

## НЕЛИНЕЙНАЯ ОБРАБОТКА ДИФРАКЦИОННЫХ И ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ КАРТИН

© 2009 г. Н. Г. Власов, доктор техн. наук; С. М. Кулиш

Московский государственный технический университет “Станкин”, Москва

Кратко излагается предложенный ранее алгоритм нелинейной обработки интерферограмм, позволяющий повысить их чувствительность вплоть до предельной. Показана возможность адаптации этого алгоритма для увеличения чувствительности метода фазового контраста и для обработки дифракционных картин. Такая обработка позволяет с повышенной точностью определять размеры микрообъекта, при освещении которого и была получена дифракционная картина.

*Ключевые слова:* интерференция, дифракция, нелинейная обработка, метод фазового контраста.

Коды OCIS: 100.2000, 190.1900

Поступила в редакцию 13.01.2009

Определение размеров микрообъекта по его дифракционной картине в дальней зоне Фраунгофера характерно тем, что по функции пространственного распределения интенсивности в этой картине необходимо сначала найти ее аргумент  $x = \alpha\xi$ , где  $\xi$  – пространственная координата. Затем находится коэффициент  $\alpha$ , в который входит искомый размер  $h$  микрообъекта. Так, например, для кругового микроотверстия  $\alpha = (\pi R)/(\lambda L)$ , где  $R$  – диаметр кругового микроотверстия,  $L$  – расстояние от освещенного объекта до плоскости регистрации интенсивности,  $\lambda$  – длина волны излучения.

Для цифровой обработки результатов эксперимента регистрацию пространственного распределения интенсивности удобно производить на ПЗС матрицу, выполняющую в данном случае функцию регистрирующей среды. В нашем случае, как и в голографии, размеры регистрирующей среды играют роль апертуры в обычной оптической системе.

Обозначим  $\Delta h$  как ошибку в определении размеров микрообъекта, а  $\Delta I(x)$  как соответствующее приращение интенсивности, которое может разрешить приемник (традиционно чаще всего раньше это был глаз человека). Тогда производная  $I'(x) \approx \Delta I(x)/\Delta h$  связывает ошибку  $\Delta h$  в определении размеров микрообъекта и приращение интенсивности  $\Delta I(x)$ , которое может разрешить приемник. Хотя глаз человека и может разрешить небольшие относительные различия интенсивности (градации яркости около 5–10%), тем не менее трудно использовать эту способность

при непрерывном изменении яркости соседних участков для количественного анализа дифракционной картины. Поэтому при наблюдении глазами обычно приходится ограничиваться фиксацией положения минимумов, и при этом для нетренированного глаза приходится считать, что по порядку величины  $\Delta I \approx I_{\text{средн}}$ .

Дополнительные трудности возникают в связи с ограниченностью апертуры, когда невозможно наблюдать минимумы дифракционной картины визуально. Иногда в связи с ограниченностью апертуры, например размеров ПЗС матрицы, регистрируется только центральная часть дифракционной картины вблизи нулевого значения аргумента. Тогда ошибка  $\Delta h$  в определении размеров микрообъекта велика, так как  $\Delta h \approx \{1/[I'(x)]\}\Delta I(x)$ , а для микрообъектов простой формы, таких как щель, нить, прямоугольник, производная вблизи нулевого значения аргумента близка к нулю.

Числовая запись интенсивности дифракционной картины на каждом пикселе ПЗС матрицы несет значительное количество дополнительной информации, и возникает проблема максимально возможного использования этой информации для увеличения точности разрешения  $\Delta h$ . При фиксации каждым пикселем ПЗС матрицы отношение  $\Delta I/I_{\text{max}}$  может иметь значение порядка  $1/N$ , где  $N$  – число градаций разрешения яркости каждого пиксела изображения, записанного в графическом файле. В приведенном ниже эксперименте  $N = 256$ . Поэтому остается, по крайней мере, принципиальная возможность

значительно уменьшить погрешность определения  $\Delta h \approx \{1/[I'(x)]\}\Delta I(x)$ . Реализация этой возможности и соответствующее значительно более детализированное визуальное представление по сравнению с исходной дифракционной картиной излагается ниже.

В настоящей работе предлагается такое нелинейное преобразование функции  $I(x)$ , при котором в преобразованной функции появляются дополнительные минимумы, по которым и определяется искомый размер микрообъекта. Прототипом является предложенный в работе [1] нелинейный алгоритм обработки интерферограмм, позволяющий поднять чувствительность измерений вплоть до пороговой. Следует напомнить, что порогом чувствительности называется наименьшее значение измеряемой величины, вызывающее заметное изменение показания прибора [2]. Этот алгоритм заключается в следующем.

Введем в компьютер три распределения интенсивности:  $I(x, y)$ ,  $I_1(x, y)$ ,  $I_2(x, y)$ , где  $I(x, y)$  соответствует интерферограмме, полученной при настройке интерферометра на полосу бесконечной ширины,  $I_1(x, y)$  и  $I_2(x, y)$  – интенсивности интерферирующих волновых полей по отдельности. Для каждой точки (пиксела) плоскости  $(x, y)$  вычислим

$$\cos \varphi(x, y) = [I(x, y) - I_1(x, y) - I_2(x, y)] / [2\sqrt{I_1(x, y)}\sqrt{I_2(x, y)}], \quad (1)$$

где  $I(x, y)$ , как обычно, равно

$$I(x, y) = I_1(x, y) + I_2(x, y) + 2\sqrt{I_1(x, y)}\sqrt{I_2(x, y)}\cos \varphi(x, y). \quad (2)$$

Возводя выражение (1) в квадрат и умножая на два, получим в соответствии с формулами тригонометрии

$$2\cos^2 \varphi(x, y) = 1 + \cos 2\varphi(x, y). \quad (3)$$

Вычитая единицу из выражения (3), возведем полученную разность в квадрат и, умножая на два, можно получить на дисплее распределение интенсивности, соответствующее  $\cos 4\varphi(x, y)$ .

Ниже приводится пример нелинейной цифровой обработки интерферограммы.

В оптико-цифровом эксперименте в компьютер вводилась напечатанная на фотобумаге центральная часть интерферограммы тепловой деформации экрана кинескопа цветного телевизора, остывавшего после штамповки. Эта интерферограмма была получена еще в 1970 г. [2].

Для данного конкретного эксперимента без существенной потери точности можно пренебречь зависимостью интенсивностей от координат  $(x, y)$  в пределах их изменения хотя бы на одном – двух периодах, тогда алгоритм пересчета интенсивности пикселей интерферограммы удобно начать с нахождения их минимального значения на этих интервалах.

Учитывая, что  $I_1 = I_2 = I_0$ , найдем  $2I_0 = 0,5I_{\max}$ . После этого с помощью компьютерной обработки можно построить изображение интерферограммы с распределением интенсивности по закону

$$I(x, y) = 2I_0(1 + \cos m\varphi), \quad (4)$$

где  $m = 2^n$ ,  $n$  – число пошаговой обработки, совпадающее с введенной нелинейностью по интенсивности.

На рис. 1 приведено экспериментально полученное изображение (слева сверху), а следующие пять – после компьютерной обработки первого при соответствующих значениях  $(n = 0, m = 1)$ ,  $(n = 1, m = 2)$ ,  $(n = 2, m = 4)$ ,  $(n = 3, m = 8)$ ,  $(n = 4, m = 16)$ ,  $(n = 5, m = 32)$ .

Следует отметить, что функции синус и косинус удобны тем, что, воздействуя определенным образом на эти функции, можно линейно изменять их аргументы, а это и позволяет по-

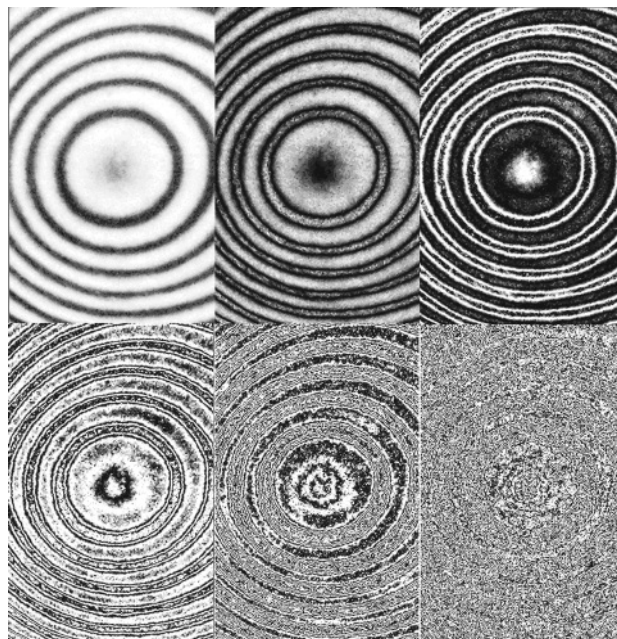


Рис. 1. Экспериментальная интерферограмма (слева сверху) и полученные на ее основе интерферограммы после цифровой обработки.

высвить чувствительность интерференционных измерений.

Метод фазового контраста был предложен Цернике для визуализации “слабых” фазовых объектов. Напомним, что под фазовыми понимают объекты, отражающие или пропускающие падающее излучение без поглощения. Функция комплексного пропускания (отражения) в этом случае имеет вид  $\alpha \exp[i\varphi(x, y)]$ , где  $\alpha$  – амплитуда падающего излучения,  $\varphi(x, y)$  – пространственное распределение фазы непосредственно вблизи освещенного объекта.

Термин “слабые” означает, что  $\varphi(x, y) \ll 1$ . Такие объекты часто встречаются в биологии, медицине и кристаллографии. Для их исследования применяются серийно выпускаемые фазово-контрастные микроскопы. Фазово-контрастные изображения являются фактически интерферограммами, образованными интерференцией нулевого и всех остальных порядков дифракции. Поэтому, применяя нелинейную цифровую обработку таких изображений, пороговую чувствительность метода можно повысить вплоть до предельной. Так как под порогом чувствительности подразумевается наименьшее значение измеряемой величины, вызывающее заметное изменение показаний прибора, то в случае применения ПЗС матриц эта величина напрямую связана с дискретностью записи интенсивности в каждом пикселе.

Поскольку в основе эффекта дифракции лежит интерференция, представляется целесообразным рассмотреть возможность адаптации названного алгоритма к обработке дифракционных картин с целью повышения точности определения размеров соответствующих им микрообъектов. Такой подход оправдан тем, что для перечисленных объектов простой формы дифракционная картина вблизи нулевого значения аргумента описывается функцией, близкой к косинусу.

Покажем это на примере кругового микроотверстия, для которого поле в картине дифракции в дальней зоне описывается функцией Бесселя первого порядка  $2J_1(x)/x$ .

Раскладывая удвоенную функцию Бесселя первого порядка в степенной ряд и деля его на  $x$ , получим, что первые члены нового ряда, определяющие его поведение вблизи нуля, действительно близки к ряду, соответствующему косинусу.

Итак, на примере дифракционной картины на круговом микроотверстии последовательно получим

$$I(x) = \{[2J_1(x)/x]^2\}, \quad (5)$$

Первые нули функций  $I_n(x)$  соответствующие им значения  $I(x)$  и  $x$

$n$	0	1	2	3	4	5
$I(x)$	0	0,5000	0,8535	0,9619	0,9904	0,9976
$x$	3,8317	1,6163	0,7906	0,3933	0,1963	0,0982

$$I_1(x) = 2I(x) - 1, \quad (6)$$

$$I_2(x) = 2I_1^2(x) - 1, \quad (7)$$

...

$$I_n(x) = 2I_{n-1}^2(x) - 1. \quad (8)$$

Несколько значений первоначальной функции  $I(x)$  и ее аргумента  $x$ , при котором  $I_n(x)$  достигает первого нуля, приведены в таблице. Из таблицы видно, что вблизи нулевых значений аргумента нули  $I_n(x)$  с хорошей точностью становятся периодичными, что говорит о близости функции  $I_n(x)$  к косинусу. На рис. 2 приведены для сравнения графики (в интервале  $|x| \leq 4$ ) функции  $I(x) = [2J_1(x)/x]^2$  и нескольких функций  $I_n(x)$ .

Значение первого нуля одной функций  $I_n(x)$ , находящегося вблизи края ПЗС матрицы, достаточно для определения радиуса кругового микроотверстия  $R$ . Зная  $\xi$  и  $L$  из эксперимента, можно найти

$$(\pi R \xi_n)/(\lambda L) = x_n, \quad R = x_n [(\lambda L)/(\pi \xi_n)]. \quad (9)$$

В отличие от значений исходной функции  $I(x)$  вблизи нулевого значения аргумента нули  $I_n(x)$  при тех же его значениях определяются надежно и с хорошей точностью, так как  $|I'_x(x)| = 1$  и  $\Delta x \approx \Delta y$ .

Обсудим теперь полученные результаты с несколько неожиданной точки зрения. Если известно *a priori*, что регистрируемая интенсивность дифракционной картины находится вну-

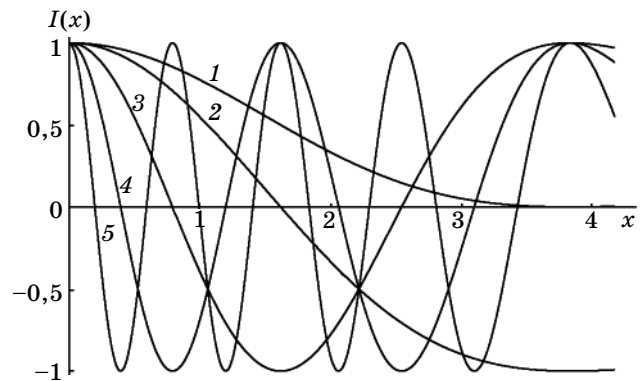


Рис. 2. Графики функции  $I(x) = [2J_1(x)/x]^2$  и нескольких функций  $I_n(x)$ . 1 –  $I(x)$ , 2 –  $I_1(x)$ , 3 –  $I_2(x)$ , 4 –  $I_3(x)$ , 5 –  $I_4(x)$ .

три нулевого порядка дифракции, то известна и фаза волнового поля, равная в этой области нулю. Извлекая квадратный корень из  $I(x)$ , найдем и амплитуду. Объектное волновое поле в плоскости предмета и в области дифракции Фраунгофера связаны преобразованием Фурье (ПФ). Таким образом, выполняя численно ПФ, в принципе можно получить “восстановленное” изображение.

Однако вблизи нулевого значения аргумента записываемое волновое поле имеет вид  $[2J_1(x)]/x \approx \text{const}$ , ограниченной по радиусу функцией типа ступеньки размерами регистрирующей среды, в данном случае – ПЗС матрицы. Следует напомнить, что в задачах записи и восстановления волнового поля голографическими методами края регистрирующей среды играют роль краев диафрагмы обычной оптической системы. Поэтому ПФ от нее снова дает функцию типа  $[2J_1(x)]/x$ , нули и максимумы которой характеризуют размеры диафрагмы, а не исследуемого объекта. Если же взять ПФ от одной из функций  $I_n(x)$ , минимумы которой находятся вблизи краев апертуры, и ограничить область ПФ этими минимумами, то произойдет своеобразная косинусная аподизация апертуры, рассмотренная в работе [3].

Поясним изложенную ситуацию на примере оптического аналога рассмотренной ситуации, следуя работе [4].

Пусть сначала действующий диаметр апертуры вырезает только центральную часть диска Эйри в картине дифракции на круговом микроотверстии. На края апертурной диафрагмы попадет тогда довольно яркая часть диска Эйри и вокруг центрального максимума в изображении кругового микроотверстия будут наблюдаться яркие пространственные флуктуации интенсивности. По мере увеличения диаметра диафрагмы интенсивность излучения, попадающего на ее края, уменьшается и становится равной нулю, когда края апертуры совпадают с первым минимумом дифракционной картины, т. е. с серединой первого темного кольца. В этот момент интенсивность вторичных максимумов на краях изображения кругового микроотверстия становится минимальной, они практически тонут в шумах и визуально не наблюдаются.

При дальнейшем увеличении апертурной диафрагмы на ее края попадают последовательно значительно менее интенсивные вторичные максимумы и минимумы дифракционной картины, и флуктуации интенсивности, соответственно ослабленные, снова появляются на краях изображения. Формирование изображения практически заканчивается при попаданиях в апертуру третьего дифракционного максимума [5], так как интенсивность более высокого порядка незначительна и не вносит заметного вклада в образование изображения. Края апертуры оказываются практически неосвещенными и флуктуации на краях изображения пропадают.

В данном же случае изображение получается в результате цифровой обработки дифракционной картины, рассматриваемой как голограмма, амплитудное пропускание которой подвергается ПФ. Если область интегрирования ограничена минимумом одной из функций  $I_n(x)$ , то тогда восстановленное изображение кругового микроотверстия будет описываться колоколообразной функцией, вторичные максимумы которой значительно подавлены, а первые минимумы позволяют однозначно определять размеры объекта.

Таким образом, по интенсивности дифракционной картины, зарегистрированной внутри нулевого порядка дифракции, предложенный метод позволяет обойти фазовую проблему и получить своеобразное “сверхразрешение” при определении размеров простых микрообъектов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Власов Н.Г., Кулиш С.М. Нелинейная обработка интерферограмм // *Нелинейный мир*. 2007. Т. 5. № 9. С. 620–621.
2. Сергеев А.Г. Метрология. М.: Логос, 2005. 112 с.
3. Власов Н.Г., Кинбер Б.С., Семенов Э.Г. Аподизация оптических элементов // *Компьютерная оптика*. 1989. № 5. С. 29–31.
4. Власов Н.Г., Мухтаров Ш.Д. Самоаподизация в изображениях микрообъектов, совпадающих по форме с апертурой // *Прикладная математика и техническая физика*. 1999. № 3. С. 29–31.
5. Ewanov C. R., Sorubay C. Measurement of transient spray size distributions // *Opt. Engin.* 1984. V. 23. № 5. P. 620–625.