифицированной структурой, синтезированной при рассчитанном с помощью выражения (7) угле падения опорной волны, равном $9,7^\circ$. Соотношение интенсивностей опорного и объектного пучков при синтезе голограммы было выбрано равным 4:1. Рабочая длина волны – 13,5 нм. Размер объекта составлял 23×23 пиксела размером 80×80 нм. Минимальная ширина элемента структуры объекта была равна 1 пикселу. Размер пиксела голограммы составлял 20×20 нм, а расстояние между объектом и голограммой выбиралось

равным 20,3 мкм. Для сравнения на рис. 4 представлено изображение того же объекта, восстановленного при тех же условиях с помощью голограммы, структура которой не была модифицирована.

Структура изображения, представленного на рис. 3, точно соответствует структуре исходного объекта и остается подобной ей при изменении уровня пороговой обработки в пределах 8 градаций шкалы серого. Этого нельзя сказать об изображении, представленном на рис. 4. Из него следует, что гало, свойственное голограмме с немодифицированной структурой, привело к обрезанию правой части восстановленного изображения.

Отметим, что все приведенные выше рассуждения и результаты экспериментов, свидетельствующие о положительном влиянии рассмотренной модификации структуры на изображающие свойства дискретных голограмм, относились к случаю линейной записи голограммной структуры. Нелинейная запись голограмм, например, принципиальная нелинейность имеющих наибольшее практическое значение фазовых голограмм, обуславливает,



Рис. 3. Изображение, восстановленное с помощью голограммы с модифицированной структурой.



Рис. 4. Изображение, восстановленное с помощью голограммы без модификации структуры.

как известно, появление значительного количества ложных изображений (помех) в плоскости восстановленного изображения (см. [3]) и, как следствие этого, приводит к отсутствию положительного эффекта от модификации структуры таких дискретных голограмм. Об этом свидетельствуют и результаты проведенных авторами данной статьи экспериментов, свидетельствующие о невозможности восстановления неискаженного изображения с помощью фазовых голограмм, зарегистрированных или синтезированных при углах падения опорной волны, определяемых в соответствии с выражением (7). Тем не менее, рассмотренная модификация структуры дискретной голограммы может быть весьма полезна при регистрации цифровых голограмм, поскольку она позволяет существенно снизить несущую пространственную частоту регистрируемой структуры и обеспечить регистрацию голограммы при больших размерах пиксела приемника излучения. Отметим, что поскольку восстановление цифровых голограмм осуществляется, как правило, с помощью численных методов в виртуальном пространстве, то вид голограммы, т.е. то, что амплитудная она или фазовая, никакого значения, практически, не имеет.

Частота Найквиста при синтезе и регистрации дискретных голограмм

Характерная для монохроматического излучения “проблема 2π ” и дискретность структуры цифровых и синтезированных голограмм приводят к известному эффекту подмены регистрируемых частот [7]. Это приводит к определенной путанице в рассуждениях о предельно допустимой для них частоте голографической записи. Так, например, в работе [4] сообщается о регистрации цифровых голограмм Фурье с пространственной частотой, превышающей частоту Найквиста F_n , определяемую исходя из теоремы отсчетов как $|F_n| = 1/2d_d$. Проанализируем возможность регистрации таких голограмм, т.е. дискретных голограмм с пространственными частотами, превышающими по модулю $1/2d_d$. Сделаем это на примере дискретной голограммы двух плоских волн, одна из которых характеризуется равной нулю пространственной частотой, т.е. она падает на плоскость регистрации голограммы по нормали, а другая – пространственной частотой ξ_r . В этом случае распределение разности фаз объ-

ектной и опорной волн в плоскости регистрации голограммы $\Delta\varphi(n)$, где n – порядковый номер пиксела фотоприемника, может быть описано с помощью следующего выражения:

$$\Delta\varphi(n) = 2\pi\xi_r n d_d. \quad (11)$$

Пространственную частоту опорной волны ξ_r представим в виде

$$\xi_r = 2mF_n + \xi = \frac{2m}{2d_d} + \xi, \quad (12)$$

где $m = 0, 1, 2, \dots$. Здесь $2m$ – округленное до ближайшего четного целого числа частное от деления ξ_r на частоту Найквиста, а ξ – разность пространственных частот ξ_r и $2mF_n$. Отметим, что ξ может принимать как положительные, так и отрицательные значения, а ее модуль $|\xi| \leq |F_n|$. Тогда, подставив (12) в (11), получим

$$\Delta\varphi(n) = 2\pi n d_d (2mF_n + \xi) = 2\pi n m + 2\pi n d_d \xi. \quad (13)$$

Отметим, что, поскольку m и n – целые числа, то дискретная голограмма с пространственной частотой ξ_r , описываемая разностью фаз (13), будет полностью эквивалентна голограмме, характеризующейся пространственной частотой ξ , не превышающей по модулю частоту Найквиста. Следовательно, здесь мы сталкиваемся с типичным случаем подмены частот и принципиальной невозможностью регистрации дискретных голограмм с пространственными частотами, превышающими частоту Найквиста. Таким образом, попытка дискретной записи голограммы с пространственной частотой, превышающей по модулю частоту Найквиста, приводит, в конечном счете, к уменьшению модуля пространственной частоты получаемой дискретной голограммы на $2mF_n$ и к регистрации голограммы, характеризующейся частотой, не превышающей по модулю частоту Найквиста. То есть запись дискретных голограмм с частотами, превышающими по модулю частоту Найквиста, невозможна.

Свойственный дискретной голографической записи эффект подмены пространственных частот обуславливает возможность преодоления ограничений, накладываемых на конструкции стендов записи и восстановления дискретных голограмм относительно низкой допустимой несущей пространственной частоты таких голограмм и, следовательно, относительно малым углом схождения опорного и объектного пучков. Так можно осуществлять регистрацию цифровых голограмм с помощью опорных

волн, падающих под большим углом на плоскость регистрации голограммы, т.е. с помощью волн, пространственная частота которых существенно превышает частоту Найквиста используемого матричного фотоприемника. При этом его дискретная структура вызовет снижение эффективной пространственной частоты голограммы до частоты, не превышающей частоту Найквиста. Аналогичная операция может быть весьма полезна при восстановлении дискретных синтезированных голограмм. Она позволяет осуществлять безабберационное восстановление синтезированных голограмм при углах падения восстанавливающей волны, существенно превышающих угол падения опорной волны при синтезе голограммы.

Заключение

Рассмотрены изображающие свойства дискретной голограммы с модифицированной структурой. Исходя из требования пространственного разделения порядков дифракции

такой голограммы установлены предельно допустимые полосы частот объектной волны и голограммы в целом. Показана возможность увеличения разрешающей способности дискретных голограмм за счет модификации их структуры, направленной на устранение интермодуляционных помех в восстановленных с их помощью полях. Сформулировано условие пространственного разделения порядков дискретной голограммы, сводящееся к необходимости обеспечения размера пиксела голограммы, составляющего не более $1/4$ от размера минимального элемента структуры объекта. Установлена и теоретически обоснована принципиальная невозможность регистрации дискретных голограмм с пространственными частотами, превышающими частоты Найквиста регистратора голограммы, например, матричного фотоприемника. Даны рекомендации по практическому использованию свойственно дискретным голограммам эффекта подмены пространственных частот при регистрации цифровых и восстановлении синтезированных голограмм.

* * * * *

ЛИТЕРАТУРА

1. Корешев С.Н., Никаноров О.В., Смородинов Д.С. Изображающие свойства дискретных голограмм. Влияние дискретности голограммы на восстановленное изображение // Оптический журнал. 2014. Т. 81. № 3. С. 14–19.
2. Zhang Y., Lu Q., Ge B. Elimination of zero-order diffraction in digital off-axis holography // Opt. Commun. 2004. V. 240. № 4–6. P. 261–267.
3. Chen G., Lin C., Kuo M., Chang C. Numerical suppression of zero-order image in digital holography // Opt. Exp. 2007. V. 15. № 14. P. 8851–8856.
4. Гребенюк А.А., Гребенюк К.А., Рябухо В.П. Восстановление изображения с цифровой фурье-голограммой в условиях превышения частоты Найквиста // Научно-техн. вестник информ. технологий, механики и оптики. 2012. Т. 78. № 2. С. 24–27.
5. Кольер Р., Беркхард К., Лин Л. Оптическая голография. М.: Мир, 1973. 686 с.
6. Корешев С.Н., Никаноров О.В., Громов А.Д. Метод синтеза голограмм-проекторов, основанный на разбиении структуры объекта на типовые элементы, и программный комплекс для его реализации // Оптический журнал. 2012. Т. 79. № 12. С. 30–37.
7. Хованова Н.А., Хованов И.А. Методы анализа временных рядов. Саратов: ГосУНЦ Колледж, 2001. 120 с.