

ОПТИЧЕСКОЕ МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ И ТЕХНОЛОГИЯ

УДК 535.36

МЕТАМАТЕРИАЛЫ И ПРОБЛЕМА СОЗДАНИЯ НЕВИДИМЫХ ОБЪЕКТОВ. 2. НЕВИДИМЫЕ ОБОЛОЧКИ, СКРЫВАЮЩИЕ СОДЕРЖАЩИЕСЯ В НИХ ОБЪЕКТЫ ОТ ВНЕШНЕГО НАБЛЮДАТЕЛЯ¹

© 2009 г. М. П. Шепилов, канд. физ.-мат. наук; А. А. Жилин, канд. хим. наук

Научно-исследовательский и технологический институт оптического материаловедения
ВНЦ “ГОИ им. С.И. Вавилова”, Санкт-Петербург

E-mail: shep@goi.ru, m.shep@mail.ru

Успехи в проектировании и изготовлении метаматериалов с уникальными электромагнитными свойствами позволили поставить вопрос о возможности создания невидимых объектов. Ранее был проведен обзор работ по проблеме создания невидимых объектов, размер которых меньше или порядка длины волны электромагнитного излучения. Данная работа представляет вторую часть обзора, и речь в ней идет о проблеме создания невидимых оболочек произвольного размера, скрывающих содержащиеся в них объекты от внешнего наблюдателя. Описаны результаты теоретического прогнозирования структуры таких оболочек на основе метода пространственных преобразований. Представлены теоретические подходы к упрощению структуры оболочек и попытки экспериментальной реализации упрощенных оболочек. Отмечено появление нового направления теоретической оптики – оптики преобразований.

Коды OCIS: 230.3205, 160.3918, 160.4760, 160.1190, 230.0230

Поступила в редакцию 27.02.2008

Введение

Ранее мы опубликовали первую часть обзора работ по проблеме создания невидимых объектов [1]. В первой части речь шла об объектах, размер которых меньше или порядка длины волны электромагнитного излучения. Проведенный анализ литературных данных показал, что первая основная идея – подавление электрического дипольного компонента в рассеянии света объектом – была сформулирована задолго до того, как появилась вновь в 2005 г. в связи с исследованиями в области разработки метаматериалов. Более того, и вторая основная идея – идея использования плазмонных материалов с отрицательной диэлектрической проницаемостью в качестве компонента объекта – также высказывалась и использовалась в теоретических исследованиях еще в 1970–1980-х годах. Отмечено, что новая волна интереса к

¹ Первая часть обзора была опубликована ранее (см. [1]).

таким объектам связана с успехами нанотехнологий, с возможностями современной вычислительной техники и программного обеспечения, что позволяет прогнозировать и реализовывать структуры, обладающие интересными электромагнитными свойствами. Здесь вместо прилагательного “интересными” хотелось бы написать “заданными”, однако такая замена была бы слишком оптимистичной. Например, до сих пор не удалось избежать высоких омических потерь в метаматериалах, содержащих металлические структурные элементы и демонстрирующих отрицательный показатель преломления в инфракрасной области спектра [2, 3].

В работе [1] отмечалось также, что ограничение на размер объекта, который должен быть меньше или порядка длины волны излучения, является серьезным недостатком рассмотренного подхода к созданию невидимых объектов. Действительно, фраза “невидимый объект, размер которого в пять (или в сто) раз меньше длины волны”, выглядит

довольно странно. А ведь именно эти объекты рассматриваются для иллюстрации невидимости объектов такого типа [4, 5]. Этот недостаток обуславливает, как нам кажется, отсутствие интереса к экспериментальной реализации субволновых объектов, невидимых в вакууме. Попытки реализовать такие объекты, по нашим сведениям, не описывались в литературе.

В данной работе, которая является второй частью обзора, речь пойдет в основном о теоретических подходах к возможности реализации невидимости объектов, размер которых не связан непосредственно с длиной волны излучения и может быть на порядки больше, чем длина волны. При этом будет рассматриваться монохромное излучение с длиной волны от сантиметров (гигагерцовые частоты) до сотен нанометров (видимый свет) и будут использоваться термины “невидимый”, свет и т. д. независимо от того, относится излучение к видимой области спектра или нет.

1. Метод преобразований координат в задаче о невидимости

В июне 2006 г. одновременно вышли из печати две работы [6, 7], в которых были предложены теоретические модели невидимых оболочек, обеспечивающих невидимость находящихся внутри них объектов для внешнего наблюдателя. В обеих работах отмечаются успехи в разработке метаматериалов как важной предпосылки для постановки задачи о создании таких оболочек. В обеих работах используется метод преобразований координат (метод отображений).

U. Leonhardt [6] сначала отмечает, что в соответствии с результатами работ [8, 9] реализовать полную невидимость невозможно из-за волновой природы света. Математическое основание для такого заключения – теорема о единственности решения обратной задачи рассеяния [8], согласно которой данные рассеяния полностью определяют пространственный профиль показателя преломления. Поэтому данные рассеяния света пустым пространством могут соответствовать только пустому пространству и идеальная невидимость невозможна. Однако, как отмечено в [6], эта теорема не накладывает количественных ограничений на степень неидеальности и, кроме того, не может быть применена непосредственно к световым лучам, т. е. к распространению света в приближении геометрической оптики. Именно задаче предсказания свойств среды, которая

обеспечивает идеальную невидимость в пределе геометрической оптики, и посвящена работа [6] (см. также [10], где некоторые аспекты проблемы рассмотрены более подробно).

В своем подходе [6, 10] U. Leonhardt рассматривает случай, когда показатель преломления n однороден вдоль некоторого направления, т. е. зависит только от координат (x, y) в плоскости, перпендикулярной этому направлению, а волновой вектор падающей плоской электромагнитной волны лежит в этой плоскости. Тогда задача сводится к двумерной. Это позволяет ввести комплексные числа $z = x + iy$ для описания координат в плоскости (x, y) и применить метод конформных отображений (см., например, [11, 12]), который является мощным методом решения разнообразных задач физики и техники. А именно в [6] показано, что в случае, когда показатель преломления не изменяется существенно на расстояниях порядка длины волны (случай, рассматриваемый в геометрической оптике), уравнение распространения света инвариантно относительно преобразования координат, которое выражается аналитической функцией $w(z)$ (конформное отображение). При этом коэффициенты преломления $n(z)$ и $n'(w)$ в исходной (физической) системе z и преобразованной системе w связаны соотношением

$$n = n' \left| \frac{dw}{dz} \right|. \quad (1)$$

Пусть среда устроена таким образом, что $n(z)$ является модулем аналитической функции $g(z)$. Тогда, вбирая в качестве $w(z)$ интеграл от $g(z)$ и учитывая формулу (1), получим преобразованную систему, в которой показатель преломления n' равен единице. В такой координатной системе w свет распространяется, как в пустом пространстве, вдоль прямых. Следовательно, такое конформное отображение, называемое в работе [6] “оптическим”, преобразует оптически неоднородную (точнее говоря, неоднородно преломляющую) среду в пустое пространство. Если $w(z)$ приближается к z при $w \rightarrow \infty$, все падающие волны в исходной системе (т. е. в реальном физическом пространстве) ведут себя на бесконечности так, как если бы они прошли через пустое пространство. Иными словами, в такой ситуации оптическая неоднородность становится ненаблюдаемой, невидимой на достаточно больших расстояниях (эти расстояния все же могут быть значительно меньше тех расстояний, на которых неоднородность становится невидимой в силу ее удаленности от наблюдателя).

Однако ситуация не является столь простой, как кажется на первый взгляд. Сложность связана с тем, что область нетривиальных координат w представляет многолистную риманову поверхность с бесконечно удаленной точкой $w = \infty$ на каждом листе [6]. В качестве примера в работе [6] рассматривалось простое отображение

$$w(z) = z + \frac{a^2}{z}, \quad (w(z) \xrightarrow{z \rightarrow \infty} z). \quad (2)$$

При использовании переменных $z_0 = z/a$ и $w_0 = w/(2a)$ отображение (2) сводится к функции $w_0(z_0)$, подробно описанной в отечественной учебной литературе как функция Жуковского [11, 12]). Функция $w(z)$ конформно отображает область $|z| > a$ (“внешность” круга радиуса a) на плоскость w , разрезанную по отрезку $[-2a, 2a]$ оси x (это один лист римановой поверхности, называемый далее “внешним” листом). Внутренность круга ($|z| < a$) отображается на второй экземпляр плоскости w , разрезанной по отрезку $[-2a, 2a]$ оси x (это второй лист римановой поверхности, называемый далее “внутренним”), причем бесконечно удаленная точка $w = \infty$ этого листа соответствует точке $z = 0$ на физической плоскости. Окружность $|z| = a$ преобразуется в верхний и нижний берега разреза $[-2a, 2a]$, и переход с одного листа на другой происходит при пересечении верхнего или нижнего берегов разреза. Наконец, из формулы (1) следует, что преобразование (2) переводит показатель преломления с профилем

$$n(z) = \left| 1 - \frac{a^2}{z^2} \right| \quad (3)$$

на физической плоскости в пространственно однородный и равный единице показатель $n'(w)$.

В преобразованном пространстве падающие световые лучи сначала распространяются вдоль прямых, лежащих на внешнем листе w . Если такой луч не пересекает разреза $[-2a, 2a]$, он остается в пределах внешнего листа w . Это означает, что в исходной системе такие лучи не попадают в круг радиуса a , огибая его. Отметим, что для потока, падающего вдоль оси x , все лучи (кроме луча, совпадающего с самой осью) относятся к лучам такого рода, т. е. излучение не проникает в круг радиуса a , обтекая его, и восстанавливает параллельность потока на больших расстояниях (рис. 1а). Таким образом, оптическая неоднородность становится ненаблюдаемой на достаточно большом расстоянии. Более того,

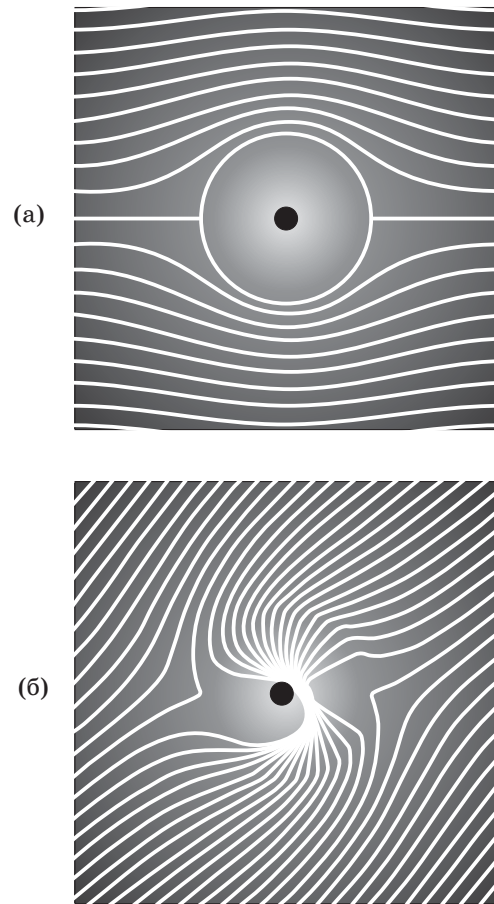


Рис. 1. Траектории лучей в устройстве невидимости, предложенном в работе [6], в случаях, когда падающий поток распространяется в направлении оси x (а) и под углом к этой оси (б). Область невидимости – черный кружок в центре изображения. Внешняя и внутренняя области устройства разделены окружностью радиуса a (на рис (а) центральный луч очерчивает эту окружность). На рис. (б) видно преломление лучей на границе внешней и внутренней областей.

поскольку излучение не попадает в круг радиуса a , оптические свойства среды в пределах этого круга могут быть любыми, иными словами, внутри круга можно “спрятать” любой подходящий по размерам объект.

Даже такая невидимость в световом потоке определенного направления представляется весьма интересным результатом. Но автор работы [6] не остановился на достигнутом. В работе рассмотрены также другие лучи, которые в преобразованном пространстве пересекают отрезок $[-2a, 2a]$ и переходят на “внутренний” лист w ,

распространяясь, как и на внешнем листе, по прямой (рис. 2), и уходят на бесконечность, что на физической плоскости соответствует приближению к точке $z = 0$. Таким образом, эти лучи непреодолимо притягиваются к сингулярности показателя преломления (3), которая имеет место в точке $z = 0$, и образуется тень. Поскольку на больших расстояниях от центра лучи распространяются одинаково в физической и преобразованной системах, то, как видно из рис. 2, размер тени зависит от видимого размера разреза, т. е. от угла, который образует падающий поток с осью x . Тень максимальна, если направление потока перпендикулярно оси x , и отсутствует, если направление потока совпадает с направлением

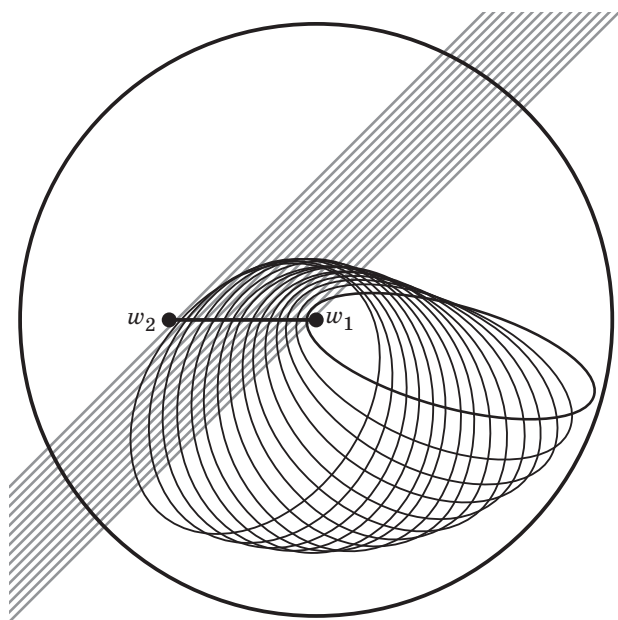


Рис. 2. Траектории лучей в преобразованном пространстве w для устройства невидимости, предложенного в [6]. Изображены лучи, пересекающие отрезок $[-2a, 2a]$ (жирная линия между двумя точками) и переходящие на внутренний лист w . Если профиль показателя преломления на внутреннем листе определяется формулой (5), луч преломляется при входе на внутренний лист, описывает замкнутую траекторию по этому листу вокруг точки ветвления $w_1 = 2a$ и, снова преломляясь, выходит на внешний лист в первоначальном направлении. Любые траектории на внутреннем листе не выходят за пределы круга радиуса r_0 с центром в точке ветвления $w_1 = 2a$, показанного на рисунке.

оси x или противоположно ему (случай, рассмотренный выше и представленный на рис. 1а).

Чтобы вывести луч, перешедший на внутренний лист в преобразованном пространстве, снова на внешний лист, необходимо обвести его вокруг одной из точек ветвления и вернуть на другой берег разреза в ту же точку и в том же направлении, как и при входе на внутренний лист, например так, как это показано на рис. 2 (кривые, огибающие правую точку ветвления). Иными словами, траектория луча на внутреннем листе должна быть замкнутой, с той лишь оговоркой, что начальная и конечная точки относятся к разным берегам разреза. На физической плоскости это соответствует тому, что луч, вошедший в круг радиуса a , будет выведен из него. Отметим, что точка $z = x + iy$ выхода луча из круга соответствует точке $z = x - iy$ его входа в круг, поскольку верхняя и нижняя полуокружности преобразуются в разные берега разреза, а точки входа и выхода в преобразованной системе имеют одни и те же координаты w , хотя и относятся к разным берегам.

Чтобы реализовать такую ситуацию, U. Leonhardt [6] предлагает найти подходящий профиль показателя преломления на внутреннем листе (т. е. внутри круга радиуса a на физической плоскости). Основываясь на аналогии с движением квантовой частицы в потенциальном поле, он приходит к выводу о возможности использования профилей двух типов, отвечающих потенциалам с замкнутыми траекториями. Один тип профилей соответствует потенциалу гармонического осциллятора

$$n'^2 = 1 - \frac{|w - w_1|^2}{r_0^2}, \quad (4)$$

а другой – потенциалу Кеплера с отрицательной энергией

$$n'^2 = \frac{r_0}{|w - w_1|} - 1, \quad (5)$$

где w_1 – точка ветвления (например, $w_1 = 2a$) и r_0 – параметр. В обоих случаях траектории лучей являются эллипсами и локализованы внутри круга радиуса r_0 , centered on the pole w_1 (круг, охватывающий эллиптические траектории на рис. 2). Круг должен быть достаточно большим ($r_0 > 4a$), чтобы вместить весь разрез. Обратное преобразование внутреннего листа $z(w)$ превращает внешность этого круга ($|w - w_1| > r_0$) во внутренность области, ограниченной образом $z(w)$ окружности. Согласно сказанному лучи не попадают в

эту область физического пространства и любой объект, помещенный в эту область, будет скрыт от внешнего наблюдателя.

Развитый подход не свободен от недостатков [6], связанных с преломлением света на границе круга. В преобразованной системе w при переходе луча с внешнего листа на внутренний (пересечение отрезка $[-2a, 2a]$) показатель преломления изменится скачком от 1 до значения n' , определяемого формулами (4) или (5), т. е. имеет место преломление. Но такое преломление “обратимо”. А именно, по эллиптической траектории луч возвращается на другой берег разреза в ту же точку и в том же направлении, как и при входе на внутренний лист, и испытывает обратное преломление при возвращении на внешний лист, так что его новое направление распространения по внешнему листу совпадает с первоначальным (рис. 2). Однако при определенных обстоятельствах некоторые лучи внешнего листа, падающие на отрезок $[-2a, 2a]$, испытывают полное отражение и не переходят с внешнего листа на внутренний. Действительно, если в законе Снеллиуса $\sin\theta = n'\sin\theta'$, записанном для луча с углом падения θ на границу раздела внешнего и внутреннего листа, показатель преломления внутреннего листа в точке падения $n' < 1$, то для углов $\theta > \Theta = \arcsin n'$ имеет место полное отражение. При наличии полного отражения устройство выглядит как зеркальное (серебристое) в отраженном и дает тень в проходящем свете. На границе внешнего и внутреннего листов показатели преломления (4) и (5) имеют минимальное значение на второй точке ветвления $w_2 = -2a$.

Для профиля (4), отвечающего потенциалу гармонического осциллятора, $n' < 1$ на всей границе между листами, а его минимальное значение при $w = w_2$ определяет угол “принятия”

$$\Theta = \arccos\left(\frac{|w_2 - w_1|}{r_0}\right). \quad (6)$$

В этом случае для круговой невидимости радиус r_0 должен приближаться к бесконечности, что приведет к сужению области физического пространства, куда не проникают лучи, в точку.

Для профиля (5), отвечающего потенциалу Кеплера, полное отражение на границе листов не имеет места (т. е. $n' \geq 1$), если $r_0 \geq 2|w_2 - w_1|$, при этом невидимая область имеет максимальный размер при минимальном значении r_0

$$r_0 = 2|w_2 - w_1| = 8a. \quad (7)$$

Профиль (5) с параметром r_0 (7) использовался для построения рис. 16, на котором для устрой-

ства невидимости проиллюстрирован ход лучей в физической плоскости в случае, когда направление падающего потока не совпадает с направлением оси x . Темное пятно в центре рисунка – невидимая область. Отметим, что показатель преломления в таком устройстве меняется в пределах от 0 примерно до 36.

U. Leonhardt [6] отмечает также, что несовершенство устройства связано с частичным отражением света границей внешней и внутренней областей и с временной задержкой. Он предполагает, что отражение можно уменьшить, введя вместо резкой границы переходный слой или используя просветляющие пленки. По его мнению, несовершенства устройства невидимости в лучах могут быть сделаны настолько малыми, насколько мала неточность геометрической оптики, в то время как полностью спрятать объект от волн невозможно.

Более подробное рассмотрение некоторых аспектов устройств невидимости такого рода, в том числе вопроса о временной задержке, представлено в [10]. Метод, предложенный в [6], не получил широкого распространения. Тем не менее на основе идей, сформулированных в [6], была развита модель [13], в которой устранены несовершенства устройства (эффекты временной задержки и отражения). Отметим также, что совсем недавно U. Leonhardt и T. T. T. опубликовали работу [14], в которой предложена теоретическая модель оболочки невидимости, не требующей для своей реализации материалов с экстремальными свойствами и предназначенной для работы в широкой спектральной области.

Как мы видели, подход к проблеме создания устройств невидимости, который развил U. Leonhardt, является комплексным, и не только в математическом смысле этого слова. Значительно более простой (по крайней мере, в теоретическом отношении) подход разработали J.V. Pendry, D. Schurig и D.R. Smith [7]. Эти авторы основывались на результатах работы [15],² в которой показано, что уравнения Максвелла для монохроматического излучения в отсутствие свободных зарядов и токов инвариантны относительно “деформаций” пространства, т. е. преобразований координат, если при преобразованиях проводится соответствующая перенормировка диэлектрической ϵ и магнитной μ проницаемостей. Отметим, что в общем случае такая перенормировка приводит к зависящим от координат тензорам проницаемостей, даже

² Эти результаты даны также в электронном приложении к работе [7]

если в исходных координатах проницаемости однородны и изотропны. Если какая-то область пространства не деформируется, т. е. исходные и преобразованные координаты точек этой области совпадают, то в пределах этой области совпадают также проницаемости и электромагнитные поля исходной и преобразованной систем. Вообще говоря, электромагнитные поля в исходной и преобразованной системах отличаются и связаны определенными соотношениями.

В [7] в качестве исходной системы выбран вакуум ($\epsilon = \mu = 1$), в котором распространяется монохроматическое электромагнитное излучение. Рассмотрено простое преобразование координат, отвечающее сжатию сферы радиуса R_2 в концентрический шаровой слой с внешним радиусом R_2 и внутренним радиусом R_1 . В сферической системе координат, начало которой совпадает с центром сферы, такое преобразование можно записать как

$$\begin{aligned} R &= R_1 + r(R_2 - R_1)/R_2, \quad (r < R_2); \\ R &= r, \quad (r > R_2); \quad \theta' = \theta; \quad \varphi' = \varphi. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь r, θ, φ и R, θ', φ' – сферические координаты точки до и после преобразования. В этом случае для $R = r > R_2$ проницаемости и электромагнитное поле одинаковы для исходной и преобразованной системы. Например, если в исходной системе распространяется плоская волна, то в преобразованной системе поле вне сферы $R > R_2$ будет описываться также плоской волной. Далее, область $R < R_1$ в преобразованной системе не имеет аналога в исходной системе, проницаемости в этой области могут быть заданы произвольно и внешнее поле, т. е. поле исходной системы, в эту область не проникает. Наконец, используя формулы работы [15], авторы [7] получают следующие выражения для проницаемостей преобразованной системы в области $R_1 < R < R_2$:

$$\begin{aligned} \epsilon'_R &= \mu'_R = \frac{R_2}{R_2 - R_1} \left(\frac{R - R_1}{R} \right)^2, \\ \epsilon'_\theta &= \mu'_\theta = \epsilon'_\varphi = \mu'_\varphi = \frac{R_2}{R_2 - R_1}. \end{aligned} \quad (9)$$

Иными словами, если поместить в пустое пространство оболочку – шаровой слой $R_1 < R < R_2$, материал которого удовлетворяет соотношениям (9) на заданной частоте излучения, то такая оболочка никак не возмущит внешних полей заданной частоты независимо от того, какие объекты находятся внутри оболочки, т. е. в области $R < R_1$. Эти поля имеют точно такой же вид, как и в исходной системе, в которой оболочка

и ее содержимое отсутствуют. Создание такой невидимой оболочки означало бы возможность сделать невидимыми для внешнего наблюдателя объекты, помещенные внутри оболочки. При этом пространство разделяется на области $R > R_1$ и $R < R_1$, которые не связаны друг с другом электромагнитным взаимодействием для излучения рассматриваемой частоты.

Авторы отмечают, что материал оболочки на внешней границе ($r = R_2$) удовлетворяет соотношениям $\epsilon'_\theta = \epsilon'_\varphi = 1/\epsilon'_R$ и $\mu'_\theta = \mu'_\varphi = 1/\mu'_R$, которые обеспечивают отсутствие отражения на границе.

Чтобы проиллюстрировать “работу” такой оболочки, авторы рассматривают два примера. В первом примере предполагается, что длина волны излучения мала ($\lambda \ll R_2$), и в приближении геометрической оптики рассчитан ход лучей, падающих на оболочку от бесконечно удаленного источника и характеризующих поведение вектора Пойнтинга. На рис. 3 показаны результаты таких расчетов в плоскости, параллельной направлению падающего потока и проходящей через центр сферы (рис. 3а), и в трехмерном представлении (рис. 3б). Видно, что, входя в оболочку, лучи огибают маскируемую область $R < R_1$, причем по выходе из оболочки первоначальное направление распространения лучей восстанавливается, т. е. содержимое маскируемой области и сама оболочка являются невидимыми для внешнего наблюдателя. Во втором примере рассмотрен случай $\lambda \gg R_2$ (предел ближнего поля). Точечный заряд помещается вблизи оболочки и для построения силовых линий вектора электрической индукции (рис. 4) используется электростатическое приближение. Рисунок показывает, что поле не проникает в маскируемую область и что поле вне оболочки такое же, как и в ее отсутствие.

В [7] отмечено, что анизотропия и пространственная неоднородность проницаемостей являются принципиально важными свойствами материала оболочки и могут быть реализованы для метаматериалов [16–18]. Более проблематичным представляется авторам [7] получение малых значений ϵ' и μ' .

Наконец, авторы задаются вопросом, может ли эффект маскировки иметь место для некоторой области частот или только для одной частоты. В рассмотренном примере речь шла об одной фиксированной частоте. При этом, если говорить в терминах геометрической оптики (рис. 3), лучи, входящие в оболочку, распространяются по изогнутым, т. е. более длинным траекториям,

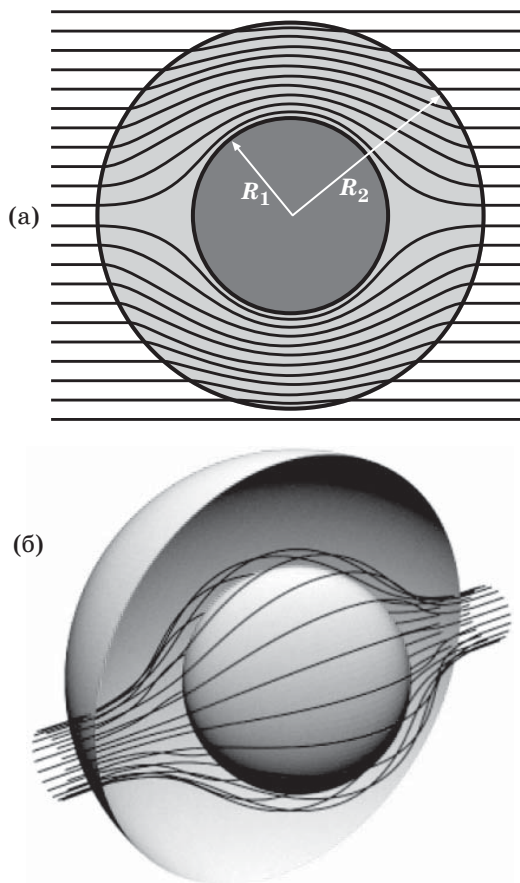


Рис. 3. Траектории лучей в оболочке невидимости, предложенной в работе [7] и характеризующейся проницаемостями (9) в случае $R_2 = 2R_1$. Траектории показаны в плоскости, параллельной направлению падающего потока и проходящей через центр оболочки (а), и в трехмерном пространстве (б).

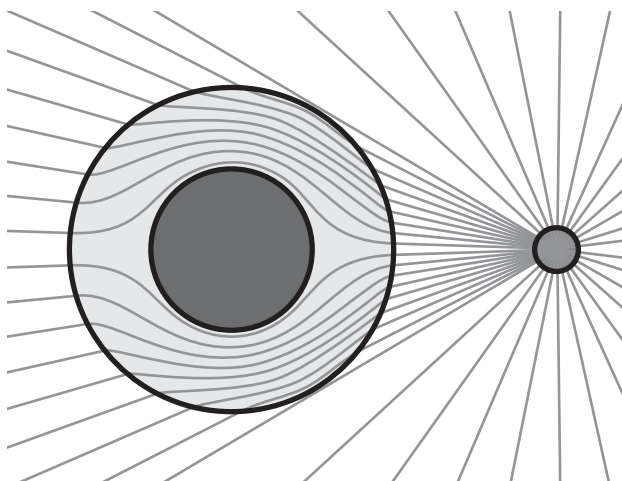


Рис. 4. Точечный заряд вблизи оболочки невидимости [7]. В предположении, что $\lambda \gg R_2$ (предел ближнего поля), изображены силовые линии вектора электрической индукции. Поле не проникает в маскируемую область, а вне оболочки оно такое же, как и в ее отсутствие.

чем при распространении в вакууме. Однако на выходе из оболочки их фаза должна быть такой же, как и при распространении в вакууме, поскольку оболочка не вносит возмущения во внешние поля. Это означает, что фазовая скорость лучей в оболочке больше, чем в вакууме, и это утверждение не нарушает никаких физических законов. Если предположить, что дисперсия отсутствует, то фазовая и групповая скорости должны быть равны, в то время как групповая скорость не может превышать скорость света. Поэтому дисперсия должна иметь место и оболочка может эффективно работать только на одной частоте.

Теорема о единственности решения обратной задачи рассеяния [8] не упоминается в [7] и, естественно, никак не комментируется тот факт, что полученные результаты противоречат этой теореме. Такой комментарий был дан позже [19] и состоял в том, что теорема единственности [8] доказана для изотропных сред и не применима к случаю оболочки из существенно анизотропного материала [7].

Более наглядное объяснение нарушения теоремы о единственности для случая цилиндрической маскирующей оболочки (см. раздел 2) предложено Н.Н. Розановым [20]. В объяснении использован факт обращения в бесконечность проницаемостей ϵ_φ , μ_φ на внутренней границе оболочки. При этом автор считает, что факт анизотропии материала оболочки, использованный для объяснения нарушения теоремы о единственности в работе [19], не имеет принципиального значения.

Последнее утверждение, на наш взгляд, неправомерно. Действительно, в случае сферической оболочки проницаемости (9) остаются конечными и единственное существующее объяснение связано с фактом анизотропии материала оболочки. Кроме того, вряд ли можно ожидать, что причины нарушения теоремы о единственности в трехмерном и двумерном случаях различны. И наконец, основываясь на полученных ниже формулах (14), (16), можно прогнозировать невидимые оптические неоднородности с плавно изменяющимися конечными (но анизотропными) проницаемостями как в трехмерном, так и в двумерном случае. Для этих неоднородностей, которые не являются оболочками невидимости, теорема о единственности нарушается. Поэтому неанизотропность материала следует считать принципиальной причиной нарушения теоремы о единственности.

Соотношения (9), полученные в [7] из сложных формул работы [15], можно получить очень

просто. Продемонстрируем это. Запишем уравнения Максвелла

$$\nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon \varepsilon_0 \partial \mathbf{E} / \partial t, \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\mu \mu_0 \partial \mathbf{H} / \partial t \quad (10)$$

в свободном пространстве ($\varepsilon = \mu = 1$ – исходная система) в сферической системе координат (r, θ, φ) [21]. Например, для φ -компонента первого из уравнений (10) получаем (этот компонент выбран как наиболее компактный в записи)

$$\frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial [rH_\theta]}{\partial r} - \frac{\partial H_r}{\partial \theta} \right\} = \varepsilon_0 \frac{\partial E_\varphi}{\partial t}. \quad (11)$$

Проведем теперь преобразование координат $R = R(r)$, которое не затрагивает углов, где $R(r)$ – взаимно однозначная функция и

$$R(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} r. \quad (12)$$

Переходя к переменной R в уравнении (11) с учетом правила дифференцирования $\partial(\bullet)/\partial r = (dR/dr)\partial(\bullet)/\partial R$ и проводя несложные преобразования, получаем для преобразованной системы уравнение

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} \left\{ \frac{\partial}{\partial R} \left[R \left(\frac{r}{R} H_\theta \right) \right] - \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{dR/dr} H_r \right) \right\} = \\ = \varepsilon_0 \frac{1}{dR/dr} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{r}{R} E_\varphi \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Уравнения (11) для исходной и (13) для преобразованной систем по форме одинаковы, но отличаются значениями φ -компонента диэлектрической проницаемости: $\varepsilon_\varphi = 1$ для исходной и $\varepsilon'_\varphi = (dR/dt)^{-1}$ для преобразованной системы. Уравнение (13) показывает также, что компоненты полей в преобразованной системе даются выражениями, заключенными в круглые скобки, т. е. выражаются через соответствующие компоненты в исходной системе.

Аналогичным образом можно рассмотреть преобразование других компонентов первого и второго уравнений (10). Уравнения для преобразованной системы являются уравнениями Максвелла в среде с проницаемостями

$$\begin{aligned} \varepsilon'_R = \mu'_R = \frac{r^2}{R^2} \frac{dR}{dr}, \\ \varepsilon'_\theta = \mu'_\theta = \varepsilon'_\varphi = \mu'_\varphi = \frac{1}{dR/dr}, \end{aligned} \quad (14)$$

причем компоненты полей в преобразованной $(\tilde{\mathbf{H}}, \tilde{\mathbf{E}})$ и исходной (\mathbf{H}, \mathbf{E}) системах связаны соотношениями

$$\begin{aligned} \tilde{H}_R = \frac{1}{dR/dr} H_r, \quad \tilde{H}_\theta = \frac{r}{R} H_\theta, \\ \tilde{H}_\varphi = \frac{r}{R} H_\varphi \end{aligned} \quad (15)$$

(компоненты электрического поля преобразуются аналогичным образом). Для преобразования (8) формулы (14) дают проницаемости (9).

Простота (по крайней мере в теоретическом отношении) и красота решения задачи об обложке невидимости [7] вызывает недоумение – почему решение такого типа не появилось ранее. Можно, конечно, сказать, что перспективы практического осуществления таких устройств появились только после предсказания и реализации первых образцов метаматериалов. Однако не секрет, что научные журналы разбухают от обилия статей, касающихся моделей, подавляющее большинство из которых не имеет отношения к реальной физике и никогда не найдет никакой практической реализации.

И тем не менее, существует по крайней мере одна работа, автор которой вплотную подошел к решению задачи, предложенному в [7]. А именно, в 1961 г. Л.С. Долин опубликовал работу [22], в которой показано, что уравнения Максвелла инвариантны относительно определенного вида преобразований метрики пространства и проницаемостей среды; отмечено, что в общем случае анизотропия проницаемостей при таких преобразованиях является неизбежной, и предложено использовать инвариантность для решений некоторых электродинамических задач.

В качестве одного из примеров Л.С. Долин получил проницаемости системы, в которую преобразуется свободное пространство при переходе от сферических координат r, θ, φ к координатам $R(r), \theta, \varphi$, где $R = R(r)$ удовлетворяет условию (12). Показав, что в силу этого условия исходная и преобразованная системы идентичны на больших расстояниях от начала координат, он пришел к выводу, что плоская волна в преобразованной системе, падающая из бесконечности на неоднородность с полученными проницаемостями, пройдет через нее без искажений. Следует отметить, что значения проницаемостей, полученные в [22], обратны тем, которые определяются формулой (14).

Таким образом, Л.С. Долин, во-первых, исследовал инвариантность уравнений Максвелла относительно определенного вида преобразований метрики пространства и проницаемостей среды, что также было сделано значительно позже в работе [15], а во-вторых, на этой основе нашел

вид неоднородности, которая не возмущает внешнего электромагнитного поля, т. е. невидима для внешнего наблюдателя. Для предсказания оболочки невидимости в ее современном понимании ему не хватило одного шага, а именно – использовать такое преобразование $R(r)$, которое трансформирует полное пространство в его часть, каким является, например, преобразование (8).

В заключение данного раздела проведем краткое сравнение моделей оболочек невидимости, предложенных в работах [6] и [7]. Подход, предложенный в [6], может быть непосредственно использован только в двумерном случае, тогда как подход [7], реализованный в трехмерном случае, легко может быть применен и в двумерном (см. ниже). Оболочки, рассматриваемые в [6], могут строго обеспечить невидимость только в пределе геометрической оптики, причем необходимы дополнительные меры по устранению эффектов отражения на границе внешней и внутренней областей, тогда как оболочки [7] такому ограничению и усложнению не подвержены. Для оболочек [6] размер области, в которой показатель преломления заметно отличается от единицы, т. е. внешний размер оболочки, много больше размера невидимой области, в то время как для оболочек [7] имеется единственное ограничение – радиус оболочки должен быть больше радиуса области невидимости. Оболочки [6] не обладают круговой симметрией, но состоят из изотропного материала, а оболочки [7] – сферически симметричные конструкции из анизотропного материала. В целом создание оболочек [7] представляется более перспективным, что и отражается в последующем развитии идеи невидимости в литературе. Подход [6] интересен тем, что в нем показана возможность создания устройств невидимости при использовании изотропного материала, по крайней мере для двумерного случая в приближении геометрической оптики.

2. Упрощенные модели и попытки реализации оболочек невидимости

В работе [23] была рассмотрена цилиндрическая оболочка. Результаты этой работы позволили осуществить попытку практической реализации оболочки невидимости [19].

Чтобы “сконструировать” цилиндрическую оболочку, выполним преобразования, аналогичные проведенным в предыдущем разделе ((10)–(15)) при рассмотрении сферической оболочки. В этом разделе удобно использовать цилиндрическую систему координат (r, φ, z) , где

r – расстояние от точки наблюдения до оси z (в отличие от предыдущего раздела, в котором то же самое обозначение использовалось для расстояния от точки до начала координат). Выберем в качестве исходной системы свободное пространство с координатами (r, φ, z) и рассмотрим преобразование, при котором φ и z не изменяются, а r взаимно однозначно преобразуется в $R = R(r)$, где $R(r)$ удовлетворяет условию (12). Можно показать, что уравнения Максвелла (10), записанные в цилиндрических координатах, остаются инвариантными относительно рассматриваемого преобразования, если в преобразованной системе проницаемости имеют вид

$$\begin{aligned} \varepsilon'_R = \mu'_R &= \frac{r}{R} \frac{dR}{dr}, \quad \varepsilon'_\varphi = \mu'_\varphi = \frac{R}{r} \frac{1}{dR/dr}, \\ \varepsilon'_z = \mu'_z &= \frac{1}{R} \frac{1}{dR/dr}. \end{aligned} \quad (16)$$

В частном случае, когда $R(r)$ является линейным преобразованием и задается формулой (8), т.е. когда цилиндрическая оболочка имеет внешний радиус R_2 и внутренний радиус (радиус зоны невидимости) R_1 , формулы (16) сводятся к следующим формулам для проницаемостей материала оболочки:

$$\begin{aligned} \varepsilon'_R = \mu'_R &= \frac{R - R_1}{R}, \quad \varepsilon'_\varphi = \mu'_\varphi = \frac{R}{R - R_1}, \\ \varepsilon'_z = \mu'_z &= \left(\frac{R_2}{R_2 - R_1} \right)^2 \frac{R - R_1}{R}. \end{aligned} \quad (17)$$

Формулы (17) используются в работе [23] как исходные и рассмотрение ограничено случаем падения на оболочку монохроматической поляризованной плоской волны, электрический вектор которой параллелен оси z (ТЕ-поляризация). При такой поляризации задача определяется только тремя проницаемостями: $\varepsilon'_z, \mu'_R, \mu'_\varphi$. Чтобы проиллюстрировать, насколько свойства оболочки ухудшаются при отступлении от “идеальных” проницаемостей (17), авторы проводят численные расчеты полей для четырех случаев. Во всех случаях внутренний диаметр оболочки, выраженный в единицах длины волны излучения λ , составляет $2R_1/\lambda = 1,33$, а внешний $2R_2/\lambda = 2,67$. Внутри оболочки помещается тонкий цилиндрический слой из идеального проводника, внешний диаметр которого равен внутреннему диаметру оболочки. Этот слой обеспечивает отсутствие полей внутри него и гарантирует невидимость любого объекта, помещенного внутри слоя. Как отмечено в [19], такой цилиндрический слой яв-

ляется наиболее сильно рассеивающим объектом из тех, что могут быть спрятаны в оболочку.

Случай 1, рассмотренный в [23], представляет идеальную оболочку для излучения выбранной поляризации, а именно ее проницаемости ϵ'_z , μ'_R , и μ'_ϕ удовлетворяют соотношениям (17).

В случае 2 к идеальным значениям проницаемостей добавлены потери, характеризуемые тангенсом потерь, равным 0,1. При этом отмечено, что технология получения метаматериалов для гигагерцовой области частот позволяет обеспечить значительно более низкие потери [24].

В случае 3 непрерывный профиль проницаемостей ϵ'_z , μ'_R , μ'_ϕ идеальной оболочки (17) аппроксимирован ступенчатым профилем с восемью ступенями. Этот случай представляет необходимую аппроксимацию при реализации непрерывной среды конечным числом дискретных слоев.

В случае 4 авторы рассматривали упрощенную оболочку. Они показали, что распространение излучения ТЕ-поляризации в оболочке определяется двумя материальными параметрами – произведениями проницаемостей $\mu_R \epsilon_z$ и $\mu_\phi \epsilon_z$. Эти произведения для идеальной оболочки (17) те же, что и для более простых профилей

$$\begin{aligned} \mu''_\phi = 1, \quad \epsilon''_z &= \left(\frac{R_2}{R_2 - R_1} \right)^2, \\ \mu''_R &= \left(\frac{R - R_1}{R} \right)^2. \end{aligned} \quad (18)$$

Эти профили и использовались в случае 4. Авторы отмечают, что хотя фазовый фронт и направление потока энергии в упрощенной оболочке такие же, как и в идеальной, при проницаемостях (18) оболочка теряет идеальность – появляется отражение на внешней границе.

Результаты проведенных расчетов показали, что эффекты маскировки выражены наиболее четко для идеальной оболочки (случай 1). В этом случае плоская волна почти не искажается вне оболочки. Внутри оболочки линии потока энергии плавно огибают проводящий цилиндрический слой, а фазовые фронты деформируются в соответствии с предсказаниями, сделанными при рассмотрении пространственных преобразований [7]. Рассеяние от внутренней (маскируемой) области оболочки минимально.

В [23] отмечено, что несмотря на большой объем вычислений (использовалось, например, 340 000 неизвестных) их результат является приближенным. В частности, идеальная оболочка представлялась 32 слоями, что является недостаточным для представления поведения про-

ницаемостей (17), тем более что одна из них (μ'_ϕ) сингулярна. Это приводит к незначительному рассеянию. Тем не менее достигнутой точности вполне достаточно для иллюстрации высокой эффективности маскировки при использовании идеальной оболочки.

Потери в материале оболочки снижают эффект маскировки, однако даже при тангенсе потерь 0,1 маскировка остается довольно эффективной (случай 2). Такая оболочка почти не приводит к рассеянию, а заметное изменение интенсивности имеет место только в направлении “вперед”, где образуется область тени, которая обусловлена поглощением в оболочке и сужается при удалении от нее. При тангенсе потерь 0,01 влияние потерь становится почти незаметным.

Для дискретной оболочки из 8 слоев (случай 3) большая часть энергии падающей волны обводится вокруг маскируемого объекта, т. е. имеет место эффективная маскировка с низким отражением. Отмечается также, что систематические возмущения проницаемостей порядка 10% не нарушают физики маскировки. Авторы [23] предполагают, что аналогичный вывод относится и к случайным возмущениям.

Для упрощенных профилей проницаемостей (18) (случай 4) отмечается наличие заметного рассеяния по всем направлениям. Однако картина распределения фазы электрического поля в такой оболочке находится в согласии с картиной, полученной для идеальной оболочки, на основании чего делается вывод, что реализация упрощенной оболочки может быть первым шагом на пути экспериментальной демонстрации явления маскировки.

Следует отметить, что приведенные в [23] иллюстрации распределения электрического поля и линий потока энергии информативны только в цветном представлении. Отметим также, что в работе проводится обсуждение некоторых более тонких деталей результатов расчетов.

Попытка экспериментальной реализации упрощенной оболочки, предложенной в [23] и определяемой формулами (18), предпринята в работе [19]. В дополнение к свойствам упрощенной оболочки, описанным в [23] и перечисленным выше, авторы [19] отмечают, что в приближении геометрической оптики пути лучей в упрощенной и идеальной оболочках одинаковы, так же как и углы преломления на границах. Единственным недостатком упрощенной оболочки, как уже отмечалось, является наличие отражения на внешней границе.

Авторы [19] предлагают создать упрощенную оболочку из метаматериала, выбрав соответ-

ствующим образом его элементарные ячейки и их взаимное расположение. Поскольку материал оболочки пространственно неоднороден, свойства ячейки должны зависеть от ее расположения, а расположение не может обладать трехмерной периодичностью. Чтобы реализовать проницаемости (18), предлагается использовать в качестве элементарных ячеек разрезанные кольцевые резонаторы, магнитным откликом которых можно управлять [25], с осями, ориентированными вдоль радиальных направлений. Выбранные значения внутреннего и внешнего радиусов оболочки составили $R_1 = 27,1$ мм и $R_2 = 58,9$ мм, размеры ячейки, содержащей один разрезанный кольцевой резонатор, – $a_\phi = a_z = 10/3$ мм и $a_R = 10/\pi$ мм. Совокупность ячеек, находящихся на одинаковом расстоянии от центра оболочки, образует цилиндрический слой, число таких слоев было равно 10. Размеры оболочки и ячейки выбирались таким образом, чтобы окружность одного слоя вмещала целое число ячеек, причем число ячеек в каждом последующем слое возрастало на 6 по сравнению с предыдущим. Это позволило использовать 6 поддерживающих радиальных перекладин (спиц), скрепляющих отдельные слои в цельную конструкцию. Высота оболочки (т. е. ее протяженность в направлении оси z) составила 3 элементарных ячейки.

Вид резонатора представлен на рис. 5. Авторы [19] смогли получить значения ϵ_z'' и $\mu_R''(R)$ (18) за счет варьирования двух геометрических параметров резонатора, r_i и s_i , в зависимости от номера i слоя, которому принадлежит резонатор ($i = 1-10$). Выбор необходимых значений r и s был основан на численных расчетах параметров рассеяния для элементарной ячейки заданной геометрии и на последующем использовании этих параметров в стандартной процедуре определения эффективных проницаемостей материала [26, 27]. Для внутреннего слоя оболочки рассчитанные значения составляют $r_1 = 0,260$ мм и $s_1 = 1,654$ мм. С ростом i рассчитанные значения монотонно изменяются и достигают значений $r_{10} = 0,116$ мм и $s_{10} = 2,199$ мм для внешнего слоя. Для выбранной рабочей частоты 8,5 ГГц параметр эффективной среды имел приемлемое значение $\lambda/a_\phi > 10$, где λ – длина волны излучения в вакууме.

Авторы [19] отмечают, что оптимизация оболочки на основе моделирования ее реальной структуры, задаваемой деталями тысяч резонаторов, представляется невозможной.

Спроектированная оболочка была изготовлена, и было проведено экспериментальное изучение ее маскирующих свойств.

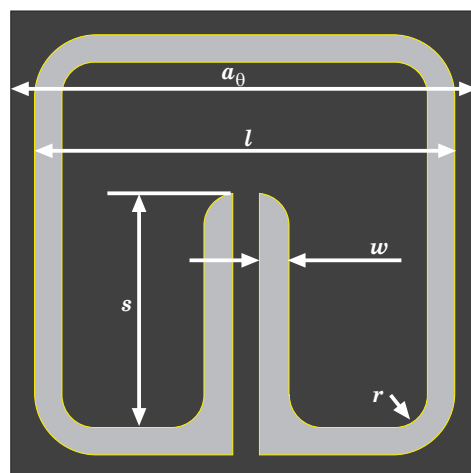


Рис. 5. Вид разрезанного кольцевого резонатора, входящего в элементарную ячейку метаматериала для реализации упрощенной оболочки невидимости [19]. Медная пленка толщиной 17 мкм нанесена на подложку, толщина которой 381 мкм, диэлектрическая проницаемость $\epsilon = 2,33$ и тангенс потерь 0,0012 на частоте 10 ГГц. Значения мнимых частей проницаемостей ϵ_z'' и $\mu_R''(R)$ оцениваются как 0,002 и 0,006 соответственно. (Обозначение a_ϕ на рисунке соответствует обозначению a_ϕ в тексте). Оси ячейки направлены перпендикулярно плоскости рисунка.

В численном моделировании, как и в экспериментальном исследовании маскирующих свойств, внутри оболочки помещается наибольший по размеру и наиболее сильно рассеивающий объект – проводящий цилиндр с диаметром, равным внутреннему диаметру оболочки. Распределение электрических полей и линий вектора Пойнтинга представлены в [19] на цветных иллюстрациях для четырех случаев. В случае (А) проводилось моделирование для идеальной оболочки с проницаемостями (17). В случае (В) выполнено моделирование для упрощенной оболочки с проницаемостями (18), причем зависимость $\mu_R''(R)$ аппроксимировалась кусочно-постоянной функцией с 10 степенями для воспроизведения реальной оболочки из 10 слоев. Кроме того, в данном случае учитывались потери, определенные из численных расчетов, проведенных для отдельных ячеек и упомянутых ранее. Результаты экспериментальных измерений представлены случаем (С) для медного цилиндра радиусом 25 мм и случаем (D) для того же цилиндра в оболочке. Измерения проводились для дискретного набора частот, который включал и предполагаемую рабочую частоту. Анализ

результатов показал, что оптимальной частотой, отвечающей наилучшему согласию теории (случай (B)) и эксперимента (случай (D)), является частота 8,5 ГГц, т. е. именно та частота, которая использовалась в расчетах по оптимизации элементарных ячеек метаматериала.

Сравнение случаев (C) и (D) показало, что оболочка уменьшает как обратное рассеяние (отражение), так и эффект тени. Сопоставление случаев (B) и (D) позволило авторам сделать вывод о “заметном согласии результатов моделирования с экспериментальными данными”. В то же время авторы отмечают наличие отражения, что является следствием использования упрощенных профилей проницаемостей (18), и уменьшение интенсивности излучения при прохождении оболочки из-за поглощения в метаматериале. Наглядное представление о взаимодействии оболочки с излучением дают приложенные к статье filmy.

Основываясь на согласии теории и эксперимента, авторы делают вывод, что можно разрабатывать метаматериалы, удовлетворяющие заданным требованиям. Они отмечают также, что хотя реализованная невидимость не является совершенной из-за упрощений и поглощения метаматериала, полученные результаты экспериментально демонстрируют механизм электромагнитной маскировки и показывают возможность создания сред, описываемых в методе преобразований координат, с помощью технологии метаматериалов.

Другой вариант упрощенной цилиндрической оболочки предложен и теоретически изучен в работе [28]. Прежде всего авторы отмечают, что разрезанные кольцевые резонаторы, использованные при реализации оболочки для регулировки магнитного отклика метаматериала в гигагерцовой области частот [19], не могут быть использованы в оптической области в силу принципиальных ограничений [29] метода масштабирования, который заключается в повышении “рабочей частоты” элементарной ячейки метаматериала с уменьшением ее размеров. Замена разрезанных кольцевых резонаторов оптическими магнитными структурами, такими как металлические спаренные наностержни [30] или наноленты [31], связана, по мнению авторов [28], с большими трудностями, поскольку магнетизм, основанный на таких резонансных плазмонных структурах, сочетается с высоким уровнем потерь.

Чтобы избежать трудностей, связанных с необходимостью управлять магнитным откликом в оптической области спектра, авторы [28] пред-

лагают немагнитный вариант упрощенной оболочки, который, с их точки зрения, может быть реализован для видимого света. Как и в работах [19, 23], в основу положена идеальная цилиндрическая оболочка (17), но рассмотрение проведено не для ТЕ-, как в [19, 23], а для ТМ-поляризации, когда магнитное поле поляризовано вдоль оси z и задача определяется тремя проницаемостями $\mu'_z, \epsilon'_R, \epsilon'_\phi$. Авторы отмечают, что распространение излучения ТМ-поляризации в оболочке определяется двумя параметрами $\epsilon_R \mu_z$ и $\epsilon_\phi \mu_z$, и предлагают упрощенные профили

$$\begin{aligned} \mu''_z = 1, \quad \epsilon''_\phi &= \left(\frac{R_2}{R_2 - R_1} \right)^2, \\ \epsilon''_R &= \left(\frac{R_2}{R_2 - R_1} \right)^2 \left(\frac{R - R_1}{R} \right)^2, \end{aligned} \quad (19)$$

для которых эти два параметра те же, что и для идеальной оболочки (17). Далее авторы отмечают, что единственным нежелательным эффектом при использовании упрощенного профиля является ненулевое отражение, обусловленное рассогласованием импеданса на внешней границе оболочки. Тогда как идеальная оболочка (17) характеризуется импедансом $Z = \sqrt{\mu'_z/\epsilon'_\phi} = 1$ на внешней границе ($R = R_2$) и удовлетворяет условию совершенного согласования с вакуумом, для упрощенной оболочки (19) $Z = 1 - R_{12}$, где $R_{12} = R_1/R_2$, и уровень отражения может быть оценен как $|(1 - Z)/(1 + Z)|^2 = [R_{12}/(2 - R_{12})]^2$.

Авторы [28] указывают на то, что немагнитный характер упрощенной оболочки (19) позволяет устранить наиболее сложные проблемы в ее изготовлении. Азимутальная проницаемость ϵ''_ϕ постоянна и больше единицы, чего можно легко достичь в обычных диэлектриках. Ключевым моментом изготовления является получение радиальной зависимости проницаемости $\epsilon''_R(R)$, значения которой меняются от 0 на внутренней границе оболочки $R = R_1$ до 1 на внешней границе $R = R_2$.

В качестве возможного варианта реализации такой оболочки авторы предлагают использовать цилиндрический слой из диэлектрика, в котором распределены одинаковые кусочки металлической проволоки субволновых размеров (вытянутые частицы), ориентированные вдоль радиальных направлений. Отношение длины частиц к их диаметру $\alpha > 1$ предполагается заданным, а их распределение в матрице может быть до некоторой степени случайным и характеризуется объемной долей f , которая зависит только от рас-

стояния до оси оболочки $f(R) = (R_1/R)f(R_1)$. Эта зависимость характерна для случая, когда частицы равномерно заполняют отрезки $R \in [R_1, R_2]$ радиальных направлений. Другими характеристиками такого композитного материала являются диэлектрические проницаемости диэлектрика ϵ_d и металла ϵ_m , а также фактор экранирования k , который описывает силу взаимодействия металлической частицы с электромагнитным полем. Используя теорию эффективной среды [32], в которой учитывается форма частиц, авторы [28] показали, что для заданной длины волны из такого композиционного материала можно сконструировать оболочку, для которой проницаемости μ_z, ϵ_φ удовлетворяют формуле (19) точно, а зависимость $\epsilon_R(R)$ – приближенно.

В качестве конкретного примера в [28] рассмотрена оболочка, состоящая из серебряных частиц в силикатной матрице, с рабочей длиной волны излучения гелий-неонового лазера ($\lambda = 632,8$ нм). Для такой оболочки авторы получают значение $\alpha = 10,7$, объемные доли частиц $f(R_1) = 0,125$ на внутренней и $f(R_2) = 0,039$ на внешней границе и геометрический фактор $R_{12} = 0,314$.

Авторы провели также численные расчеты электромагнитного отклика элементарной ячейки метаматериала, содержащей серебряную частицу в форме вытянутого сфероида. Рассчитанные значения ϵ_φ и $\epsilon_R(R)$ хорошо согласуются со значениями, полученными в приближении эффективной среды. Численные расчеты показали также, что можно добиться точного выполнения условий (19), если использовать радиальную зависимость фактора формы $\alpha(R)$ и соответствующим образом скорректировать $f(R)$. Расчеты также показали, что $\epsilon_R(R)$ имеет мнимую часть приблизительно 0,1. Хотя это значение и является очень малым для металл-диэлектрических метаматериалов, оно может ослабить маскирующий эффект. Авторы отмечают возможность компенсировать потери за счет использования сред с усилением, как предлагалось в [2, 33].

Чтобы проиллюстрировать работу предлагаемой немагнитной оптической оболочки, авторы [28] проводят численные расчеты полей. Внешний радиус оболочки R_2 в расчетах более чем в 6 раз превосходит длину волны света $\lambda = 632,8$ нм. В качестве скрываемого объекта используется идеальный металлический цилиндр радиуса R_1 . Расчеты проводятся для идеальной оболочки (17), для упрощенной немагнитной оболочки (19), для оболочки, которая состоит из вытянутых серебряных частиц в силикатной матрице и характеризуется проницаемостями μ_z, ϵ_φ и $\epsilon_R(R)$,

найденными в приближении эффективной среды и приближенно удовлетворяющими условиям (19), а также для идеального металлического цилиндра радиуса R_1 без оболочки. На основе результатов расчетов авторы делают вывод, что даже наиболее простая оболочка, которая удовлетворяет условиям (19) лишь приближенно и в принципе может быть реализована экспериментально, обводит свет вокруг маскируемого объекта без значительных возмущений.

Итак, в [23] утверждалось, что единственным недостатком упрощенной оболочки является отражение на ее внешней границе. Это утверждение разделялось и авторами работ [19, 28]. Как отмечалось в [28] (см. выше), отражение связано с рассогласованием импедансов оболочки и пустого пространства. Предложение о том, как избежать нежелательного отражения (рассеяния) для упрощенной оболочки, представлено в [34]. Авторы этой работы предложили вместо линейного преобразования радиуса в цилиндрической системе координат, которое задается формулой (8) и рассматривается в [19, 23, 28], использовать преобразование $R(r)$ более общего вида (например квадратичное), сжимающее цилиндрическую область $R < R_2$ в цилиндрический слой $R_1 < R < R_2$. Дополнительная гибкость такого более общего преобразования позволяет согласовать импеданс упрощенной оболочки с импедансом окружающего пустого пространства. Отметим, что в англоязычной литературе для обозначения таких преобразований используется термин “high-order transformation” – преобразование высокого порядка.

Для идеальной оболочки, задаваемой таким более общим преобразованием $R(r)$, профили проницаемостей в цилиндрическом слое $R_1 < R < R_2$ определяются формулами (16). В [34], как и ранее в [28], рассмотрение проводится для ТМ-поляризации, когда магнитное поле поляризовано вдоль оси z и задача определяется тремя проницаемостями $\mu'_z, \epsilon'_R, \epsilon'_\varphi$ (16). В этом случае для упрощенной оболочки произведения $\epsilon_R \mu_z$ и $\epsilon_\varphi \mu_z$ должны быть такими же, как и для идеальной [28] (см. выше – текст перед формулой (19)). Эти условия, как следует из формул (16), выполняются для упрощенной немагнитной оболочки, предложенной в [34] и характеризуемой профилями

$$\mu'_z = 1, \quad \epsilon''_\varphi = (dR/dr)^{-2}, \quad \epsilon''_R = (r/R)^2. \quad (20)$$

Чтобы избавиться от отражения, необходимо выбрать такое преобразование $R(r)$, для которого импеданс на внешней границе упрощенной оболочки

$$Z|_{R=R_2} = \sqrt{\mu_z''/\varepsilon_\phi''}|_{R=R_2} = (dR/dr)|_{R=R_2} \quad (21)$$

равен единице (условие идеального согласования).

В качестве конкретного примера авторы [34] рассматривают квадратичное преобразование с подгоночным параметром p :

$$R(r) = [1 - R_1/R_2 + p(r - R_2)]r + R_1. \quad (22)$$

Для этого преобразования граничные условия $R(0) = R_1$ и $R(R_2) = R_2$ выполняются автоматически. Приравняв импеданс на внешней границе (21) единице, находим $p = R_1/R_2^2$ и получаем оптимальное преобразование

$$R(r) = [(R_1/R_2)(r/R_2 - 2) + 1]r + R_1. \quad (23)$$

Кроме того, чтобы преобразование было монотонным, необходимо наложить условие на фактор формы: $R_{12} = R_1/R_2 < 0,5$. Наконец, чтобы получить профили проницаемостей оптимальной немагнитной упрощенной оболочки, необходимо подставить функцию (23) в формулы (20) и выразить результат в терминах переменной R .

На рисунке в работе [34], сравниваются профили проницаемостей ε_ϕ'' , ε_R'' двух упрощенных оболочек: оптимальной оболочки, получаемой при использовании квадратичного преобразования (23), и оболочки [28], соответствующей линейному преобразованию (формула (22) при $p = 0$). При построении рисунка выбрано значение фактора формы $R_{12} = R_1/R_2 = 0,31$. Для оптимальной оболочки все три параметра μ_z'' , ε_ϕ'' , ε_R'' равны единице на внешней границе и согласуются с параметрами окружающего вакуума.

Чтобы сравнить действие разных оболочек, в [34] проводились также расчеты полей, рассеянных идеальным металлическим цилиндром радиуса R_1 в оболочке или без нее. Рассматривались три оболочки: идеальная и упрощенная, отвечающие линейному преобразованию, и оптимальная упрощенная, получаемая при использовании преобразования (23). Расчеты проводились для длины волны излучения $\lambda = 632,8$ нм, фактора формы $R_{12} = R_1/R_2 = 0,31$ и диаметра оболочки $2R_2 = 4$ мкм. Следует отметить, что особенности результатов расчетов, представленные на рисунках [34], отчетливо видны только в цветном электронном варианте статьи. Сравнивая результаты расчетов, авторы приходят к выводу, что упрощенная линейная оболочка заметно рассеивает свет, и связывают это рассеяние с несогласованностью импедансов оболочки и вакуума. Рассеяние при

использовании оптимальной упрощенной оболочки пренебрежимо мало. В этом случае эффективность маскировки, если определить ее как отношение сечений рассеяния цилиндра без оболочки и с оболочкой, составляет примерно 10 и, как считают авторы, возрастает до бесконечности с увеличением размеров оболочки. По мнению авторов, такая оптимальная оболочка в пределах геометрической оптики является настолько же совершенной, как и идеальная оболочка.

Авторы отмечают также, что рассеяние упрощенной линейной оболочкой имеет направленный характер (на диаграмме направленности есть несколько значительных лепестков). Пиковое значение вектора Пойнтинга в этом случае в шесть с лишним раз больше, чем в случае оптимальной оболочки. Более того, рассеяние оптимальной оболочкой не является направленным, что считается важным свойством квазиидеальной оболочки.

Таким образом, предложенные в [34] принцип оптимизации упрощенной оболочки при использовании преобразований $R(r)$ общего вида и оптимизированная “квадратичная” оболочка являются еще одним шагом в практической реализации невидимости. Отметим, что строгий анализ оболочек, основанных на преобразованиях высокого порядка, представлен в [35].

Как показано в [36], более высокая гибкость преобразований высокого порядка позволяет приспособить свойства тех или иных структур для использования их в качестве упрощенных оболочек. Авторами предложены концепции двух структур, проведено теоретическое исследование их эффективных свойств и показано, что структуры могут быть использованы в качестве упрощенных оболочек, отвечающих квадратичным преобразованиям. Первая – металлдиэлектрическая структура – предназначается в качестве упрощенной немагнитной оболочки для видимого света ТМ-поляризации. Вторая, состоящая из проводов поларитонного материала SiC с воздушными прослойками, перспективна в качестве упрощенной оболочки для инфракрасного излучения ($\lambda \approx 13,5$ мкм) ТЕ-поляризации. К сожалению, ни та, ни другая оболочки не являются оптимальными, т. е. предполагают заметное рассеяние.

Обоснование концепции упрощенной оболочки [23] подвергалось критике в работах [37, 38]. Авторы этих работ исходили из волнового уравнения, записанного для z -компонента поля внутри оболочки, и пришли к выводу, что эквивалентность этих уравнений для идеальной

(17) и упрощенной (18) оболочек могла бы иметь место только в случае, если μ_ϕ является постоянной величиной для каждой из оболочек. Как видно из формул (17), для идеальной оболочки эта величина является переменной. На этом основании авторы делают вывод, что волновое поведение в упрощенной оболочке иное, чем в идеальной. Аналогичный вывод можно отнести и к упрощенным немагнитным оболочкам линейного (19) и общего (20) типов, поскольку концепция упрощения основана на одном и том же принципе. Этот вывод делает понятным наличие рассеяния оптимальной квадратичной оболочкой [34]. Несовершенство упрощенной оболочки (18) иллюстрируется в [37] расчетом полей, проведенным с использованием аппарата цилиндрических функций.

В [38] предложен вариант упрощенной линейной оболочки, для которой выполняется, как и для оптимальной квадратичной оболочки, условие идеального согласования с вакуумом. В случае ТЕ-поляризации излучения профили проницаемостей такой оболочки имеют вид

$$\varepsilon_z'' = \mu_\phi'' = \frac{R_2}{R_2 - R_1}, \quad \mu_R'' = \left(\frac{R - R_1}{R} \right)^2 \frac{R_2}{R_2 - R_1}. \quad (24)$$

Действительно, параметры $\mu_R \varepsilon_z$ и $\mu_\phi \varepsilon_z$ у этой оболочки такие же, как и у идеальной линейной оболочки (17), а импеданс, определяемый для ТЕ-поляризации как $Z = \sqrt{\mu_\phi'' / \varepsilon_z''}$, равен единице на внешней границе. Проведенные в [38] расчеты полей показали, что характеристики невидимости у такой оболочки значительно лучше, чем у оболочки (18), и примерно на том же уровне, что и у оптимальной квадратичной оболочки. Однако если желательно получить тонкую оболочку, то оболочка (24) более предпочтительна, чем оптимальная квадратичная, поскольку геометрия последней ограничена условием $R_2 > 2R_1$.

Отметим также, что в недавно опубликованной работе [39] предложена методика вывода проницаемостей упрощенных оболочек, которая позволяет значительно улучшить характеристики невидимости.

В дополнение к единственной экспериментальной работе [19], обсуждавшейся ранее, сошлемся на еще две попытки экспериментальной реализации устройств невидимости. В [40] сообщается о создании двумерной структуры с пониженной наблюдаемостью, распределение радиального компонента диэлектрической проницаемости в которой близко к распределению, характерному для немагнитной оболочки,

работающей в области видимого света. В [41] представлена экспериментальная реализация устройства, с помощью которого можно скрыть от наблюдателя объект на плоской проводящей поверхности. Чтобы подобрать требуемое сложное пространственное распределение проницаемостей, авторы сконструировали метаматериал, состоящий из тысяч структурных элементов, причем геометрия каждого элемента определялась с помощью автоматизированного процесса проектирования. Устройство может быть реализовано при использовании нерезонансных элементов, что обеспечивает широкую рабочую область частот – от 13 до 16 ГГц в проведенном эксперименте – и крайне низкие потери. Авторы считают, что посредством масштабирования такого устройства можно продвинуться к оптическим частотам.

3. Оптика преобразований

Статья [7] инициировала новое направление работ, называемое оптикой преобразований (transformation optics). Уже в июне 2006 г., практически одновременно с выходом из печати работы [7], в печать была послана работа [42], в которой показано, что общая теория относительности дает теоретический инструмент для разработки устройств из метаматериалов. А именно, используя ковариантную форму уравнений Максвелла, которая инвариантна по отношению к пространственно-временным преобразованиям общего вида, авторы показали, что с помощью пространственных преобразований можно описать не только устройства невидимости, но и совершенную линзу из материала с отрицательным показателем преломления, а с помощью пространственно-временных преобразований – оптический эффект Ааронова–Бома и искусственные черные дыры.

Авторы работы [43] также исходили из ковариантной формы уравнений Максвелла, отмечая при этом, что в случае пространственных преобразований формулы, получаемые для преобразования проницаемостей, эквивалентны формулам, полученным в [15]. В качестве конкретных приложений рассмотрены сферическая и цилиндрическая оболочки, отвечающие линейному преобразованию радиуса (8), и получены выражения для тензоров проницаемостей в декартовой системе координат в отличие от выражений, полученных в сферических и цилиндрических координатах в работах [7] и [42], соответственно. Авторы работы [43] считают, что

декартова система более удобна для нахождения проницаемостей в оболочках другой геометрии и для интегрирования уравнений лучей в преобразованном пространстве. Для двух типов оболочек, упомянутых выше, в [43] получены уравнения лучей, а результаты их интегрирования для частных случаев показаны на рисунках.

Кроме работ, цитированных в предыдущих разделах, в 2007 г. были опубликованы работы, в которых метод пространственных преобразований был использован для теоретической разработки сред, вращающих электромагнитное поле [44], и оптических элементов различного назначения [45], в том числе, выполняющих увеличение без геометрических аберраций. В [46], а позже и в [47, 48, 14], метод применялся при теоретическом рассмотрении возможности создания оболочки невидимости для диапазона частот.

В 2008 г. поток работ по этой тематике значительно возрос. Ограничимся лишь упоминанием некоторых из них. В [49] дан краткий обзор оптики преобразований. В [50–56] рассматривались оболочки различной формы, а в [55] также и концентратор излучения. Способы маскировки объекта на диэлектрической и металлической поверхностях предложены в [57] и [58] соответственно. В рамках оптики преобразований разработаны несколько неотражающих оптических устройств, демонстрирующих необычное электромагнитное поведение [59], устройств для поворота и расширения пучков излучения [60].

Авторы работы [61] отмечают, что до настоящего времени в литературе рассматривались преобразование пассивного пространства, т. е. пространства, не содержащего источников (токов, зарядов). В работе рассмотрены примеры преобразований при наличии источников. Авторы полагают, что предложенный подход перспективен в приложении к разработке антенн.

4. Другие возможности

Отметим несколько идей создания устройств невидимости, которые, по крайней мере пока, не получили столь широкого отклика, как идея пространственных преобразований.

Основываясь на полученных ранее результатах [62], авторы работы [63] обсуждали маскирующий эффект, связанный с аномальным локализованным резонансом. Было теоретически показано [63], что поляризуемые линейные диполи, расположенные в матрице вблизи цилиндра с покрытием, невидимы, как и сам цилиндр, для квазистатического поля ТМ-поля-

ризации в случае, если выполняется условие $\varepsilon_s \approx -\varepsilon_m \approx -\varepsilon_c \leq -1$, где ε_s , ε_m и ε_c – диэлектрические проницаемости покрытия, матрицы и цилиндра соответственно.

D.A.V. Miller [64] предложил активное устройство для маскировки, на поверхности которого размещены датчики и источники излучения, функционирующие в широкой области спектра, и представил общее выражение для излучения источников, необходимого для реализации невидимости.

С точки зрения возможности практической реализации, интерес могут вызвать две работы, в которых теоретически рассматриваются цилиндрические оболочки невидимости, представляющие собой концентрические слоистые структуры из однородных изотропных материалов. В [65] представлена структура оболочки, слоистый материал которой можно рассматривать как эффективную среду с требуемой анизотропией, зависящей от радиуса. Показано, что при надлежащем выборе проницаемостей и толщин слоев имеют место низкое отражение на границе и обтекание излучения вокруг маскируемой области. В [66] используется приближение геометрической оптики и найден профиль показателя преломления, обеспечивающий низкий уровень рассеяния и плавное обтекание излучения вокруг маскируемого объекта. Моделирование полей показало эффективность предлагаемой структуры. Оба подхода [65, 66] особенно перспективны с точки зрения реализации оболочек для видимой области спектра.

Заключение

Проведен обзор работ последних трех лет, посвященных вопросам создания устройств, которые могли бы обеспечить невидимость объектов с размерами значительно больше длины волны. Основное внимание уделено оболочкам невидимости, теоретическая разработка которых основана на методе преобразования координат (так называемая оптика преобразований). Подробно описаны теоретические разработки 2006 г., послужившие началом для нового бурно развивающегося направления. Дана ссылка на работу Л.С. Долина 1961 г., в которой на основе метода пространственных преобразований была предсказана возможность создания невидимых оптических неоднородностей и отмечена ключевая роль анизотропии материала для формирования невидимости.

Сложность экспериментальной реализации оболочек связана с необходимостью разработки

и изготовления метаматериала с заданным пространственным распределением анизотропных проницаемостей и низкими потерями. Поэтому большая роль в обзоре отведена теоретическим методам упрощения оболочек. Несмотря на упрощение, уровень сложности остается настолько высок, что среди порядка сотни работ по этому направлению нашлось только три, в которых речь идет об изготовлении оболочек. Можно утверждать, что в настоящий момент проблема разработки и изготовления метаматериалов оболочек еще далека от своего решения если и не по времени, то по количеству и качеству полученных результатов. В смысле простоты изготовления наиболее перспективными кажутся теоретически изученные оболочки, представляющие собой концентрические слоистые структуры из однородных изотропных материалов.

Большая часть результатов получена для излучения одной заданной длины волны. Даны ссылки на работы, в которых предпринимаются попытки обеспечить невидимость в некотором спектральном интервале. Указаны работы, в которых метод преобразования координат используется в теоретической разработке новых оптических элементов.

Анализ литературы показывает существенное усиление деятельности китайских исследователей по обсуждаемому направлению.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шепилов М.П., Жилин А.А. Метаматериалы и проблема создания невидимых объектов: 1. Объекты с размерами меньше длины волны // Оптический журнал. 2008. Т. 75. № 12. С. 40–49.
2. Klar T.A., Kildishev A.V., Drachev V.P., Shalaev V.M. Negative-index metamaterials: going optical // IEEE J. Selected Topics in Quantum Electronics. 2006. V. 12. № 6. P. 1106–1115.
3. Жилин А.А., Шепилов М.П. Метаматериалы с отрицательным показателем преломления // Оптический журнал. 2008. Т. 75. № 4. С. 57–70.
4. Alù A., Engheta N. Achieving transparency with plasmonic and metamaterial coatings // Phys. Rev. E. 2005. V. 72. № 1. 016623 (9).
5. Alù A., Engheta N. Multifrequency optical invisibility cloak with layered plasmonic shells // Phys. Rev. Lett. 2008. V. 100. № 11. 113901 (4).
6. Leonhardt U. Optical conformal mapping // Science. 2006. V. 312. № 5781. P. 1777–1780.
7. Pendry J.B., Schurig D., Smith D.R. Controlling electromagnetic fields // Science. 2006. V. 312. № 5781. P. 1780–1782.
8. Nachman A.I. Reconstructions from boundary measurements // The Annals of Mathematics, 2nd Ser. 1988. V. 128. № 3. P. 531–576.
9. Wolf E., Habashy T. Invisible bodies and uniqueness of the inverse scattering problem // J. Modern Optics. 1993. V. 40. № 5. P. 785–792.
10. Leonhardt U. Notes on conformal invisibility devices // New Journal of Physics. 2006. V. 8. 118 (16).
11. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной. М.: Наука, 1967. 304 с.
12. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973. 736 с.
13. Ochiai T., Leonhardt U., Nacher J.C. A novel design of dielectric perfect invisibility devices // J. Math. Phys. 2008. V. 49. № 3. 032903 (13).
14. Leonhardt U., Tyc T. Broadband invisibility by non-Euclidean cloaking // Science. 2009. V. 323. № 5910. P. 110–112.
15. Ward A.J., Pendry J.B. Refraction and geometry in Maxwell's equations // J. Modern Optics. 1996. V. 43. № 4. P. 773–793.
16. Smith D.R., Vier D.C., Koschny Th., Soukoulis C.M. Electromagnetic parameter retrieval from inhomogeneous metamaterials // Phys. Rev. E. 2005. V. 71. № 3. 036617 (11).
17. Driscoll T., Basov D.N., Starr A.F., Rye P.M., Nemat-Nasser S., Schurig D., Smith D.R. Free-space microwave focusing by a negative-index gradient lens // Appl. Phys. Lett. 2006. V. 88. № 8. 081101 (3).
18. Greigor R.B., Parazzoli C.G., Nielsen J.A., Thompson M.A., Tanielian M.H., Smith D.R. Simulation and testing of a graded negative index of refraction lens // Appl. Phys. Lett. 2005. V. 87. № 9. 091114 (3).
19. Schurig D., Mock J.J., Justice B.J., Cummer S.A., Pendry J.B., Starr A.F., Smith D.R. Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies // Science. 2006. V. 314. № 5801. P. 977–980.
20. Розанов Н.Н. Невидимость: за и против // Природа. 2008. № 6. (см. <http://elementy.ru/lib/430669>).
21. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1978. 832 с. (см. табл. 6.5-1. С. 186–188).
22. Долин Л.С. О возможности сопоставления трехмерных электромагнитных систем с неоднородным анизотропным заполнением // Изв. вузов. Радиофизика. 1961. Т. 4. № 5. С. 964–967.
23. Cummer S.A., Popa B.-I., Schurig D., Smith D.R., Pendry J. Full-wave simulations of electromagnetic cloaking structures // Phys. Rev. E. 2006. V. 74. № 3. 036621 (5).

24. *Gregor R.B., Parazzoli C.G., Li K., Tanielian M.H.* Origin of dissipative losses in negative index of refraction materials // *Appl. Phys. Lett.* 2003. V. 82. № 14. P. 2356–2358.
25. *Pendry J.B., Holden A.J., Robbins D.J., Stewart W.J.* Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena // *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* 1999. V. 47. № 11. P. 2075–2084.
26. *Smith D.R., Schultz S., Markos P., Soukoulis C.M.* Determination of effective permittivity and permeability of metamaterials from reflection and transmission coefficients // *Phys. Rev. B.* 2002. V. 65. № 19. P. 195104 (5).
27. *Chen X., Grzegorzczak T.M., Wu B.-I., Pacheco J., Kong J.A.* Robust method to retrieve the constitutive effective parameters of metamaterials // *Phys. Rev. E.* 2004. V. 70. № 1. P. 016608 (7).
28. *Cai W., Chettiar U.K., Kildishev A.V., Shalaev V.M.* Optical cloaking with metamaterials // *Nature Photonics.* 2004. V. 1. P. 224–227.
29. *Zhou J., Koschny T., Kafesaki M., Economou E.N., Pendry J.B., Soukoulis C.M.* Saturation of the magnetic response of split-ring resonators at optical frequencies // *Phys. Rev. Lett.* 2005. V. 95. № 22. P. 223902 (4).
30. *Podolskiy V.A., Sarychev A.K., Shalaev V.M.* Plasmon modes in metal nanowires and left-handed materials // *J. Nonlinear Opt. Phys. Mater.* 2002. V. 11. № 1. P. 65–74.
31. *Kildishev A.V., Cai W., Chettiar U.K., Yuan H.K., Sarychev A.K., Drachev V.P., Shalaev V.M.* Negative refraction index in optics of metal-dielectric composites // *J. Opt. Soc. Amer. B.* 2006. V. 23. № 24. P. 423–433.
32. *Shalaev V.M.* Nonlinear optics of random media: fractal composites and metal-dielectric films. Berlin: Springer, 2000. 159 p.
33. *García de Abajo F.J., Gómez-Santos G., Blanco L.A., Borisov A.G., Shabanov S.V.* Tunneling mechanism of light transmission through metallic films // *Phys. Rev. Lett.* 2005. V. 95. № 6. P. 067403 (4).
34. *Cai W., Chettiar U.K., Kildishev A.V., Shalaev V.M., Milton G.W.* Nonmagnetic cloak with minimized scattering // *Appl. Phys. Lett.* 2007. V. 91. № 11. P. 111105 (3).
35. *Weder R.* A rigorous analysis of high-order electromagnetic invisibility cloaks // *J. Phys. A: Math. Theor.* 2008. V. 41. № 6. P. 065207 (21).
36. *Cai W., Chettiar U.K., Kildishev A.V., Shalaev V.M.* Design for optical cloaking with high-order transformations // *Optics Express.* 2008. V. 16. № 8. P. 5444–5452.
37. *Yan M., Ruan Z., Qiu M.* Cylindrical invisibility cloak with simplified material parameters is inherently visible // *Phys. Rev. Lett.* 2007. V. 99. № 23. P. 233901 (4).
38. *Yan M., Ruan Z., Qiu M.* Scattering characteristics of simplified cylindrical invisibility cloaks // *Optics Express.* 2007. V. 15. № 8. P. 17772–17782.
39. *Collins P., McGuirk J.* A novel methodology for deriving improved material parameter sets for simplified cylindrical cloaks // *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* 2009. V. 11. P. 015104 (8).
40. *Smolyaninov I.I., Hung Y.J., Davis C.C.* Two-dimensional metamaterial structure exhibiting reduced visibility at 500 nm // *Opt. Lett.* 2008. V. 33. № 12. P. 1342–1344.
41. *Liu R., J., Mock J.C.J., Chin J.Y., Cui T.J., Smith D.R.* Broadband ground-plane cloak // *Science.* 2009. V. 323. № 5912. P. 366–369.
42. *Leonhardt U., Philbin T.G.* General relativity in electrical engineering // *New Journal of Physics.* 2006. V. 8. P. 247 (18).
43. *Schurig D., Pendry J.B., Smith D.R.* Calculation of material properties and ray tracing in transformation media // *Optics Express.* 2006. V. 14. № 21. P. 9794–9802.
44. *Chen H., Chan C.T.* Transformation media that rotate electromagnetic fields // *Appl. Phys. Lett.* 2007. V. 90. № 24. P. 241105 (3).
45. *Schurig D., Pendry J.B., Smith D.R.* Transformation-designed optical elements // *Optics Express.* 2007. V. 15. № 22. P. 14772–14782.
46. *Chen H., Liang Z., Yao P., Jiang X., Ma H., Chan C.T.* Extending the bandwidth of electromagnetic cloaks // *Phys. Rev. B.* 2007. V. 76. № 24. P. 241104 (4).
47. *Kildishev A.V., Cai W., Chettiar U.K., Shalaev V.M.* Transformation optics: approaching broadband electromagnetic cloaking // *New Journal of Physics.* 2008. V. 10. P. 115029 (13).
48. *Farhat M., Guenneau S., Movchan A.B., Enoch S.* Achieving invisibility over a finite range of frequencies // *Optics Express.* 2008. V. 16. № 8. P. 5656–5661.
49. *Shalaev V.M.* Transforming light // *Science.* 2008. V. 322. № 5900. P. 384–386.
50. *Yan W., Yan M., Ruan Z., Qiu M.* Coordinate transformations make perfect invisibility cloaks with arbitrary shape // *New Journal of Physics.* 2008. V. 10. P. 043040 (13).
51. *You Y., Kattawar G.W., Zhai P.-W., Yang P.* Invisibility cloaks for irregular particles using coordinate transformations // *Optics Express.* 2008. V. 16. № 9. P. 6134–6145.
52. *Jiang W.X., Chin J.Y., Li Z., Cheng Q., Liu R., Cui T.J.* Analytical design of conformally invisible cloaks for arbitrarily shaped objects // *Phys. Rev. E.* 2008. V. 77. № 6. P. 066607 (6).
53. *Wang W., Lin L., Yang X., Cui J., Du C., Luo X.* Design of oblate cylindrical perfect lens using co-

- ordinate transformation // Optics Express. 2008. V. 16. № 11. P. 8094–8105.
54. Nicolet A., Zolla F., Guenneau S. Electromagnetic analysis of cylindrical cloaks of an arbitrary cross section // Opt. Lett. 2008. V. 33. № 14. P. 1584–1586.
55. Rahm M., Schurig D., Roberts D.A., Cummer S.A., Smith D.R., Pendry J.B. Design of electromagnetic cloaks and concentrators using form-invariant coordinate transformations of Maxwell's equations // Photonics and Nanostructures. Fundamentals and Applications. 2008. V. 6. P. 87–95.
56. Li C., Yao K., Li F. Two-dimensional electromagnetic cloaks with non-conformal inner and outer boundaries // Optics Express. 2008. V. 16. № 23. P. 19366–19374.
57. Zhang P., Jin Y., He S. Cloaking an object on a dielectric half-space // Optics Express. 2008. V. 16. № 5. P. 3161–3166.
58. Li J., Pendry J.B. Hiding under the carpet: a new strategy for cloaking // Phys. Rev. Lett. 2008. V. 101. № 20. 203901 (4).
59. Rahm M., Cummer S.A., Schurig D., Pendry J.B., Smith D.R. Optical design of reflectionless complex media by finite embedded coordinate transformations // Phys. Rev. Lett. 2008. V. 100. № 6. 063903 (4).
60. Rahm M., Roberts D.A., Pendry J.B., Smith D.R. Transformation-optical design of adaptive beam bends and beam expanders // Optics Express. 2008. V. 16. № 15. P. 11555–11567.
61. Kundtz N., Roberts D.A., Allen J., Cummer S., Smith D.R. Optical source transformations // Optics Express. 2008. V. 16. № 26. P. 21215–21222.
62. Nicorovici N.A., McPhedran R.C. Optical and dielectric properties of partially resonant composites // Phys. Rev. B. 1994. V. 49. № 12. P. 8479–8482.
63. Milton G.W., Nicorovici N.-A.P. On the cloaking effects associated with anomalous localized resonance // Proc. Roy. Soc. A. 2006. V. 462. № 2074. P. 3027–3059.
64. Miller D.A.B. On perfect cloaking // Optics Express. 2006. V. 14. № 25. P. 12457–12466.
65. Huang Y., Feng Y., Jiang T. Electromagnetic cloaking by layered structure of homogeneous isotropic materials // Optics Express. 2007. V. 15. № 18. P. 11133–11141.
66. Sun J., Zhou J., Kang L. Homogenous isotropic invisible cloak based on geometrical optics // Optics Express. 2008. V. 16. № 22. P. 17768–17773.