

АБЕРРАЦИОННАЯ СТРУКТУРА ПЯТНА РАССЕЯНИЯ В ИЗОБРАЖЕНИИ ТОЧКИ ПРИ ДЕЦЕНТРИРОВКЕ ЭЛЕМЕНТОВ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

© 2009 г. В. А. Зверев, доктор техн. наук; И. Н. Тимощук, канд. техн. наук

Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург

Получены соотношения, определяющие изменения абберационной структуры световых пучков лучей, формируемых децентрированным элементом оптической системы. Выполнен анализ влияния каждого члена полученных соотношений в отдельности на геометрическое изображение точки, дающий наглядное представление о характере изменения первичных аббераций (аббераций третьего порядка), вносимых в изображение предмета децентрированным элементом оптической системы.

Коды OCIS: 200.0200, 220.0220.

Поступила в редакцию 02.09.2008.

При поперечном смещении отдельных элементов оптической системы относительно ее оптической оси и при их наклоне относительно плоскости, перпендикулярной к оптической оси, осевая симметрия оптической системы нарушается, нарушается и привычная картина остаточных аббераций в изображении точек предмета. Избежать децентрировок оптических элементов в процессе изготовления оптического прибора практически невозможно, да в этом и нет необходимости, если децентрировка не превышает допустимого значения. Однако, чтобы определить допустимые значения децентрировок, необходимо знать качественный и количественный характер их влияния на качество изображения.

Вопросы анализа влияния децентрировки поверхностей оптических систем на качество изображения получили отражение в публикациях ряда авторов [1–5]. Достаточно сложный характер влияния децентрировки на качество изображения нередко приводит к противоречивым результатам его анализа [1, 4]. Анализу свойств элементарных астигматических пучков лучей при децентрировке оптической системы посвящена публикация [5]. Однако полной ясности в этом вопросе пока достичь не удалось. В предлагаемой работе сделана попытка более наглядного представления картины влияния децентрировки поверхностей или отдельных элементов оптической системы на характер изменения первичных аббераций (аббераций третьего порядка) образованного изображения.

В общем случае составляющие поперечной абберации в системе координат $\delta g'$, $\delta G'$ могут быть представлены разложением в степенной ряд по переменным m , M и l , L , где m и M – координаты точки в плоскости входного зрачка, l , L – координаты точ-

ки в плоскости предмета. Члены третьего порядка этих рядов могут содержать следующие произведения переменных m , M , l и L :

$$\begin{array}{ccccccc} m^3 & m^2M & mM^2 & M^3 & & & \\ m^2l & mMl & M^2l & m^2L & mL & M^2L & \\ ml^2 & mL^2 & mlL & ML & mL^2 & ML^2 & \\ & & l^3 & l^2L & lL^2 & L^3 & \end{array}$$

В этом случае, когда оптическая система представляет собой систему центрированных поверхностей вращения, не нарушая общности определения вида абберации, можно ограничиться определением их составляющих в меридиональной плоскости, содержащей координаты m , M и l , ($L = 0$). При этом число возможных членов третьего порядка при представлении меридиональной и сагиттальной составляющих поперечной абберации степенным рядом равно десяти. Они могут содержать следующие произведения переменных l , m и M :

$$\begin{array}{ccccccc} m^3 & m^2M & mM^2 & M^3 & & & \\ m^2l & mMl & M^2l & & & & \\ & ml^2 & ML^2 & & & & \\ & & & & & & l^3 \end{array}$$

Заметим, что если в разложении функций $\delta g'$ и $\delta G'$, определяющих составляющие поперечной абберации в меридиональной и в сагиттальной плоскостях соответственно, изменить знак у переменной M , то значение меридиональной составляющей абберации $\delta g'$ не изменится, а, следовательно, разложение в ряд функции $\delta g'$ не должно содержать переменной M в нечетной степени. Поскольку сагиттальная составляющая абберации при замене знака переменной M должна также изменить знак,

сохраняя абсолютную величину неизменной, то представление функции $\delta G'$ степенным рядом не может содержать членов с четными степенями переменной M [6].

В 1856 году мюнхенский астроном Л. Зейдель получил выражения для коэффициентов степенного ряда третьего порядка относительно переменных l , m и M в разложении в ряд функций $\delta g'$ и $\delta G'$, содержащих конструктивные параметры осесимметричной оптической системы в общем случае. Л. Зейдель показал, что коэффициенты десяти возможных членов третьего порядка степенного ряда зависят друг от друга, вследствие чего число различных коэффициентов сводится к пяти. При этом выражения, определяющие аберрации $\delta g'$ и $\delta G'$ и содержащие лишь члены третьего порядка, в общем случае можно представить в виде [3]

$$\delta g'_0 = Am_0(m_0^2 + M_0^2) + Bl_0(3m_0^2 + M_0^2) + Cl_0^2 m_0 + El_0^3, \quad (1)$$

$$\delta G'_0 = AM_0(m_0^2 + M_0^2) + 2Bl_0 m_0 M_0 + Dl_0^2 M_0. \quad (2)$$

При децентрировке отдельной поверхности или ряда поверхностей (отдельного компонента) оптической системы ее осевая симметрия нарушается. Поэтому для анализа влияния децентрировки элементов оптической системы на аберрации изображения произвольную точку пересечения луча с плоскостью предмета удобно определить координатами l и L . Для этого повернем координатные оси в плоскостях предмета, входного зрачка и изображения вокруг оптической оси на угол ω и обозначим новые координаты точки в плоскости предмета буквами l и L , а новые координаты точки пересечения луча с плоскостью входного зрачка – буквами m и M . При этом

$$m_0 = m \cos \alpha \omega - M \sin \omega, \quad (3)$$

$$M_0 = m \sin \omega + M \cos \omega. \quad (4)$$

$$l_0 = l \cos \omega - L \sin \omega, \quad (5)$$

Кроме того, учитывая, что $l_0^2 = l^2 + L^2$, имеем

$$l \sin \omega = -L \cos \omega. \quad (6)$$

Составляющие $\delta g'$ и $\delta G'$ поперечной аберрации в новой системе координат связаны с прежними составляющими $\delta g'_0$ и $\delta G'_0$ формулами

$$\delta g' = \delta g'_0 \cos \omega + \delta G'_0 \sin \omega, \quad (7)$$

$$\delta G' = \delta g'_0 \sin \omega + \delta G'_0 \cos \omega. \quad (8)$$

Заменим в формулах (1) и (2) переменные l_0 , m_0 и M_0 определяющими их формулами (3), (4) и (5)

используя при этом формулу (6). В результате последующих преобразований получаем

$$\begin{aligned} \delta g'_0 &= A(m^2 + M^2)(m \cos \omega - M \sin \omega) + \\ &+ B(l \cos \omega - L \sin \omega) \left[m^2 + M^2 + 2(m \cos \omega - M \sin \omega)^2 \right] + \\ &+ C(l^2 + L^2)(m \cos \omega - M \sin \omega) + \\ &+ E(l^2 + L^2)(l \cos \omega - L \sin \omega). \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \delta G'_0 &= A(m^2 + M^2)(M \cos \omega + m \sin \omega) + \\ &+ 2B(l \cos \omega - L \sin \omega) \left[(m^2 - M^2) \sin \omega \cos \omega - \right. \\ &\quad \left. - mM(\sin^2 \omega - \cos^2 \omega) \right] + \\ &+ D(l^2 + L^2)(M \cos \omega + m \sin \omega). \end{aligned} \quad (10)$$

Подставим полученные выражения в формулы (7) и (8). Применяя формулу (6), преобразуем их к виду

$$\begin{aligned} \delta g' &= Am(m^2 + M^2) + B \left[(3m^2 + M^2)l + 2mML \right] + \\ &+ Cl(ml + ML) + DL(mL - ML) + El(l^2 + L^2), \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \delta G' &= AM(m^2 + M^2) + B \left[(m^2 + 3M^2)L + 2mML \right] + \\ &+ CL(ml + ML) + Dl(Ml - mL) + EL(l^2 + L^2). \end{aligned} \quad (12)$$

Заметим, что ряды (11) и (12) содержат члены третьего порядка переменных m , M , l и L , включающие все двадцать возможных произведений этих переменных. Заменив в выражении (11) величины m , l величинами M , L , а величины M , L величинами m , l , получим выражение (12). При $L = 0$ эти выражения принимают вид выражений (1) и (2).

Дифференцируя выражения (11) и (12) и заменяя дифференциалы конечными разностями, получаем

$$\begin{aligned} \Delta \delta g' &= A \left[(3m^2 + M^2) \Delta m + 2mM \Delta M \right] + \\ &+ B \left[(3m^2 + M^2) \Delta l + 2(3ml + ML) \Delta m + \right. \\ &\quad \left. + 2(Ml + mL) \Delta M + 2mM \Delta L \right] + \\ &+ C \left[l^2 \Delta m + (2ml + ML) \Delta l + Ml \Delta L + lL \Delta M \right] + \\ &+ D \left[l^2 \Delta m + (2mL - Ml) \Delta L - Ml \Delta l - lL \Delta M \right] + \\ &+ E \left[(3l^2 + L^2) \Delta l + 2lL \Delta L \right], \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned}
\Delta\delta G' = & A[(m^2 + 3M^2)\Delta M + 2mM\Delta m] + \\
& + B[(m^2 + 3M^2)\Delta L + 2(mL + ML)\Delta m + \\
& + 2(3ML + ml)\Delta M + 2mM\Delta l] + \quad (14) \\
& + C[L^2\Delta M + (2ML + ml)\Delta L + mL\Delta l + lL\Delta m] + \\
& + D[l^2\Delta M + (2ML - mL)\Delta l - ml\Delta L - lL\Delta m] + \\
& + E[(l^2 + 3L^2)\Delta L + 2lL\Delta l].
\end{aligned}$$

В соответствии с известной в геометрической оптике теоремой сложения aberrаций [7] каждый коэффициент первичной aberrации (aberrации третьего порядка) для любой центрированной оптической системы равен сумме соответствующих коэффициентов для отдельных ее поверхностей [8]. Эта теорема позволяет анализировать характер изменения aberrационной структуры пятна рассеяния в изображении точки, образованном оптической системой в целом по характеру изменений aberrаций, вносимых в изображение децентрированным элементом системы. Для анализа изменений aberrационной структуры пятна рассеяния в изображении точки удобно перейти к полярной системе координат

$$m = a \cos \alpha, \quad l = r \cos \beta,$$

$$M = a \sin \alpha, \quad L = r \sin \beta,$$

где a – радиус входного зрачка, r – расстояние от оптической оси до рассматриваемой точки в плоскости предмета.

Пусть δ – смещение главной точки оптического элемента (смещение центра кривизны в случае отдельной сферической поверхности) в направлении, перпендикулярном к оптической оси системы. Если при этом отрезки m и l , а, соответственно, M и L лежат в одной плоскости, то приращения соответствующих отрезков равны

$$\Delta m = \Delta l = -\delta \cos \gamma \quad \text{и} \quad \Delta M = \Delta L = -\delta \sin \gamma,$$

где γ – угол между направлением смещения оптического элемента и меридиональной плоскостью.

Выполнив соответствующую подстановку величин, выражения (13) и (14) можно преобразовать к виду

$$\begin{aligned}
\Delta\delta g' = & -a^2 \rho^2 \delta (A + B) [2 \cos \gamma + \cos(2\alpha - \gamma)] - \\
& - apr \delta [(4B + C + D) \cos(\beta - \gamma) \cos \alpha + \\
& + (2B + C - D) \cos(\alpha - \beta - \gamma)] - \quad (15) \\
& - r^2 \delta [(C + 2E) \cos(\beta - \gamma) \cos \beta + \\
& + D \sin(\beta - \gamma) \sin \beta + E \cos \gamma],
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta\delta G' = & -a^2 \rho^2 \delta (A + B) [2 \sin \gamma + \sin(2\alpha - \gamma)] - \\
& - apr \delta [(4B + C + D) \cos(\beta - \gamma) \sin \alpha - \\
& - (2B + C - D) \sin(\alpha - \beta - \gamma)] - \quad (16) \\
& - r^2 \delta [(C + 2E) \cos(\beta - \gamma) \sin \beta - \\
& - D \sin(\beta - \gamma) \cos \beta + E \sin \gamma].
\end{aligned}$$

Рассмотрим отдельно каждое из однотипных приращений поперечной aberrации, вносимых в изображение точки в результате поперечного смещения произвольного элемента оптической системы в произвольном направлении.

Пусть приращения $\Delta\delta g'$ и $\Delta\delta G'$ поперечной aberrации определяются первыми членами выражений (15) и (16)

$$\Delta\delta g' = -a^2 \rho^2 \delta (A + B) [2 \cos \gamma + \cos(2\alpha - \gamma)],$$

$$\Delta\delta G' = -a^2 \rho^2 \delta (A + B) [2 \sin \gamma + \sin(2\alpha - \gamma)].$$

Вид aberrационного пятна в изображении точки не изменяется, если систему координат повернуть на некоторый угол ψ . При этом

$$\begin{aligned}
\Delta\delta \tilde{g}' = & \Delta\delta g' \cos \psi + \Delta\delta G' \sin \psi = \\
= & -a^2 \rho^2 \delta (A + B) [2 \cos(\gamma - \psi) + \cos(2\alpha - \gamma - \psi)], \quad (19)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta\delta \tilde{G}' = & -\Delta\delta g' \sin \psi + \Delta\delta G' \cos \psi = \\
= & -a^2 \rho^2 \delta (A + B) [2 \sin(\gamma - \psi) + \sin(2\alpha - \gamma - \psi)]. \quad (20)
\end{aligned}$$

При $\psi = \gamma$ получаем

$$[\Delta\delta \tilde{g}' + 2a^2 \rho^2 \delta (A + B)]^2 + (\Delta\delta \tilde{G}')^2 = a^4 \rho^4 \delta^2. \quad (21)$$

Отсюда следует, что при поперечном смещении произвольного элемента оптической системы в изображении каждой точки предмета в направлении смещения компонента вносится одинаковая кома.

Пусть приращения $\Delta\delta g'$ и $\Delta\delta G'$ определяются вторыми членами выражений (15) и (16)

$$\begin{aligned}
\Delta\delta g' = & -(4B + C + D) apr \delta \cos(\beta - \gamma) \cos \alpha - \\
& - (2B + C - D) apr \delta \cos(\alpha - \beta - \gamma),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta\delta G' = & -(4B + C + D) apr \delta \cos(\beta - \gamma) \sin \alpha + \\
& + (2B + C - D) apr \delta \sin(\alpha - \beta - \gamma).
\end{aligned}$$

Эти выражения можно представить в виде

$$\begin{aligned}
\Delta\delta g' = & -(4B + C + D) mr \delta \cos(\beta - \gamma) - \\
& - (2B + C - D) mr \delta \cos(\beta + \gamma) - \quad (22) \\
& - (2B + C - D) Mr \delta \sin(\beta + \gamma),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta\delta G' = & -(4B + C + D) Mr \delta \cos(\beta - \gamma) + \\
& + (2B + C - D) Mr \delta \cos(\beta + \gamma) - \quad (23) \\
& - (2B + C - D) Mr \delta \sin(\beta + \gamma).
\end{aligned}$$

Будем считать, что расстояние от осевой точки передней главной сферы [9] децентрированного эле-

мента оптической системы до осевой точки предмета равно R , а расстояние от осевой точки задней главной сферы до изображения осевой точки предмета равно R' . Тогда отношение $ap/R = \sin\sigma = (n'/n)V\sin\sigma' = (n'/n)V(a'/\rho R)$, где $\sin\sigma$ ($\sin\sigma'$) – числовая апертура осевого пучка лучей в пространстве предметов (изображений) рассматриваемого элемента, V – поперечное увеличение образованного им изображения. Для главных сфер имеем [10]: $a\rho \approx a'\rho$. Поэтому вполне справедливо считать, что $\sin\sigma' \approx \sigma' = ap/R'$.

Пусть $M = 0$. В этом случае выражения (22) и (23) принимают вид

$$\Delta\delta g' = -(4B + C + D)\cos(\beta - \gamma) + (2B + C - D)\cos(\beta + \gamma)]mr\delta, \quad (24)$$

$$\Delta\delta G' = -(2B + C - D)\sin(\beta + \gamma)mr\delta. \quad (25)$$

При $M = 0$, $ap/R' = m/R' = \sin\sigma'_m$, а $\sin\sigma'_s = M/R = 0$.

При этом осевая координата изображения вне осевой точки предмета, образованного лучами пучка, лежащими в меридиональной плоскости, равна

$$z'_m = \Delta\delta g'/\text{tg}\sigma'_m \approx \Delta\delta g'/\sigma'_m = R'(\Delta\delta g'/m).$$

Подставив сюда выражение (24), получаем

$$z'_m = -R'[(4B + C + D)\cos(\beta - \gamma) + (2B + C - D)\cos(\beta + \gamma)]r\delta. \quad (26)$$

При $\gamma = 0$

$$z'_m = -2R'(3B + C)/\delta. \quad (27)$$

Пусть $m = 0$. В этом случае выражения (22) и (23) принимают вид

$$\Delta\delta g' = -(2B + C - D)\sin(\beta + \gamma)r\delta M, \quad (28)$$

$$\Delta\delta G' = -[(4B + C + D)\cos(\beta - \gamma) - (2B + C - D)\cos(\beta + \gamma)]r\delta M. \quad (29)$$

При $m = 0$, $ap/R' = M/R' = \sin\sigma'_s$, а $\sin\sigma'_m = m/R' = 0$.

При этом осевая координата изображения вне осевой точки предмета, образованного лучами пучка, лежащими в сагиттальной плоскости, равна

$$z'_s = \Delta\delta G'/\text{tg}\sigma'_s \approx \Delta\delta G'/\sigma'_s = R'(\Delta\delta G'/M).$$

Из выражения (29) следует, что

$$z'_s = -R'[(4B + C + D)\cos(\beta - \gamma) - (2B + C - D)\cos(\beta + \gamma)]r\delta. \quad (30)$$

При $\gamma = 0$

$$z'_s = 2R'(B + D)/\delta. \quad (31)$$

Используя выражения (26) и (30), находим, что астигматическая разность осевых координат равна

$$z'_s - z'_m = -2R'(2B + C - D)r\delta\cos(\beta + \gamma). \quad (32)$$

При $\gamma = 0$

$$z'_s - z'_m = -2R'(2B + C - D)l\delta, \quad (33)$$

при $\beta = 0$

$$z'_s - z'_m = -2R'(2B + C - D)r\delta\cos\gamma, \quad (34)$$

при $\beta = \pi$

$$z'_s - z'_m = 2R'(2B + C - D)r\delta\cos\gamma, \quad (35)$$

Известно [3], что волновая aberrация определяется выражением

$$W = -(1/R')\int(\Delta\delta g'dm + \Delta\delta G'dM). \quad (36)$$

Заменив приращения $\Delta\delta g'$ и $\Delta\delta G'$ определяющими их выражениями (22) и (23) и выполнив интегрирование, получаем

$$W = W_1 + W_2 + W_3, \quad (37)$$

где

$$W_1 = [(4B + C + D)/2R']\cos(\beta - \gamma)r\delta(m^2 + M^2),$$

$$W_2 = [(2B + C - D)/2R']\cos(\beta + \gamma)r\delta(m^2 - M^2),$$

$$W_3 = [(2B + C - D)/R']\sin(\beta + \gamma)2r\delta mM.$$

Пусть $W = W_1$. В этом случае поверхность волнового фронта имеет форму параболоида вращения, радиус кривизны в осевой точке которого равен

$$R'_{w1} = R'/[(4B + C + D)r\delta\cos(\beta - \gamma)]. \quad (38)$$

В соответствии с выражением (36)

$$\Delta\delta g' = -R'(\partial W/\partial m), \quad \text{а} \quad \Delta\delta G' = -R'(\partial W/\partial M).$$

Тогда при $W = W_1$ имеем

$$(\Delta\delta g')^2 + (\Delta\delta G')^2 = \left(\frac{R'}{R'_{w1}}\right)^2 (m^2 + M^2), \quad (39)$$

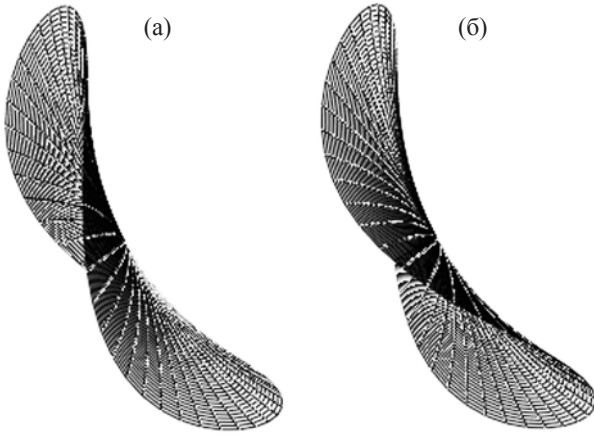
откуда следует, что в этом случае пятно рассеяния в изображении точки имеет форму круга. Однако, заметим, что при $\beta = \gamma$

$$(\Delta\delta g')^2 + (\Delta\delta G')^2 = (4B + C + D)^2 a^2 \rho^2 r^2 \delta^2,$$

а при $\beta = \gamma \pm \pi/2$ $(\Delta\delta g')^2 + (\Delta\delta G')^2 = 0$.

Пусть $W = W_2$. В этом случае при $M = 0$ волновая aberrация $W = m^2/2R'_{w2}$, а при $m = 0$ $W = -M^2/2R'_{w2}$, где $R'_{w2} = R'/(2B + C - D)r\delta\cos(\beta + \gamma)$.

При этом поверхность волнового фронта имеет вид, показанный на рис. 1а. При $W = W_2$ имеем



Вариант формы волнового фронта при децентрировке оптического элемента.

$$\Delta\delta g' = -(R'/R'_{W_2})m, \quad \Delta\delta G' = -(R'/R'_{W_2})M.$$

Следовательно, и в этом случае пятно рассеяния в изображении точки имеет вид круга

$$(\Delta\delta g')^2 + (\Delta\delta G')^2 = (R'/R'_{W_2})^2(m^2 + M^2). \quad (40)$$

Заметим, что при $\beta + \gamma = 0$

$$(\Delta\delta g')^2 + (\Delta\delta G')^2 = (2B + C - D)^2 r^2 \delta^2.$$

Однако при $\beta + \gamma = \pm\pi/2$ $(\Delta\delta g')^2 + (\Delta\delta G')^2 = 0$, т. е. в этом направлении независимо от значений величин r и δ остаточные aberrации не изменяются.

Пусть $W = W_3$. Повернув систему координат m, M на некоторый угол ω , получаем

$$m = \tilde{m}\cos\omega - \tilde{M}\sin\omega, \\ M = \tilde{m}\sin\omega + \tilde{M}\cos\omega.$$

При этом

$$W = W_3 = [(2B + C - D)/R']\sin(\beta + \gamma) \times \\ \times r\delta(\tilde{m}^2\sin 2\omega + 2\tilde{m}\tilde{M}\cos 2\omega - \tilde{M}^2\sin 2\omega).$$

Положив $\omega = \pi/4$, получаем

$$W_3 = [(2B + C - D)/R']\sin(\beta + \gamma)r\delta(\tilde{m}^2 - \tilde{M}^2).$$

Из сопоставления соответствующих выражений следует, что

$$W_3\cos(\beta + \gamma) = 2W_2\sin(\beta + \gamma).$$

Таким образом, поверхность волнового фронта $W = W_3$ имеет вид, показанный на рис. 1б, подобный форме волнового фронта W_2 (рис. 1а) с коэффициентом подобия $2\operatorname{tg}(\beta + \gamma)$ и повернутый относительно него на угол $\omega = \pi/4$.

И в этом случае

$$(\Delta\delta g')^2 + (\Delta\delta G')^2 = (R'/R'_{W_3})^2(m^2 + M^2), \quad (41)$$

где

$$R'_{W_3} = R'/[(2B + C - D)r\delta\sin(\beta + \gamma)].$$

Выражение (41) описывает окружность, которая при $\beta + \gamma = k\pi$, где $k = 0, 1, 2, \dots$ вырождается в точку.

Пусть приращения $\Delta\delta g'$ и $\Delta\delta G'$ определяются третьими членами выражений (15) и (16)

$$\Delta\delta g' = -r^2\delta[(C + 2E)\cos(\beta - \gamma)\cos\beta + \\ + D\sin(\beta - \gamma)\sin\beta + E\cos\gamma], \quad (42)$$

$$\Delta\delta G' = -r^2\delta[(C + 2E)\cos(\beta - \gamma)\sin\beta - \\ - D\sin(\beta - \gamma)\cos\beta + E\cos\gamma]. \quad (43)$$

Эти выражения легко преобразовать к виду

$$\Delta\delta g' = -[(C + 3E)l^2 + (D + E)L^2]\delta\cos\gamma - \\ - (C + 2E - D)lL\delta\sin\gamma, \quad (44)$$

$$\Delta\delta G' = -(C + 2E - D)lL\delta\cos\gamma - \\ - [(C + 3E)L^2 + (D + E)l^2]\delta\sin\gamma. \quad (45)$$

В частном случае, когда угол $\gamma = 0$, выражения (44) и (45) принимают вид

$$\Delta\delta g' = -[(C + 3E)l^2 + (D + E)L^2]\delta, \quad (46)$$

$$\Delta\delta G' = -(C + 2E - D)lL\delta. \quad (47)$$

Из работы [11] видно, что уравнение (46) для любого выбранного ряда значений отрезка l описывает семейство парабол, ориентация которых не зависит от знака l ; уравнение (47) для любого выбранного ряда значений отрезка L описывает семейство прямых, знак и угол наклона которых определяется знаком и длиной отрезка L .

Итак, полученные соотношения дают наглядное представление об изменении структуры пучка лучей, формирующего изображение точки, при малом поперечном смещении элементов оптической системы.

Важно отметить, что любая линия, проведенная через центр кривизны сферической поверхности, может быть принята в качестве ее оптической оси, т. е. сферическая поверхность не имеет определенного положения оптической оси. Поэтому малый наклон сферической поверхности относительно плоскости, перпендикулярной оптической оси оптической системы, в состав которой входит эта поверхность, эквивалентен ее поперечному смещению

на $\delta_i = -r_i \theta_i$ и продольному смещению, равному $\Delta_i = \delta_i^2 / 2r_i$, где r_i – радиус кривизны сферической поверхности, θ_i – угол ее наклона. При малом угле θ_i продольное смещение поверхности определяется величиной второго порядка малости и им можно пренебречь. В отличие от сферической несферическая поверхность вращения имеет ось симметрии, которая и определяет ее оптическую ось. Положение оптической оси вполне определено и в общем случае сочетания двух и более сферических поверхностей.

При наклоне оптического элемента на малый угол θ поверхность изображения, образованного этим элементом, наклонится на угол, равный

$$\theta'_i = (V_i - 1)\theta_i,$$

где V_i – поперечное увеличение изображения, образованного оптическим элементом. Кроме того, при наклоне оптического элемента на угол θ_i осевая точка предметов этого элемента получает поперечное смещение, равное

$$-\delta_i = \Delta l_i \cos \gamma_i + \Delta L_i \sin \gamma_i = p_i \theta_i, \quad (49)$$

где $\Delta l_i \sin \gamma_i = \Delta L_i \cos \gamma_i$, p_i – расстояние от точки пересечения оптической оси элемента с оптической осью системы при его наклоне до осевой точки предмета. Координата точки пересечения луча осевого пучка с первой поверхностью оптического элемента при его наклоне получает приращение, равное

$$\begin{aligned} -\delta_i &= \Delta m_i \cos \gamma_i + \Delta M_i \sin \gamma_i = \\ &= 0,5 D_i \theta_i^2 + q_i \theta_i \approx q_i \theta_i, \end{aligned} \quad (50)$$

где D_i – диаметр осевого пучка лучей, q_i – расстояние от точки пересечения оптической оси оптического элемента с оптической осью системы до первой поверхности элемента.

В общем случае при децентрировке элементов оптической системы возможен их одновременный поперечный сдвиг и наклон. Полученные соотношения позволяют оценить влияние и поперечного сдвига, и наклона оптических элементов оптической системы на абберационную структуру пятна рассеяния в изображении точки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Губель Н.Н. Абберации децентрированных оптических систем. Л.: “Машиностроение” (Л.О.), 1975. 272 с.
2. Слюсарев Г.Г. Геометрическая оптика. М.–Л.: АН СССР, 1946. 332 с.
3. Слюсарев Г.Г. Методы расчета оптических систем. Л.: “Машиностроение”, 1969. 672 с.
4. Хваловский В.Н., Трубка С.В. Исследование аббераций второго порядка в оптических системах с одной плоскостью симметрии (II ч.) // Изв. вузов. Приборостроение. 1976. Т. 19. № 6. С. 114.
5. Грамматин А.П. Свойства элементарных астигматических пучков лучей при децентрировке оптической системы // Опт. и спектр. 1995. Т. 79. № 5. С. 875–878.
6. Тудоровский А.И. Теория оптических приборов. Т. 1. Изд. 2-е. М.–Л.: АН СССР, 1948. 661 с.
7. Зверев В.А. Основы геометрической оптики. СПб: изд. ГИТМО (ТУ), 2002. 218 с.
8. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970. 856 с.
9. Игнатовский В.С. Элементарные основы теории оптических приборов. Л.–М.: Гос. техн.-теор. изд., 1933. 184 с.
10. Зверев В.А. Следствия из закона синусов Аббе // Опт. и спектр. 1999. Т. 86. № 4. С. 689–693.
11. Русинов М.М. Юстировка оптических приборов. М.: Недра, 1969. 328 с.