

ГОЛОГРАФИЯ

УДК 535.417; 535.317; 778.38

ИЗОБРАЖАЮЩИЕ СВОЙСТВА ДИСКРЕТНЫХ ГОЛОГРАММ. I. ВЛИЯНИЕ ДИСКРЕТНОСТИ ГОЛОГРАММЫ НА ВОССТАНОВЛЕННОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ

© 2014 г. С. Н. Корешев, доктор техн. наук; О. В. Никаноров, кандидат техн. наук;
Д. С. Смородинов, аспирант

НИУ ИТМО, Санкт-Петербург

E-mail: smorodinov.denis@gmail.com

Обсуждаются изображающие свойства синтезированных и цифровых голограмм. Особое внимание уделено влиянию дискретности их структуры на восстановленное изображение. Сформулированы условия пространственного разделения порядков дифракции голограммы. Даны и обоснованы рекомендации по выбору оптимального, с точки зрения допустимой ширины пространственно-частотного спектра восстановленного изображения, угла падения опорной волны при регистрации или синтезе голограммы.

Ключевые слова: синтезированная голограмма, цифровая голограмма, дискретность, изображающие свойства, частотный анализ, параметры синтеза и регистрации, пространственное разделение порядков.

Коды OCIS: 090.0090.

Поступила в редакцию 24.10.2013.

Введение

Развитие информационных технологий и вычислительной техники обуславливают постоянный рост интереса исследователей к синтезированным и цифровым голограммам. Отметим, что под синтезированными голограммами обычно понимаются рассчитанные с помощью компьютера и отображенные на носителе голограммы, предназначенные для непосредственного физического восстановления в когерентном излучении, а под цифровыми голограммами – голограммы, зарегистрированные в когерентном излучении с помощью ПЗС¹-матриц или каких либо иных электронных приборов и предназначенные для цифрового восстановления в виртуальном пространстве. Объединяет эти виды голограмм использование цифровых технологий в процессе формирования или регистрации голограммной структуры, обуславливающее сохранение информации о синтезируемом или регистрируемом голографическом поле в виде массива чисел. Следовательно, и цифровые, и синтезированные

голограммы принципиально дискретны, что, как известно, приводит к существенным особенностям их изображающих свойств, по сравнению со свойствами обычных голограмм [1, 2]. Проанализируем эти особенности. Для этого воспользуемся пространственно-частотным анализом поля, восстанавливаемого с помощью дискретной голограммы.

Влияние дискретности голограммы на восстановленное с ее помощью изображение

Анализ будем проводить применительно к случаю амплитудной дискретной голограммы, формируемой с помощью наклонно падающей плоской опорной волны и объектной волны, распространяющейся по нормали к плоскости регистрации или синтеза голограммы. Отметим, что выбор именно такого объекта исследования не приводит к потере общности получаемых результатов, поскольку амплитудный тип модуляции голограммы сказывается лишь на ее линейности и дифракционной эффективности, не внося существенных изменений в обусловленные дискретностью особенности

¹ ПЗС – прибор с зарядовой связью.

ее изображающих свойств. При этом с целью упрощения анализа ограничимся рассмотрением одномерного случая и будем исходить из того, что запись голограммы линейна и, следовательно, функция ее амплитудного пропускания $t(x)$ имеет вид [3]:

$$t(x) = t_0 - kI(x), \quad (1)$$

где $I(x)$ – функция распределения интенсивности голографического поля в плоскости регистрации, t_0 – начальный уровень пропускания, k – коэффициент пропорциональности.

Если бы запись голограммы осуществлялась в аналоговой форме, то в рассматриваемом нами случае наклонно падающей плоской опорной волны распределение интенсивности голографического поля имело бы вид:

$$I(x) = A(x)A^*(x) + r^2 + A(x)r \exp(-2\pi i \xi_r x) + A^*(x)r \exp(2\pi i \xi_r x), \quad (2)$$

где $A(x)$ – комплексная амплитуда объектной волны, $A^*(x)$ – амплитуда волны, комплексно-сопряженной объектной волне, r – амплитуда плоской опорной волны, $\xi_r = \sin(\theta)/\lambda$ – пространственная частота опорной волны, θ – угол падения опорной волны относительно нормали к плоскости голограммы, λ – рабочая длина волны.

При восстановлении записанной таким образом голограммы опорной волной, использовавшейся при записи или синтезе голограммы, распределение комплексной амплитуды восстановленного излучения в плоскости голограммы (сразу за голограммой) можно было бы описать следующим выражением:

$$W(x) = R(x)t(x) = t_0 r \exp(2\pi i \xi_r x) - kI(x)r \exp(2\pi i \xi_r x), \quad (3)$$

где $R(x) = r \exp(2\pi i \xi_r x)$ – комплексная амплитуда плоской восстанавливающей волны, равная комплексной амплитуде опорной волны.

В случае дискретной голограммы отображаемое на носителе или вводимое в память компьютера распределение интенсивности голографического поля $I_d(x)$ будет отличаться от распределения, описываемого выражением (3), и будет иметь следующий вид [2]:

$$I_d(x) = \left(I(x) \sum_{n=-N}^N \delta(x - nd) \right) \otimes \text{rect}\left(\frac{x}{a}\right), \quad (4)$$

где d – период дискретизации голограммы, a – диаметр пятна генератора изображений, создающего синтезированную голограмму, или размер пиксела ПЗС-матрицы в случае цифровой голограммы; $2N + 1$ – число элементов дискретизации голограммы. Подставив (2) в (4) и полученный результат в (3), получим выражение, описывающее распределение амплитуды изображения, восстановленного с помощью дискретной синтезированной голограммы в плоскости самой голограммы:

$$W_d(x) = t_0 r \exp(2\pi i \xi_r x) - k r \exp(2\pi i \xi_r x) \times \left[\left(I(x) \sum_{n=-N}^N \delta(x - nd) \right) \otimes \text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \right] = t_0 r \exp(2\pi i \xi_r x) - k r \exp(2\pi i \xi_r x) \left[\left(\{A(x)A^*(x) + r^2 + A(x)r \exp(-2\pi i \xi_r x) + A^*(x)r \exp(2\pi i \xi_r x)\} \sum_{n=-N}^N \delta(x - nd) \right) \otimes \text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \right]. \quad (5)$$

Анализ структуры восстановленного поля проведем в частотном пространстве. Для этого запишем выражение, описывающее спектр восстановленного поля $U_d(\xi)$:

$$U_d(\xi) = t_0 F\{r \exp(2\pi i \xi_r x)\} - k F\{r \exp(2\pi i \xi_r x)\} \otimes \left[\left(\{F\{A(x)A^*(x) + r^2 + A(x)r \exp(-2\pi i \xi_r x) + A^*(x)r \exp(2\pi i \xi_r x)\}\} \otimes \sum_{n=-N}^N \delta(\xi - \xi_n) \right) \otimes a \frac{\sin(\pi \xi a)}{\pi \xi a} \right]. \quad (6)$$

Далее сделаем допущение, что число дискретных элементов на голограмме настолько велико, что сумму

$$\sum_{n=-N}^N \delta(x - nd)$$

можно считать равной сумме

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - nd).$$

Фурье-образ этой бесконечной суммы дельта-функций, как известно, равен [4]

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\xi - \xi_n).$$

Рассмотрим выражение (6), состоящее из двух слагаемых. Входящее в его состав первое слагаемое, обусловленное средним пропусканием голограммы, полностью аналогично первому слагаемому соответствующего выражения, описывающего спектр непрерывной голограммы. Имеющая место во втором слагаемом (6) свертка выражения, описывающего спектры трех основных порядков дифракции непрерывной голограммы, с суммой дельта-функций описывает обусловленное дискретной структурой голограммы периодическое повторение спектра поля, восстанавливаемого с помощью непрерывной голограммы. При этом период мультипликации спектра $\xi_n = 1/d_d$, где d_d – период дискретизации голограммы. Содержащееся во втором слагаемом выражения (6) произведение мультиплицированного спектра с функцией $\sin(\pi\xi a)/\pi\xi a$ свидетельствует о наличии зависящей от размера фокального пятна генератора изображения в случае синтезированной голограммы или “фил” фактора ПЗС-матрицы в случае цифровой голограммы модуляции спектра восстановленного поля. Отметим, что максимум этой модулирующей функции соответствует пространственной частоте восстанавливаемой волны. На рис. 1 схематично представлен спектр амплитуды поля, восстанавливаемого с помощью дискретной голограммы, в случае объекта, характеризующегося полосой пространственных частот $\pm\Delta/2$. Отметим, что изображенные на нем пики, шириной 2Δ , соответствуют интермодуляционным помехам, более узкие пики шириной Δ – спектрам изображений, восстанавливаемых в ± 1 порядках дифракции голограммы, а стрелки – дельта-функциям, описывающим обусловленное дискретизацией голограммы периодическое повторение спектра восстанавливаемой волны.

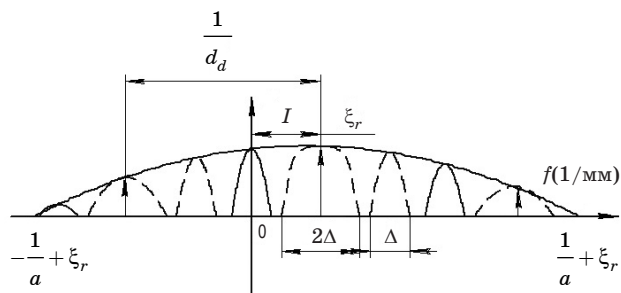


Рис. 1. Спектр поля, восстановленного с помощью дискретной голограммы.

Представленный спектр свидетельствует о возможности оптимизации параметров дискретизации и структуры голограммы, обеспечивающей, пространственное разделение компонентов восстановленного поля при максимально возможной ширине пространственного спектра объекта и минимальном уровне помех. Так, выполнение соотношения

$$a = d_d, \quad (7)$$

т.е. выбор периода дискретизации голограммы, равного диаметру фокального пятна генератора изображения или пиксела ПЗС-матрицы, обеспечивает подавление обусловленной дискретизацией голограммы мультипликации спектра восстанавливаемой волны путем совмещения узлов огибающей с положениями мультиплицированных спектров восстанавливаемой волны. При этом требование обеспечения пространственного разделения компонентов поля, восстанавливаемого с помощью голограммы, обуславливает необходимость ограничения ширины спектра регистрируемого объекта, т.е. необходимость обеспечения выполнения неравенства

$$\Delta \leq \frac{1}{4d_d}, \quad (8)$$

а также выбор пространственной частоты опорной волны, равной

$$|\xi_r| = \frac{\sin|\theta|}{\lambda} = 1,5\Delta_{\max}, \quad (9)$$

где $\Delta_{\max} = 1/4d_d$.

Отсюда получим условие выбора угла падения опорной волны

$$\sin|\theta| = \frac{1,5\lambda}{4d_d}. \quad (10)$$

Из (10) следует ограничение, накладываемое на длину волны восстановления дискретной голограммы. Поскольку $\sin|\theta|$ не может превышать единицы, рабочая длина волны восстановления синтезированной голограммы-проектора не может быть более 2,7 периодов дискретизации голограммы.

Выражение (8), описывающее связь ширины спектра объекта с периодом дискретизации голограммы, позволяет сформулировать ограничения, накладываемые дискретностью голограммы на максимальную пространственную частоту объекта –

$$|\xi_{0\max}| = \frac{\Delta_{\max}}{2} = \frac{1}{8d_d}. \quad (11)$$

Из (11) следует ограничение, накладываемое дискретной структурой голограммы на минимальный размер элемента структуры объекта –

$$a_t \geq \frac{1}{2|\xi_{o\max}|} = 4d_d. \quad (12)$$

Из (10) с учетом (12) следует, что минимальный размер элемента объекта, обеспечивающий пространственное разделение порядков дифракции голограммы, не может быть менее $1,5\lambda$ при условии регистрации на голограмме лишь боковой полосы спектра объекта. Для голографической регистрации всего спектра объекта необходимо обеспечить регистрацию информации в полосе частот

$$\xi_{\max} \leq 2\Delta_{\max} = 4|\xi_{o\max}|. \quad (13)$$

Из (13), воспользовавшись условием формирования бегущей незатухающей волны [3], получим

$$4|\xi_{o\max}|\lambda \leq 1, \quad (14)$$

$$|\xi_{o\max}| \leq \frac{1}{4\lambda}. \quad (15)$$

Таким образом, условием регистрации на дискретной голограмме всего спектра объекта при пространственном разделении порядков дифракции голограммы будет выполнение неравенств

$$a_t \geq 2\lambda \text{ и } d_d \geq \frac{\lambda}{2}. \quad (16)$$

Отметим, что минимальный размер элемента структуры изображения, традиционно определяемый в оптике из дифракционных ограничений, равен λ . Следовательно, дискретность голограммы обуславливает, как минимум, полторакратное, а то и двукратное увеличение размера минимального элемента восстановленного изображения.

Справедливость полученных выражений проиллюстрируем приведенными на рис. 2–5 результатами экспериментов, выполненных с помощью программного комплекса синтеза и восстановления голограмм-проекторов Френеля, описанного в работе [5]. На них представлены изображения тест-объекта, восстановленные в виртуальном пространстве с помощью синтезированных бинарных фазовых голограмм, полученных при различных значениях угла падения опорной волны и при различных размерах пикселей объекта и голограммы. Синтез этих голограмм осуществлялся для рабочей

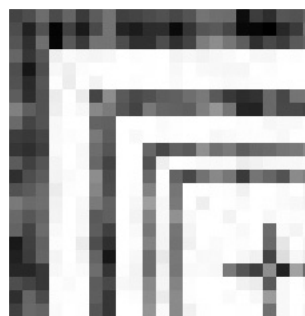


Рис. 2. Изображение, восстановленное при угле падения опорной волны $14,7^\circ$.

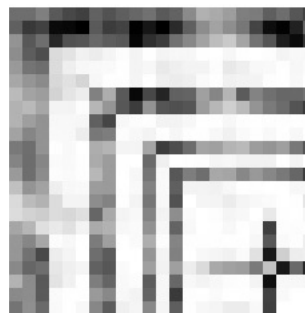


Рис. 3. Изображение, восстановленное при угле падения опорной волны 10° .

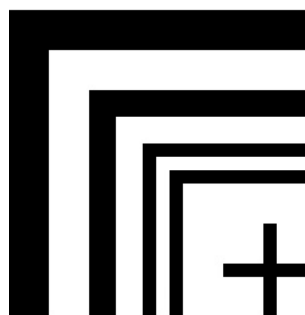


Рис. 4. Прошедшее пороговую обработку изображение, восстановленное при угле падения опорной волны $14,7^\circ$.

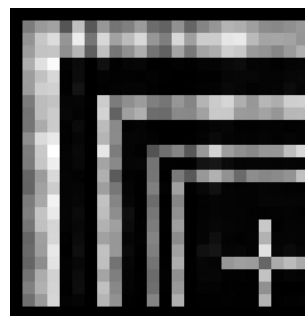


Рис. 5. Не прошедшее пороговую обработку изображение тестового объекта, характеризующегося минимальным размером элемента структуры, равным $1,8$ длины волны восстанавливающего излучения.

длины волны 13,5 нм при размере объекта 23×23 пиксела размером $80 \times 80 \text{ нм}^2$ (рис. 2–4) и $24 \times 24 \text{ нм}^2$ (рис. 5) при минимальной ширине элемента структуры объекта в 1 пиксел. Размер пиксела голограммы при этом составлял $20 \times 20 \text{ нм}^2$ (рис. 2–4) и $6 \times 6 \text{ нм}^2$ (рис. 5), а расстояние между объектом и голограммой выбиралось равным 20,3 мкм (рис. 2–4) и 0,67 мкм (рис. 5). На рис. 2 представлено изображение объекта, полученное при оптимальном, рассчитанном с помощью выражения (10), угле падения опорной волны, равном $14,7^\circ$, а на рис. 3 – изображение, полученное при угле падения опорной волны 10° . Изображение, представленное на рис. 3, отличается от изображения на рис. 2 большим уровнем помех, обусловленных наложением нулевого порядка дифракции голограммы на восстановленное изображение объекта. Применение процедуры пороговой обработки к изображениям, представленным на рис. 2 и 3, позволяет заключить, что оптимизация угла падения опорной волны при синтезе или формировании голограммы приводит к получению идентичных объекту изображений (см. рис. 4) при уровнях порога, лежащих в пределах 32–86 градаций при 256-уровневой шкале градаций яркости [6]. Однако применение пороговой обработки к изображению, представленному на рис. 3, ни при каких уровнях порога не позволяет получить восстановленное изображение, тождественное исходному.

Рисунок 5 иллюстрирует справедливость соотношений (16). На нем представлено не прошедшее пороговую обработку изображение тестового объекта с минимальным размером элемента структуры $1,8\lambda$, которое было получено с помощью дискретной голограммы, синтезированной при размере пиксела голограммы, равном $0,5\lambda$. Пороговая обработка этого изображения позволяет получать изображение, идентичное исходному объекту при уровнях порога, лежащих в пределах 68 градаций серого. Справедливость неравенств (16) подтверждается также и экспериментально установленным фактом невозможности восстановления с помощью дискретной голограммы изображения объекта с минимальным размером элемента структуры, равным $1,3\lambda$.

Вернемся к выражению (12) и покажем, что условие пространственного разделения порядков дифракции голограммы может быть получено и исходя из несколько иных рассуждений. Рассмотрим наиболее удобный для

практической реализации случай внеосевой голограммы с наклонным параллельным опорным пучком и бинарным амплитудным объектным транспарантом, которое освещается параллельным нормально падающим пучком лучей и располагается параллельно голограмме так, что геометрический центр транспаранта совпадает с нормалью, восстановленной из центра голограммы. При этих условиях числовая апертура пучка, дифрагировавшего на минимальном по размеру элементе структуры фотошаблона, может быть описана с помощью следующего выражения:

$$A = n \sin \alpha = \frac{\lambda}{a_t}, \quad (17)$$

где A – числовая апертура пучка, n – показатель преломления среды между объектом и голограммой (в нашем случае $n = 1$), α – апертурный угол дифрагировавшего излучения, λ – рабочая длина волны, a_t – характеристический размер объекта, т.е. минимальный размер элемента его структуры.

Для голографической регистрации рассматриваемого пучка лучей, одновременно с ним на плоскость регистрации голограммы должен быть направлен параллельный опорный пучок лучей. При этом необходимость пространственного разделения опорного и объектного пучков обуславливает соответствующий выбор минимально допустимого угла падения опорного параллельного пучка лучей на плоскость регистрации голограммы. Из геометрических представлений следует, что для случая точечного объекта угол падения опорного пучка на плоскость регистрации голограммы – θ должен выбираться из условия $\theta \geq \alpha$. При этом минимальное значение пространственного периода регистрируемой голограммной структуры T_{\min} может быть определено с помощью следующего выражения:

$$T_{\min} \leq \frac{\lambda}{2 \sin \alpha}. \quad (18)$$

Из (13) и (14) с учетом теоремы Котельникова (теоремы отсчетов) можно получить выражение, описывающее зависимость требуемого периода дискретизации голограммы d_d от характеристического размера фотошаблона a_t , –

$$d_d \leq \frac{1}{2} T_{\min} \leq \frac{a_t}{4}. \quad (19)$$

Из (19) следует, что период дискретизации голограммы, а значит, и диаметр рабочего

фокального пятна генератора изображения или размер пикселя ПЗС-матрицы должен быть, как минимум, в 4 раза меньше характеристического размера объекта. Отметим, что связь между параметрами a_t и d_d , описываемая выражением (19), полностью идентична зависимости (12), полученной в ходе частотного анализа изображения, восстановленного с помощью дискретной голограммы.

Заклучение

Таким образом, в ходе проведенного исследования выявлен характер зависимости изображающих свойств цифровых и синтезированных голограмм от параметров их дискретизации. Установлено, что дискретная структура голограммы обуславливает, в отличие от случая непрерывной голограммы, непрерывное периодическое повторение спектра поля, восстанавливаемого с помощью непрерывной голограммы. При этом период мультипликации этого спек-

тра $\xi_n = 1/d_d$, где d_d – период дискретизации голограммы. Содержащееся во втором слагаемом выражения (6) произведение мультиплицированного спектра с функцией $\sin(\pi\xi a)/\pi\xi a$ свидетельствует о наличии зависящей от размера фокального пятна генератора изображений или, в случае цифровой голограммы, фил-фактора ПЗС-матрицы, модуляции спектра восстановленного поля. Исходя из требования пространственного разделения порядков дифракции голограммы, установлены предельно допустимые полосы частот объектной волны и голограммы в целом. Сформулировано условие пространственного разделения порядков дискретной голограммы, сводящееся к необходимости обеспечения размера пиксела голограммы, составляющего не более $1/4$ от минимального размера элемента структуры объекта. Установлена принципиальная невозможность регистрации и восстановления дискретных голограмм объектов, характеризующихся минимальным размером элементов их структуры менее $1,5\lambda$.

* * * * *

ЛИТЕРАТУРА

1. Голография. Методы и аппаратура. Под ред. Гинзбург В.М. и Степанова Б.М.. М.: Сов. радио, 1974. 376 с.
2. Корешев С.Н., Семенов Г.Б. Дифракционная эффективность и некоторые особенности спектров дискретных амплитудных бинарных голограмм // Оптика и спектроскопия. 1976. Т. 41. № 2. С. 310–313.
3. Кольер Р., Беркхард К., Лин Л. Оптическая голография. М.: Мир, 1973. 686 с.
4. Гудмен Дж. Введение в Фурье-оптику. М.: Мир, 1970. 364 с.
5. Корешев С.Н., Никаноров О.В., Громов А.Д. Метод синтеза голограмм-проекторов, основанный на разбиении структуры объекта на типовые элементы, и программный комплекс для его реализации // Оптический журнал. 2012. Т. 79. № 12. С. 30–37.
6. Корешев С.Н., Никаноров О.В., Иванов Ю.А., Козулин И.А. Программный комплекс для синтеза и цифрового восстановления голограмм-проекторов: влияние параметров синтеза на качество восстановленного изображения // Оптический журнал. 2010. Т. 77. № 1. С. 42–48.