

## КРИТЕРИЙ УСТОЙЧИВОСТИ СПЕКТРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МНОГОСЛОЙНЫХ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ ПОКРЫТИЙ

© 2009 г. **Е. Н. Котликов\***, доктор физ.-мат. наук; **А. Н. Тропин\*\***

\* Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург

\*\* Научно-исследовательский институт “Гириконд”, Санкт-Петербург

E-mail: ekotlikov@mail.ru, tropal@mail.ru

Предложена методика определения устойчивости спектральных характеристик многослойных диэлектрических систем к возможным изменениям оптической толщины отдельных слоев. В основе методики лежит введенный критерий устойчивости синтезированных интерференционных покрытий. На примере распространенных четвертьволновых систем проиллюстрированы возможности методики для определения наиболее чувствительных слоев в структуре покрытия, выбора структуры покрытия и сравнительного анализа устойчивости структур.

Коды OCIS: 310.3840.

*Поступила в редакцию 03.07.2008.*

В процессе разработки интерференционных покрытий обычно решаются две задачи: синтеза и выбора технологических аспектов изготовления интерференционных покрытий. Задача синтеза заключается в определении конструкции покрытия, с заданной точностью обеспечивающего получение требуемых спектральных характеристик. Технологические аспекты включают выбор совместимых пленкообразующих материалов, вакуумного оборудования, методов контроля толщины пленок во время напыления и контроль оптических характеристик полученного покрытия. Разделение на отдельные задачи весьма условно, поскольку уже на этапе конструирования покрытия необходимо учитывать возможности его изготовления, т. е. наличие пленкообразующих материалов с нужными оптическими свойствами, особенности используемого для изготовления покрытия оборудования и контрольно-измерительных приборов.

Методам синтеза интерференционных покрытий уделялось первостепенное внимание на протяжении всего времени развития этой отрасли оптического приборостроения. Современный уровень развития вычислительной техники практически всегда позволяет синтезировать покрытия с требуемыми спектральными характеристиками. Вторая часть задачи, связанная с возможностью точной реализации синтезированного решения, по своим возможностям всегда отставала от первой. В основном это связано с отклонениями в коэффициентах преломления и толщинах изготовленных пленок от рассчитанных, которые обусловлены как самой технологией получения пленок, так и несовершенством методов контроля. Не вдаваясь в анализ причин таких отклонений, будем считать их наличие как неоспоримый факт.

В общем случае задача синтеза покрытий принадлежит к классу некорректно поставленных [1–6]. Поэтому, как правило, решению подобного рода задач удовлетворяют несколько комбинаций. Отсюда вытекает третья задача в разработке интерференционных покрытий. Она заключается в анализе найденных решений с точки зрения их устойчивости по отношению к различного рода ошибкам.

В большинстве работ по синтезу интерференционных покрытий вопросы исследования устойчивости многослойных структур практически не затрагиваются. В первую очередь это связано с некорректностью самой задачи и с отсутствием критериев отбора наиболее пригодного из полученных решений. В работах [1, 6–9] проведен анализ влияния случайных ошибок на спектры некоторых структур и показана принципиальная возможность скорректировать изготовленные структуры и снизить искажения полученных спектров. В работе [6] проведено исследование влияния систематических ошибок, возникающих при напылении пленок, на спектры реализуемых структур. Исследования, проведенные в работе [8], показывают возможность определения наиболее критичных к ошибкам слоев в многослойной системе путем определения значения первой частной производной функции пропускания (отражения) по оптической толщине каждого слоя. Анализ нормированных частных производных энергетического коэффициента пропускания (отражения) по оптическим толщинам последующих слоев позволяет выявить спектральные интервалы, в которых возможна оперативная коррекция ошибки в анализируемом слое путем изменения оптических толщин последующих слоев. В работе [9] проводится анализ устойчивости спектроделительных покрытий и предложе-

на методика коррекции ошибок, возникших при изготовлении покрытий.

Авторы полагают, что при определении устойчивости спектров к ошибкам в слоях практический интерес представляют как устойчивость по отношению к отдельному слою, так и количественная оценка устойчивости всей системы в рассматриваемом спектральном интервале. В настоящей работе предложен критерий, позволяющий определять в структуре покрытия наиболее чувствительные к ошибкам слои и выбрать решение, оптимальное с точки зрения устойчивости к ошибкам.

В основе численных методов синтеза интерференционных покрытий лежит задача минимизации функции качества в заданной области  $D^{3m}$ -мерного пространства, где  $m$  – число слоев интерференционного покрытия [1–4, 6]. В настоящее время используются различные варианты функции качества  $F(\mathbf{X})$ , численно характеризующей разность расчетного значения отражения  $R(\mathbf{X}, \lambda)$  (или пропускания  $T(\mathbf{X}, \lambda)$ ) и эталонного  $R(\lambda)$  (или  $T(\lambda)$ ). Здесь  $3m$ -мерный вектор-столбец  $\mathbf{X}$ , определенный в  $D^{3m}$  линейном пространстве, задает толщины, показатели преломления и поглощения пленок. Длины волн задаются либо дискретно, в этом случае проводится суммирование по длинам волн, либо непрерывно, тогда вычисляется интеграл по длинам волн.

В работе использовалась функция качества, определенная на дискретном множестве, содержащем  $L$  точек, в виде [6]

$$F(\mathbf{X}) = \left\{ \sum_{i=1}^L w(\lambda_i) |R(\mathbf{X}, \lambda_i) - R_0(\lambda_i)|^q \right\}^{\frac{1}{q}}, \quad (1)$$

где  $R(\mathbf{X}, \lambda)$  – текущее спектральное значение коэффициента отражения,  $R_0(\lambda_i)$  – заданное значение коэффициента отражения,  $w(\lambda_i)$  – весовая функция,  $q$  – целое положительное число. Обычно выбирают  $q = 2$ , тогда представление функции качества в виде (1) характеризует среднеквадратичное приближение.

Вне зависимости от вида функции качества наилучшее соответствие характеристик синтезированного покрытия требуемым вовсе не означает, что структура будет устойчива к вариациям толщины слоев. Многоэкстремальность задачи синтеза определяет существование множества локальных минимумов – “долин” (см., например, рис. 4а), на дне которых находятся искомые решения [5, 6]. В случае оптимизированной структуры покрытия предполагается, что функция качества находится в одном из локальных минимумов. Зависимость функции качества от параметров вблизи экстремума можно с большой точностью предположить параболической. В этом случае в точке локального минимума первая

частная производная функции качества по оптической толщине  $\frac{\partial F(\mathbf{X})}{\partial D_i}$  близка к нулю, а вторая частная производная  $\frac{\partial^2 F(\mathbf{X})}{\partial D_i^2}$  показывает крутизну склонов многомерной долины, где находится решение. Здесь  $D_i = n_i d_i$  – оптическая толщина  $i$ -го слоя.

Чем больше производная  $\frac{\partial^2 F(\mathbf{X})}{\partial D_i^2}$ , тем больше увеличение функции качества при отклонении параметра от точки локального минимума, т. е. долина в направлении переменной этого слоя имеет большую крутизну. Другими словами, если слой имеет большую вторую производную в точке локального минимума, то небольшие изменения его толщины приведут к значительному увеличению функционала качества, т. е. к существенному отклонению спектральной характеристики от заданной.

По аналогии с функцией качества  $F(\mathbf{X})$ , дающей количественную оценку совпадения спектров синтезированного покрытия к заданному, можно ввести некоторую функцию (критерий) устойчивости  $S(\mathbf{X})$  ( $S$  – от английского “steadiness” или “stability” – стабильность, устойчивость), учитывающую устойчивость многослойной системы.

На основании вышесказанного в качестве критерия устойчивости  $S_i$  отдельного  $i$ -го слоя предлагается следующая функция:

$$S_i(\mathbf{X}) = \left( \frac{\partial^2 F(\mathbf{X})}{\partial D_i^2} \right)^2. \quad (2)$$

Квадратичная форма второй производной взята, чтобы учитывать статистический вес крутизны склонов многомерной долины для каждого параметра. Кроме того, как будет показано ниже на примерах, она точнее описывает относительные изменения заданных параметров спектра при вариации различных слоев.

В качестве критерия устойчивости  $S(\mathbf{X})$  всей структуры в целом предлагается следующая функция:

$$S(\mathbf{X}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (S_i(\mathbf{X}))^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial^2 F(\mathbf{X})}{\partial D_i^2} \right)^2, \quad (3)$$

где  $N$  – количество слоев в структуре покрытия, а  $F(\mathbf{X})$  – определяется выражением (1).

Неоднозначность решения для функции качества  $F(\mathbf{X})$  не позволяет корректно обосновать функцию (критерий) устойчивости  $S(\mathbf{X})$ . В связи с этим авторы ограничиваются иллюстрацией применимости введенного критерия на некоторых, наиболее характерных примерах.

Проанализируем критерий устойчивости простейшего интерференционного фильтра, в качестве которо-

го используем структуру типа интерферометра Фабри–Перо (ИФП): П|НВНВ2НВНВ|. Воздух, где П – подложка из кремния с  $n = 3,5$ , Н – четвертьволновая пленка с  $n = 1,7$ , В – четвертьволновая пленка с  $n = 4$ . В табл. 1 для подобной структуры представлены значения квадратов второй производной функционала качества по оптической толщине каждого слоя, т. е.  $S_i(\mathbf{X})$ .

Как видно из табл. 1, наиболее чувствительными слоями в структуре являются полуволновый 5-ый слой и слои, прилегающие к нему. Этот вывод полностью соответствует положениям из теории узкополосных фильтров типа интерферометра Фабри–Перо [1, 7]. Действительно, для рассматриваемого примера ошибка в толщине центрального полуволнового слоя в 2% приведет к сдвигу длины волны максимума пропускания на 1,25%. Та же ошибка в прилегающем к центральному слою приведет к сдвигу на 0,25%. Сравнение с критерием устойчивости для прилегающего слоя показывает, что отношение сдвигов ( $0,25/1,25 = 0,20$ ) с достаточной точностью равно отношению функций устойчивости этих слоев ( $1,80/10,0 = 0,18$ ).

В качестве следующего примера рассмотрим задачу получения требуемого значения коэффициента отражения на некоторой заданной длине волны  $\lambda_0$ . Задачи подобного рода часто возникают, например, при конструировании оптических покрытий для выходных зеркал лазерных резонаторов.

В табл. 2 представлены структуры покрытий, значения производных, функций качества и устойчивости для двух спроектированных вариантов покрытий с одинаковым коэффициентом отражения на длине волны  $\lambda = \lambda_0$ . Отсчет слоев осуществляется от подложки. Структура 1 состоит из четвертьволновых слоев, структура 2 – из неравнотолщинных. Расчетные спектры отражения покрытий на подложке с  $n_s = 1,52$  при  $n_H = 1,65$  и  $n_B = 2,5$  представлены на рис. 1а. Значения квадратов второй производной для обоих вариантов покрытия представлены на рис. 1б.

Неравнотолщинная структура имеет более ровную характеристику вблизи длины волны  $\lambda_0$ . Поэтому, казалось бы из общих соображений, что и сама структура будет устойчивее к небольшим вариациям слоев, но на самом деле это не так.

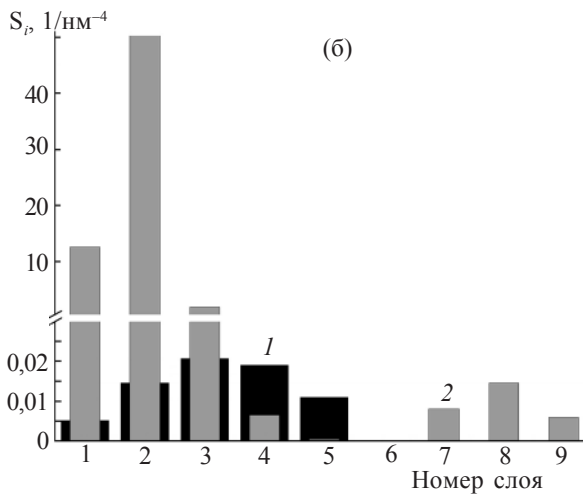
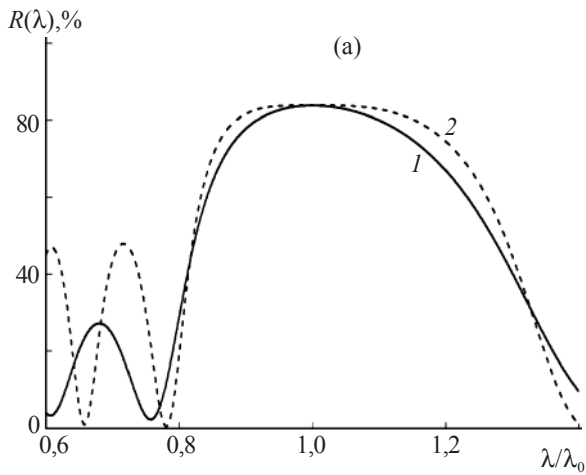
Покажем, что значение второй производной для каждого слоя в точке локального минимума количественно характеризует чувствительность слоя. Для этого в структуре второго покрытия выберем в качестве переменных слои  $d_2$  и  $d_6$  с наибольшим и наименьшим значением  $S_i(\mathbf{X})$ , построим трехмерное изображение функции качества  $F(d_2, d_6)$  (рис. 2а). На рис. 2б изображена проекция  $F(d_2, d_6)$  на плоскость  $(d_2; d_6)$ . Точкой отмечено решение  $(0,27; 1,00)$ . Затемненные участки на приведенных рисунках соответствуют минимальным значениям функции качества.

**Таблица 1.** Значения функции устойчивости  $S_i(\mathbf{X})$  для интерференционного фильтра типа ИФП

№ слоя	1	2	3	4	5	6	7	8
$S_i(\mathbf{X})$	$6,80 \times 10^{-3}$	$6,01 \times 10^{-2}$	$3,61 \times 10^{-1}$	1,80	10,0	1,80	$3,59 \times 10^{-1}$	$5,80 \times 10^{-2}$

**Таблица 2.** Параметры зеркальных диэлектрических покрытий

Вариант	№ слоя	Показатель преломления слоя $n$	Оптическая толщина слоя $d$	$\frac{\partial F(\mathbf{X})}{\partial D_i}$	$\frac{\partial^2 F(\mathbf{X})}{\partial D_i^2}$	$F(\mathbf{X})$	$S_i(\mathbf{X})$	$S(\mathbf{X})$
1	1	2,50	1,0	$3,81 \times 10^{-5}$	0,072	$1,116 \times 10^{-5}$	$5,18 \times 10^{-3}$	$2,061 \times 10^{-4}$
	2	1,65	1,0	$5,61 \times 10^{-5}$	0,121		$1,46 \times 10^{-2}$	
	3	2,50	1,0	$6,34 \times 10^{-5}$	0,144		$2,07 \times 10^{-2}$	
	4	1,65	1,0	$6,10 \times 10^{-5}$	0,138		$1,90 \times 10^{-2}$	
	5	2,50	1,0	$4,87 \times 10^{-5}$	0,105		$1,10 \times 10^{-3}$	
2	1	2,50	0,51	$5,03 \times 10^{-3}$	3,551	$6,113 \times 10^{-6}$	12,61	537,477
	2	1,65	0,27	$8,93 \times 10^{-3}$	7,089		50,25	
	3	2,50	1,03	$3,89 \times 10^{-3}$	1,350		1,82	
	4	1,65	1,03	$1,03 \times 10^{-3}$	0,081		$6,56 \times 10^{-3}$	
	5	2,50	1,01	$1,06 \times 10^{-4}$	0,023		$5,29 \times 10^{-4}$	
	6	1,65	1,00	$6,62 \times 10^{-4}$	0,012		$1,44 \times 10^{-4}$	
	7	2,50	1,01	$1,21 \times 10^{-3}$	0,090		$8,1 \times 10^{-3}$	
	8	1,65	1,01	$1,37 \times 10^{-4}$	0,121		$1,46 \times 10^{-2}$	
	9	2,50	1,01	$1,18 \times 10^{-3}$	0,077		$5,93 \times 10^{-3}$	

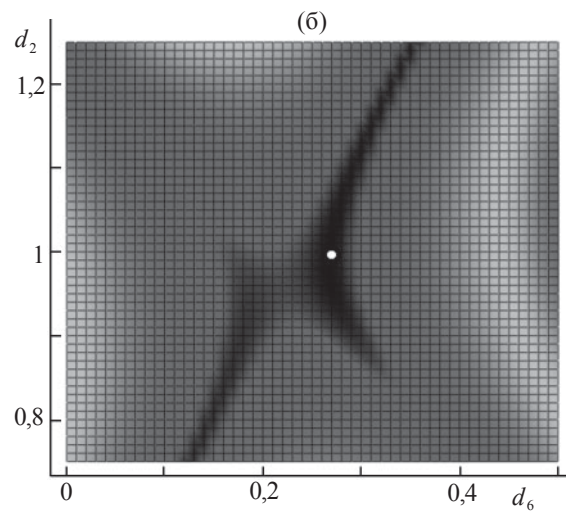
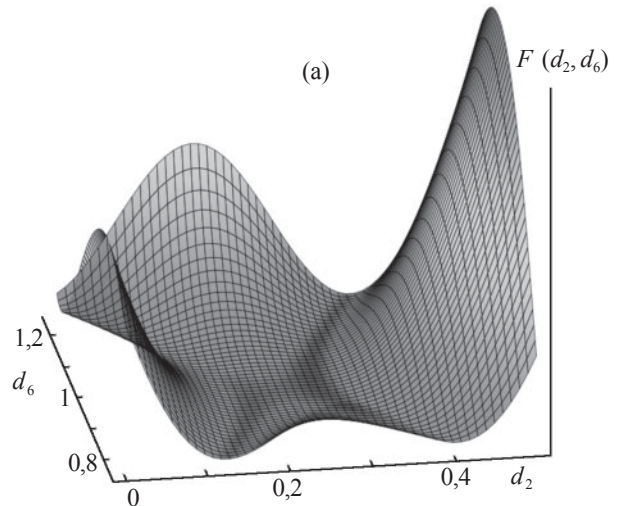


**Рис. 1.** Спектры отражения (а) и значения функции устойчивости  $S_i(\mathbf{X})$  (б) диэлектрических зеркал. 1 – структура с равнотолщинными слоями, 2 – структура с неравнотолщинными слоями.

По рис. 2б отчетливо видно, что протяженность области минимальных значений функционала качества вдоль координаты  $d_6$  существенно больше протяженности в направлении  $d_2$ . Это означает, что небольшие вариации  $d_2$ , для которого  $S_2 > S_6$ , приведут к большему увеличению  $F(d_2, d_6)$ , чем такие же вариации в слое  $d_6$ .

Далее сравним на устойчивость в целом 2 варианта зеркальных покрытий. Для этого выберем в структуре каждого покрытия по 2 наиболее чувствительных слоя: для первого варианта это 3-ий и 4-ый слой, для второго варианта – 1-ый и 2-ой слой, и введем небольшую ошибку в толщины этих слоев. На рис. 3 представлены спектральные характеристики покрытий вблизи длины волны  $\lambda = \lambda_0$  при внесении ошибки 3% в наиболее критичные слои.

Искажение спектра равнотолщинного покрытия вследствие введения ошибок в слоях существенно

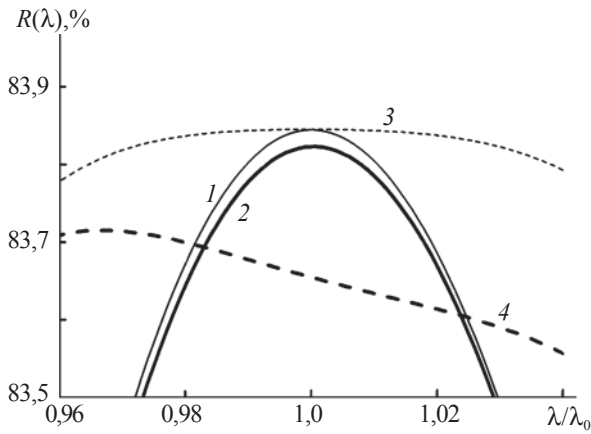


**Рис. 2.** Трехмерное изображение функции  $F(d_2, d_6)$  (а) и ее проекция на плоскость  $(d_2; d_6)$  (б).

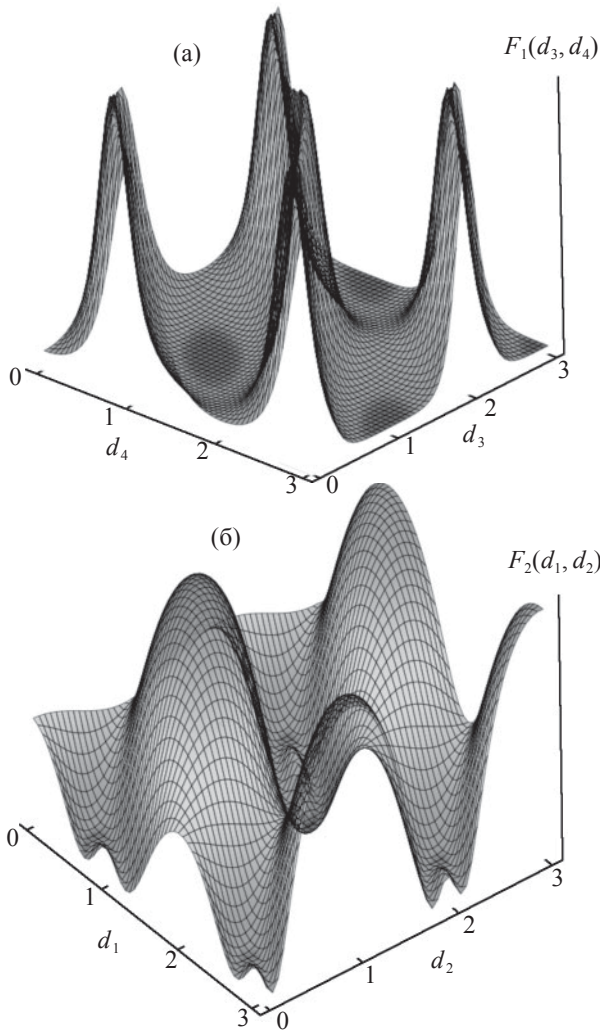
меньше подобных изменений в спектре неравнотолщинной структуры, т. е. оптические характеристики первого варианта менее подвержены влиянию вариаций толщин слоев по сравнению со вторым вариантом покрытия.

Далее построим трехмерные изображения функционалов качества  $F_1(d_3, d_4)$  и  $F_2(d_1, d_2)$  при фиксированных толщинах остальных слоев (рис. 4). Здесь так же, как и на рис. 2а, затемненные участки соответствуют области минимальных значений  $F(\mathbf{X})$ .

Рис. 4 дает представление о поведении функции качества вблизи локального минимума для двух вариантов рассматриваемых покрытий. Видно, что область минимальных значений функции качества для первого варианта обширнее, чем для второго, т. е. первый вариант покрытия устойчивее по отношению ко второму. Таким образом, меньшие значения функции устойчивости соответствуют наиболее стабиль-



**Рис. 3.** Изменение спектральных характеристик покрытий при внесении ошибки 3% в толщины наиболее чувствительных слоев. 1, 2 – структуры с равнотолщинными слоями без ошибок и с ошибками, 3, 4 – структуры с неравнотолщинными слоями без ошибок и с ошибками соответственно.



**Рис. 4.** Трехмерные изображения функционалов качества для варианта 1  $F_1(d_3, d_4)$  (а) и варианта 2  $F_2(d_1, d_2)$  (б).

ному варианту. Значения функции устойчивости, приведенные для рассматриваемых структур в табл. 2, подтверждают это положение.

В дополнение к этому интересно отметить тот факт, что по характерному виду области минимальных значений функции качества, изображенной на рис. 4а, при возникновении ошибки в предыдущем слое появляется возможность ее компенсации путем введения соответствующих корректив в последующих слоях. Так, например, если в процессе напыления слой  $d_3$  был перепылен, тогда толщину последующего слоя  $d_4$  следует уменьшить и наоборот.

Таким образом, предложенный подход позволяет выявить в структуре покрытия слою, наиболее критичные к изменению оптической толщины, а также сравнить в целом несколько решений на устойчивость, реализующих требуемые оптические характеристики, и, соответственно, выбрать из них наиболее устойчивое.

Информация о влиянии ошибок в каждом слое на изменения спектральных характеристик также может быть полезна с той позиции, что, если заранее знать наиболее критичные к ошибкам слою, то при реализации оптических покрытий на практике можно уменьшить искажения спектральных характеристик вследствие ошибок при напылении путем применения специальных мер при осаждении этих слоев.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Фурман Ш.А. Тонкослойные оптические покрытия. Л.: Машиностроение, 1977. 264 с.
2. Столов Е.Г. Расчет интерференционных оптических покрытий с заданными оптическими характеристиками // Опт. и спектр. 1977. Т. 43. В. 6. С. 1126–1128.
3. Введенский В.Д., Столов Е.Г. Синтез интерференционных оптических покрытий // ОМП. 1981. № 7. С. 59–62.
4. Котликов Е.Н., Прокашев В.Н., Хонинев А.Н., Хонинева Е.В. Синтез светоделительных покрытий // Оптический журнал. 2001. Т. 68. № 8. С. 49–52.
5. Минков И.М. Об определении глобального минимума в задаче синтеза интерференционных оптических покрытий // Опт. и спектр. 1981. Т. 50. № 4. С. 755–765.
6. Яковлев П.П., Мешков Б.Б. Проектирование интерференционных покрытий. М.: Машиностроение, 1987. 192 с.
7. Борисевич Н.А., Верещагин В.Г., Валидов М.А. Инфракрасные фильтры. Минск: Наука и техника, 1971. 228 с.
8. Балышев К.В., Путилин Э.С., Старовойтов С.Ф. Исследование воспроизводимости выходных параметров многослойных диэлектрических систем во время изготовления // Оптический журнал. 1998. Т. 65. № 3. С. 39–43.
9. Варфоломеев Г.А., Котликов Е.Н., Тропин А.Н. Анализ стабильности спектроделительных интерференционных покрытий // Завалишинские чтения. Сборник докладов. СПб.: изд. ГУАП, 2007. С. 137–140.