

ЗЕРКАЛЬНО-ЛИНЗОВАЯ МОДЕЛЬ ОБЪЕМНЫХ ГОЛОГРАММНЫХ ОПТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

© 2009 г. Ю. Ц. Батомункуев, канд. техн. наук

Институт оптики и оптических технологий Сибирской государственной
геодезической академии, Новосибирск

E-mail: opttechnic@mail.ru

Предложена зеркально-линзовая модель, представляющая объемные осевые пропускающий и отражающий голограммные элементы в виде тонкой линзы и сферического зеркала. Указаны некоторые следствия из зеркально-линзовой модели, не зависящие в первом приближении от толщины голограммного элемента. Получены формулы, позволяющие определить оптимальные положения сопряженных плоскостей предмета и изображения, координаты источников опорной и объектной волн. Приведены расчетные зависимости положений источников опорной и объектной сферических волн от длины волны записи и фокусного расстояния объемного голограммного элемента с рабочей длиной волны 10 мкм.

Ключевые слова: осевой объемный голограммный элемент, тонкий голограммный элемент, параксиальная область, сопряжённые плоскости.

Коды OCIS: 090.2890

Поступила в редакцию 28.01.2009

Объемные голограммные элементы, обладая известными особенностями, такими как высокой дифракционной эффективностью, наличием одного рабочего порядка дифракции, спектральной, угловой и пространственной селективностью, привлекли внимание разработчиков возможностью создания на их основе новых оптических систем [1–2]. Изучению и расчету характеристик тонких и объемных голограммных элементов посвящено множество работ, например [3–12]. Известно, что при расчете тонких пропускающих голограммных элементов может быть использована линзовая модель [3, 8], а при расчете объемных отражающих голограммных элементов – зеркальная модель [1]. М.А. Ганом предложена составная модель локальных объемных решеток, позволяющая рассчитывать объемные голограммные элементы лучевым методом с помощью компьютерных программ [8]. В работе [12] автором данной статьи предложена зеркально-линзовая модель осевого объемного голограммного элемента, справедливая для сопряженных точек на оптической оси предметной плоскости и плоскости изображения и обеспечивающая возможность использования компьютерных программ расчета тонких линз и зеркал.

Целью настоящей работы является разработка зеркально-линзовой модели для параксиальных

сопряженных точек предметной плоскости и плоскости изображения объемных голограммных оптических элементов.

Автор ограничился рассмотрением осевого объемного голограммного элемента, который на стадии восстановления и записи окружен диэлектрической средой со средним показателем преломления, равным среднему показателю преломления голографической среды. Это позволяет не учитывать преломление волн при записи и восстановлении на поверхностях голографической среды. Также будем считать, что длины волн λ_c , λ_o и средние показатели преломления n_c , n_o голографической среды на стадии восстановления и записи различаются.

В работе [12] расчет объемных голограммных элементов проводился методом разложения характеристической функции $V(r, z)$ по координатам (r, z) произвольной точки объема голограммного элемента в близи оптической оси

$$V(r, z) = S_1 r^2 / 2 - S_2 z r^2 / 2 + \dots$$

Аналитические выражения зеркально-линзовой модели объемного осевого голограммного элемента могут быть получены из условия равенства нулю двух первых членов разложения характеристической функции $V(r, z)$, соответствующих параксиальной области

$$S_1 = n_c [1/z_c \pm 1/z_i - k\mu(1/z_r \pm 1/z_o)/m_r^2] = 0,$$

$$S_2 = n_c [1/z_c^2 \pm 1/z_i^2 - k\mu(1/z_r^2 \pm 1/z_o^2)/m_r^2 m_z] = 0, \quad (1)$$

где $\mu = n_o \lambda_c / n_c \lambda_o$ – отношение длин волн восстановления и записи в объеме голографической среды, k – порядок дифракции ($k = \pm 1$), m_r, m_z – коэффициенты усадок вдоль осей Or и Ox , z_c, z_i, z_r, z_o – расстояния от центра системы координат до источников восстанавливающей, восстановленной, опорной и объектной волн вдоль оси Oz , как показано на рис. 1 и 2. В выражениях системы (1) нижний знак минус соответствует объемным пропускающим голограммным элементам, верхний знак плюс – объемным отражающим голограммным элементам. Для объемного отражающего элемента следует учитывать еще дополнительное условие, указывающее на его высокую спектральную селективность [10] $k\mu = m_z$.

Для объемного пропускающего голограммного элемента из первого выражения системы (1) получаем известную формулу тонкой голограммы

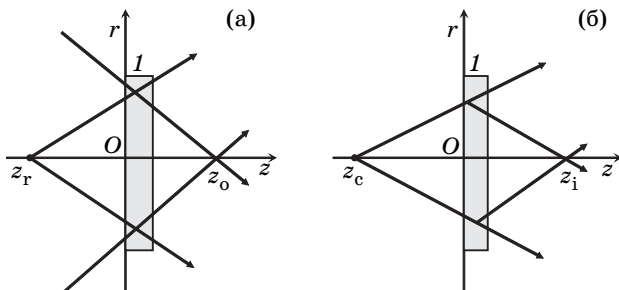


Рис. 1. Схема записи (а) и восстановления (б) объемного пропускающего голограммного элемента (1).

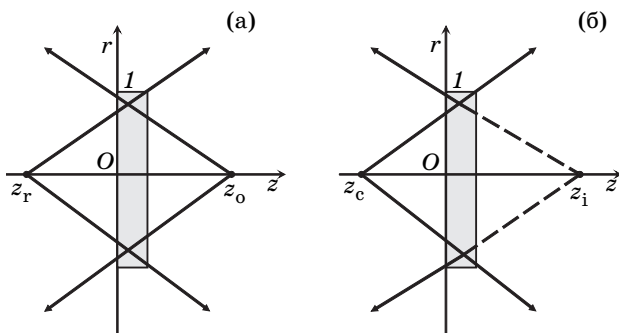


Рис. 2. Схема записи (а) и восстановления (б) объемного отражающего голограммного элемента (1).

$$1/z_c - 1/z_i = 1/F_l, \quad (2)$$

где F_l – фокусное расстояние пропускающего голограммного элемента, равное

$$F_l = m_r^2 / k\mu(1/z_r - 1/z_o). \quad (2a)$$

С учетом (2) и (2a) из второго выражения системы (1) получаем формулу сферического зеркала

$$1/z_c + 1/z_i = 1/F'_m, \quad (3)$$

где F'_m – фокусное расстояние сферического зеркала, равное

$$F'_m = m_z / (1/z_r + 1/z_o). \quad (3a)$$

Отметим, что фокусные расстояния F_l и F'_m существенно различны и F'_m не зависит от длины волны.

Для объемного отражающего голограммного элемента из системы (1) получаем

$$1/z_c + 1/z_i = 1/F_m, \quad (4)$$

$$1/z_c - 1/z_i = 1/F'_l,$$

где F_m – фокусное расстояние отражающего голограммного элемента, F'_l – фокусное расстояние тонкой линзы. Фокусные расстояния F_m и F'_l в выражении (4) равны

$$F_m = m_r^2 / m_z (1/z_r + 1/z_o),$$

$$F'_l = [2(1/z_r^2 + 1/z_o^2) / m_r^2 - 1/F_m^2]^{-1/2}. \quad (5)$$

Для отражающего объемного голограммного элемента должно выполняться еще дополнительное условие: подкоренное выражение в формуле для F'_l должно быть больше нуля.

В отличие от тонкой голограммы объемный голограммный элемент имеет на рабочей длине волны одно значение фокусного расстояния, поэтому выражение (2) совпадает с формулой тонкой линзы. Соответствующая формулам (2) и (3) зеркально-линзовая модель объемного пропускающего голограммного элемента представляет его одновременно в виде тонкой линзы с фокусным расстоянием F_l и сферического зеркала с фокусным расстоянием F'_m , а соответствующая формулам (4) зеркально-линзовая модель объемного отражающего голограммного элемента – одновременно в виде сферического зеркала с фокусным расстоянием F_m и тонкой линзы с фокусным расстоянием F'_l . Для внеосевого объемного голограммного элемента зеркально-линзовая модель может быть сформулирована подобным образом в меридиональной плоскости и в саггитальной плоскости.

С.Н. Корешевым и В.П. Ратушным [10] предложена подобная модель для другого типа голограмм, а именно – для отражательных рельефно-фазовых голограммных элементов, изготовленных на вогнутых отражающих поверхностях. Многофункциональность этой модели заключается, в частности том, что изображающие свойства рельефно-фазового отражательного голограммного элемента объясняются как последовательное действие тонкой пропускающей голограммы и отражающей вогнутой поверхности. Результаты работы [10] с учетом предложенной зеркально-линзовой модели могут быть применены и для объемных голограммных элементов.

Отметим, что в параксиальной области изображение точек предмета осуществляется в соответствии с формулой тонкой голограммы (2), так как формирование изображений объемными голограммными элементами описывается законами дифракции. Но для объемного голограммного элемента важно добиться того, чтобы толщина не влияла на получение изображения. При выводе формул (2)–(5) приравнялся к нулю первый порядок разложения по координате z характеристической функции $V(r, z)$, поэтому предложенная зеркально-линзовая модель обеспечивает в первом приближении независимость формирования изображения точек предмета от толщины голограммного элемента.

Рассмотрим некоторые следствия из зеркально-линзовой модели, которые также не зависят в первом приближении от толщины объемного осевого голограммного элемента.

Известные особенности объемных голограммных элементов, а именно, существование одной оптимальной пары сопряженных плоскостей предмета и изображения, отличия пространственной и угловой дисперсий по сравнению с тонкими голограммными элементами, являются простыми следствиями зеркально-линзовой модели. Так, выражения, позволяющие рассчитать положения сопряженных плоскостей предмета и изображения для объемного пропускающего голограммного элемента, получаются при сложении и вычитании формул (2) и (3)

$$1/z_c = 1/2F_l + 1/2F'_m,$$

$$1/z_i = 1/2F'_m - 1/2F_l.$$

Для объемного отражающего голограммного элемента аналогичные формулы получаются из системы (4). Оптимальным положениям сопряженных плоскостей соответствует одно значение линейного коэффициента увеличения $\beta = z_i/z_c$.

Можно показать, что пространственная продольная дисперсия объемного пропускающего голограммного элемента в два раза меньше дисперсии записанного в той же схеме тонкого пропускающего элемента. А обратная угловая дисперсия объемного голограммного элемента больше чем у тонкого элемента.

Известная формула тонкой голограммы может быть обобщена для объемного голограммного элемента. Так, учитывая связь между фокусными расстояниями тонкой линзы и сферического зеркала $F_l = P_o F'_m$ зеркально-линзовой модели [12], легко получить из формул (2) и (3) для объемного пропускающего голограммного элемента с фокусным расстоянием F_l формулу

$$1/F_l = 1/z_c - 1/z_i = (1/z_c + 1/z_i)/P_o.$$

Аналогичным образом из системы (4) для объемного отражающего голограммного элемента с фокусным расстоянием F_m получаем

$$1/F_m = 1/z_c + 1/z_i = (1/z_c - 1/z_i)/Q_o,$$

где $Q_o = F_m/F'_l$.

Еще одним любопытным следствием зеркально-линзовой модели является новое дополнение к правилу графического определения оптимального положения сопряженных плоскостей объемного голограммного элемента: из двух точек объема голограммного элемента, симметрично расположенных относительно оптической оси Oz , проводятся прямые, проходящие для пропускающего элемента из одной точки через фокус F_l , а из другой точки через фокус F'_m (для отражающего элемента – из одной точки через фокус F'_l , из другой точки через фокус F_m). Точка пересечения этих прямых будет принадлежать одной из оптимальных сопряженных плоскостей, перпендикулярных оптической оси. Следовательно, одна из сопряженных плоскостей всегда находится между фокусами F_l и F'_m или F_m и F'_l . Если таким способом определено положение предметной плоскости или плоскости изображения, то положение другой сопряженной плоскости определяется по известным правилам построения изображений тонкой линзой (для пропускающего элемента) или сферическим зеркалом (для отражающего элемента).

Зеркально-линзовая модель позволяет решить и обратную задачу – по заданной схеме восстановления объемного голограммного элемента рассчитать оптимальную схему записи. Формулы для расчета положений источников опорной и объектной сферических волн получаются из (2а) и (3а) для объемного пропускающего голограммного элемента в виде

$$1/z_r = m_z/2F'_m + m_r^2/2k\mu F_l,$$

$$1/z_o = m_z/2F'_m - m_r^2/2k\mu F_l. \quad (6)$$

Для объемного отражающего голограммного элемента аналогичные формулы могут быть выведены из выражений (5).

Полученные формулы (6) позволяют проанализировать зависимости положений источников сферических волн схемы записи, например, от длины волны записи (восстановления) или фокусного расстояния объемного голограммного элемента. На рис. 3 представлены результаты расчета координат z_r , z_o источников опорной и объектной сферических волн, указывающие на их линейную зависимость от длины волны λ_o записи при фокусном расстоянии $F_l = 0,2$ м, коэффициенте линейного увеличения $\beta = -10$ крат

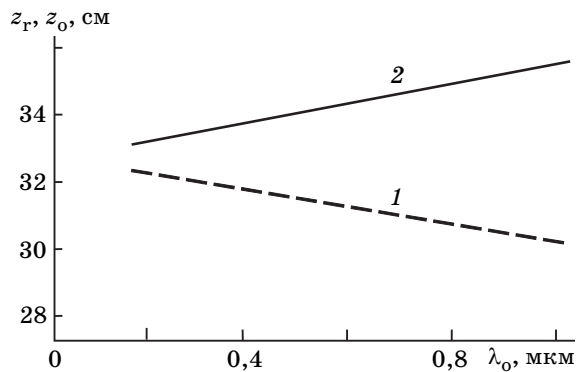


Рис. 3. Зависимости координат z_r (1), z_o (2) источников опорной и объектной сферических волн от длины волны λ_o записи.

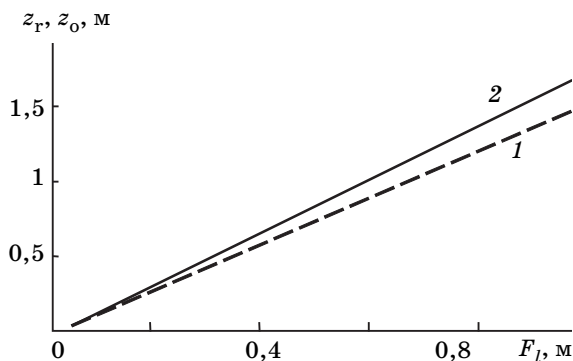


Рис. 4. Зависимости координат z_r (1), z_o (2) источников опорной и объектной сферических волн от фокусного расстояния F_l .

и длине волны восстановления $\lambda_c = 10,0$ мкм. На рис. 4 представлены расчетные результаты линейной зависимости координат z_r , z_o источников опорной и объектной сферических волн от фокусного расстояния F_l объемного голограммного элемента при коэффициенте линейного увеличения $\beta = -10$ крат, длине волны записи $\lambda_o = 0,6328$ мкм и восстановления $\lambda_c = 10,0$ мкм.

Таким образом, в работе предложена зеркально-линзовая модель, представляющая объемные осевые пропускающий и отражающий голограммные элементы в виде тонкой линзы и сферического зеркала. Зеркально-линзовая модель позволяет использовать простые компьютерные программы расчета линзовых и зеркальных оптических элементов при разработке объемных голограммных элементов. Как следствие зеркально-линзовой модели приведены формулы, позволяющие определить как оптимальные положения сопряженных плоскостей предмета и изображения, так и координаты источников опорной и объектной волн, не зависящие в первом приближении от толщины голограммного элемента. Представлены графики линейной зависимости положений источников сферических волн схемы записи от длины волны записи и фокусного расстояния объемного голограммного элемента с рабочей длиной волны 10 мкм.

ЛИТЕРАТУРА

1. Денисюк Ю.Н. Об отображении оптических свойств объекта в волновом поле рассеянного им излучения // *Опт. и спектр.* 1963. Т. 15. В. 4. С. 522–532.
2. Кольер Р., Беркхарт К., Лин Л. Оптическая голография. М.: Мир, 1973. С. 260–297.
3. Ган М.А. Теория и методы расчета голограммных и киноформных оптических элементов. Л.: ГОИ, 1984. 140 с.
4. Meier R.W. Magnification and third-order aberration in holography // *JOSA.* 1965. V. 55. № 8. P. 987–992.
5. Champagne E. B. Nonparaxial imaging, magnification and aberration properties in holography // *JOSA.* 1967. V. 57. № 1. P. 51–55.
6. Мустафин К.С. Аберрации тонких голограмм, изготовленных на сферической подложке // *Опт. и спектр.* 1974. Т. 37. В. 6. С. 1158–1162.
7. Forshaw M.R.B. The imaging properties and aberrations of thick transmission holograms // *Opt. Acta.* 1973. V. 20. № 9. P. 669–686.
8. Sweatt W. C. Describing holographic optical elements as lenses // *JOSA.* 1977. V. 67. № 6. P. 803–806.

9. *Михайлов И.А.* Геометрический анализ толстых голограмм // *Опт. и спектр.* 1985. Т. 58. В. 3. С. 612–617.
 10. *Корешев С.Н., Ратушный В.П.* Полифункциональность рельефно-фазовых отражательных голограммных оптических элементов // *Оптический журнал.* 2001. Т. 68. № 12. С. 28–32.
 11. *Батомункуев Ю.Ц., Сандер Е.А., Шойдин С.А.* Аберрации объемных голограмм // Тез. Всесоюз. семинара “Автоматизация проектирования оптических систем”. М., 1989. С. 101–112.
 12. *Батомункуев Ю.Ц.* Особенности расчета схем записи объемных осевых голографических оптических элементов с неизотропной усадкой // *Автометрия.* 2002. № 2. С. 108–114.
-