

# ФИЗИЧЕСКАЯ ОПТИКА

УДК 551.593: 629.198.3; 551.593.52

## УЧЕТ РЕФРАКЦИИ В РАСЧЕТЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПРОПУСКАНИЯ АТМОСФЕРЫ

© 2012 г. Ю. Н. Раковский, канд. техн. наук

Научно-производственная корпорация “Государственный оптический институт им. С.И. Вавилова”, Санкт-Петербург

E-mail: egorrak@yandex.ru

Предложена методика интегрирования высотных профилей атмосферных компонентов с учетом рефракции. Приведены примеры существенного влияния рефракции на эффективную оптическую толщину компонентов на трассе.

*Ключевые слова:* атмосферная рефракция, высотные профили атмосферных компонентов, оптическая толщина.

Коды OCIS: 010.1290, 010.1320

Поступила в редакцию 06.03.2012

Необходимым элементом расчета коэффициента пропускания атмосферы на трассе между двумя заданными точками является вычисление оптической толщины атмосферных компонентов (концентрации газов, аэрозолей, коэффициента молекулярного рассеяния). Значение оптической толщины находится интегрированием высотного профиля компонента по трассе

$$W(H_1, H_2, \lambda) = \int_{H_1}^{H_2} q(h, \lambda) dl(h). \quad (1)$$

В выражении (1)  $H_1, H_2$  – заданные высоты двух точек над Землей,  $q(h, \lambda)$  – высотный профиль компонента,  $h$  – высота точки на трассе,  $\lambda$  – длина волны,  $dl(h)$  – элемент длины трассы на высоте  $h$ .

Положение краевых точек трассы определяется заданием треугольника с вершиной в центре Земли. Далее используется термин “местная вертикаль” – прямая, проходящая через центр Земли и точку на трассе. При известных высотах краевых точек над Землей этот треугольник может быть однозначно задан тремя способами: расстоянием между точками, центральным углом (углом между местными вертикалями краевых точек трассы), что, очевидно, равносильно заданию расстояния “по Земле”, а также зенитным углом точки, соответствующей меньшей высоте (углом

между прямой, соединяющей точки, и местной вертикалью точки). Все эти параметры связаны известными соотношениями. Далее, для определенности, принят последний способ: задан зенитный угол ( $z_1$ ) точки, соответствующей меньшей высоте ( $H_1 \leq H_2$ ). При этом возможны две ситуации

1. Перпендикуляр к прямой, проходящей через краевые точки, не пересекает трассу (линию, соединяющую точки). Далее, для краткости, эта ситуация называется “догоризонтной”. В этом случае  $z_1 \leq 90^\circ$ , и пределы интегрирования соответствуют выражению (1).

2. Перпендикуляр к прямой линии, проходящей через краевые точки трассы, пересекает трассу (“загоризонтная” ситуация). В этом случае  $z_1 > 90^\circ$ , и выражение для оптической толщины имеет вид

$$W(H_1, H_2, h_0, \lambda) = \int_{h_0}^{H_1} q(h, \lambda) dl(h) + \int_{h_0}^{H_2} q(h, \lambda) dl(h). \quad (2)$$

В выражении (2)  $h_0$  – высота точки на трассе, для которой угол между местной вертикалью этой точки и касательной к трассе равен  $90^\circ$  (высота перигея трассы).

Расчет величины  $W$  проводится для каждой длины волны. Поскольку рассматриваемая задача касается только интегрирования атмо-

сферных компонентов по высоте, в последующих выражениях параметр  $\lambda$  опущен.

Для дальнейших вычислений потребуются выражения для элемента дуги трассы

$$dl(h) = dh / \cos\varphi(h) \quad (3)$$

и элемента центрального угла (угла между местными вертикалями точек на трассе)

$$d\eta(h) = dh \operatorname{tg}\varphi(h) / (R + h) \quad (4)$$

как функции переменной интегрирования  $h$ .

В выражениях (3), (4)  $\varphi(h)$  – угол между касательной к трассе и местной вертикалью точки,  $R$  – радиус Земли.

Для “догоризонтной” ситуации воспользуемся законом Снеллиуса в виде

$$\begin{aligned} (R + h)n(R + h)\sin\varphi = \\ = (R + H_1)n(R + H_1)\sin\varphi_1, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $n(h)$  – коэффициент преломления в точке трассы на высоте  $h$ ,  $\varphi_1$  – значение угла  $\varphi$  в точке  $H_1$ . Получим

$$\cos\varphi(h) = \left\{ 1 - \left[ \frac{(R + H_1)n(R + H_1)\sin\varphi_1}{(R + h)n(R + h)} \right]^2 \right\}^{0,5} \quad (6)$$

Чтобы найти неизвестное значение угла  $\varphi_1$ , используем два выражения для полного центрального угла трассы (угла между местными вертикалями краевых точек трассы). С одной стороны этот угол равен интегралу

$$\begin{aligned} \eta = \int_{H_1}^{H_2} \frac{\operatorname{tg}\varphi(h)}{R + h} dh = \\ = \int_{H_1}^{H_2} \left\{ \left[ \frac{(R + h)n(R + h)}{(R + H_1)n(R + H_1)\sin\varphi_1} \right]^2 - 1 \right\}^{-0,5} \frac{dh}{R + h}, \end{aligned} \quad (7)$$

в котором содержится неизвестное значение угла  $\varphi_1$ .

С другой стороны, центральный угол ( $\Theta$ ) известен, поскольку треугольник, определяющий положение краевых точек трассы, задан однозначно как

$$\Theta = z_1 - \arcsin\left(\frac{R + H_1}{R + H_2}\sin z_1\right). \quad (8)$$

Из уравнения

$$\eta = \Theta \quad (9)$$

находится неизвестное значение угла  $\varphi_1$ .

Таким образом, элемент дуги трассы полностью определен, и можно проводить расчет оптической толщи различных атмосферных компонентов в случае “догоризонтной” ситуации по формуле (1).

В случае второй (“загоризонтной”) ситуации из равенства Снеллиуса

$$(R + h)n(R + h)\sin\varphi = (R + h_0)n(R + h_0) \quad (10)$$

следует, что

$$\cos\varphi(h) = \left\{ 1 - \left[ \frac{(R + h_0)n(R + h_0)}{(R + h)n(R + h)} \right]^2 \right\}^{0,5}, \quad (11)$$

$$\operatorname{tg}\varphi(h) = \left\{ \left[ \frac{(R + h)n(R + h)}{(R + h_0)n(R + h_0)} \right]^2 - 1 \right\}^{-0,5}. \quad (12)$$

Неизвестное значение перигея (криволинейной) трассы  $h_0$  аналогично предыдущему находится из равенства двух выражений для центрального угла

$$\eta = \int_{h_0}^{H_1} \frac{\operatorname{tg}\varphi(h)}{R + h} dh + \int_{h_0}^{H_2} \frac{\operatorname{tg}\varphi(h)}{R + h} dh = \Theta. \quad (13)$$

В последнем выражении

$$\Theta = \arccos\left(\frac{R + H_1}{R + H_2}\sin z_1\right) + \arccos(\sin z_1). \quad (14)$$

Таким образом, и для второй (“загоризонтной”) ситуации определены все параметры, необходимые для интегрирования высотных профилей по формуле (2).

Отметим, что решение уравнения (13), удовлетворяющее условию  $h_0 > 0$ , может существовать и при значении высоты перигея прямой, соединяющей краевые точки, меньшем нуля (“загоризонтная видимость”).

Если не учитывать рефракцию, то в вышеприведенных формулах следует положить  $n = 1$ ,  $\varphi_1 = z_1$  и  $h_0 = H_0$ , где

$$H_0 = (R + H_1)\sin z_1. \quad (15)$$

Тестирование изложенной выше методики проведено с использованием модельных функций и средств MathCAD 14. Эти функции близки к заданным таблично справочным данным и в этом смысле их можно считать аппроксимациями.

Коэффициент преломления рассматривается в виде [1]

$$n(R+h, \lambda) = 1 + 2,22 \times 10^{-4} \left( 1 + \frac{0,0075}{\lambda^2} \right) \rho(h), \quad (16)$$

где  $\rho(h)$  – плотность атмосферы (кг/м<sup>3</sup>), длина волны измеряется в микрометрах, высота  $h$  – в километрах. В рассмотренных примерах расчета полагается  $\lambda = 1$  мкм, а диапазон высот

$$\begin{aligned} f_1(x) &= 1,23 [1 + 0,0405x \exp(0,132x)]^{-1}, \quad x \leq 100, \\ f_2(x) &= 5,62 \times 10^{-7} \{1 + 0,15(x-100) \exp[0,05(x-100)]\}^{-1}, \quad 100 \leq x \leq 200, \\ f_3(x) &= 2,52 \times 10^{-10} \{1 + 0,04(x-200) \exp[0,012(x-200)]\}^{-1}, \quad x \geq 200. \end{aligned} \quad (18)$$

Построенная по таблице плотность и аппроксимация представлены на рис. 1.

В качестве примера атмосферного профиля взят коэффициент молекулярного рассеяния  $m(h)$  из базы данных [3], аппроксимированный выражением

$$q(x) = 0,115 \exp(-0,137x). \quad (19)$$

Заданная таблично функция и ее аппроксимация представлены на рис. 2.

Рассмотрены (“лимбовые”) условия (положения краевых точек), при которых следует ожидать наибольшего влияния рефракции.

Для первой ситуации положим  $z_1 = 90^\circ$ ,  $H_1 = 0$  и обозначим  $H_2 = H$ . Полученное из уравнения (9) значение угла  $\varphi_1$  (в градусах) как функция высоты второй краевой точки представлено на рис. 3.

Соответствующие значения интеграла (1) с учетом рефракции (кривая 1) и без ее учета

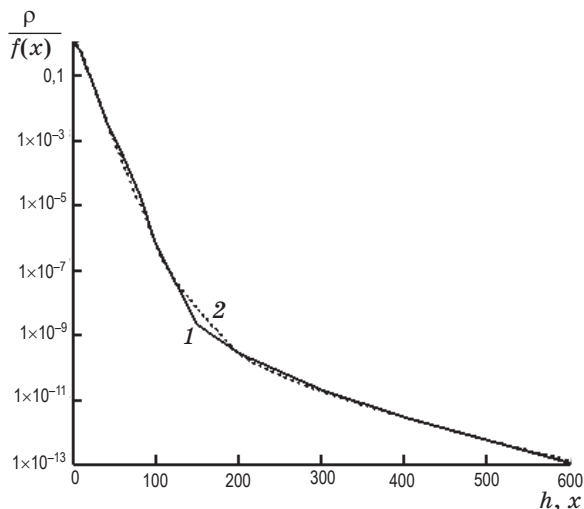


Рис. 1. Плотность атмосферы (1) и аппроксимация (2).

определяется областью задания аппроксимируемых функций.

Приведенная в работе [2] таблица плотности  $\rho(h)$  аппроксимирована кусочно-непрерывной функцией

$$f(x) = f_1(x) + f_2(x) + f_3(x), \quad (17)$$

где

(кривая 2) представлены на рис. 4. Отметим, что учет рефракции приводит к уменьшению оптической толщи. Различие относительно не-

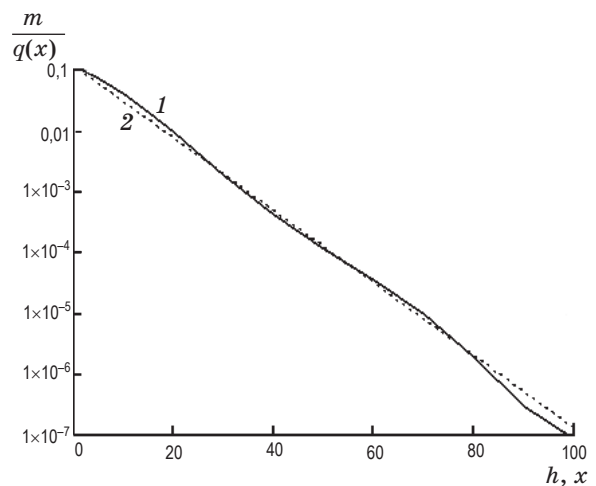


Рис. 2. Коэффициент молекулярного рассеяния (1) и аппроксимация (2).

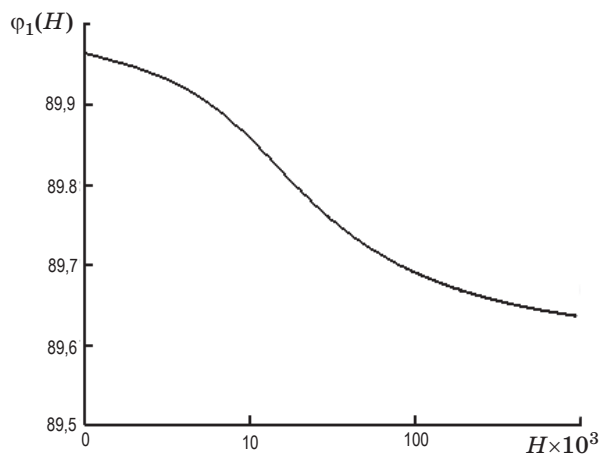


Рис. 3. Зависимость угла прицеливания от высоты краевой точки трассы.

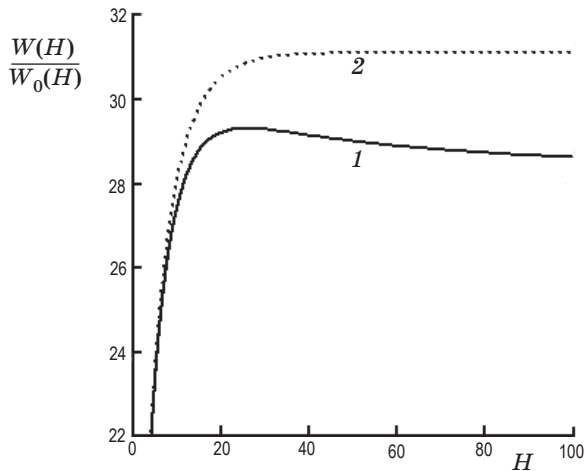


Рис. 4. Зависимость оптической толщи трассы от высоты краевой точки с учетом рефракции (1) и без учета рефракции (2).

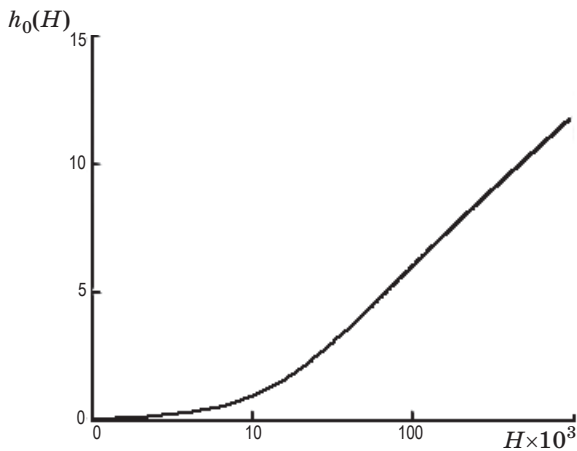


Рис. 5. Зависимость высоты перигея трассы от высоты ее краевых точек.

велико (единицы процентов). Если, однако, учесть, что при расчете коэффициента пропускания значение оптической толщи входит в показатель экспоненты, то влияние рефракции в рассмотренных условиях может оказаться более заметным.

\* \* \* \* \*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гречко Г.М., Гурвич А.С., Казбанов В.А., Киселева М.С., Лазарев А.И., Решетникова И.Н., Синельникова Г.Е., Соколовский С.В. Оптические явления при восходе и заходе Солнца в космосе // Труды ГОИ. 1989. Т. 71. В. 205. 122 с.
2. АТМОСФЕРА (справочник). Л.: Гидрометеиздат, 1991. 510 с.
3. Инженерная методика расчета спектральной прозрачности атмосферы в области спектра 0,22–6,0 мкм для источников неселективного излучения. Л.: ГОИ им. С.И. Вавилова, 1989. 135 с.

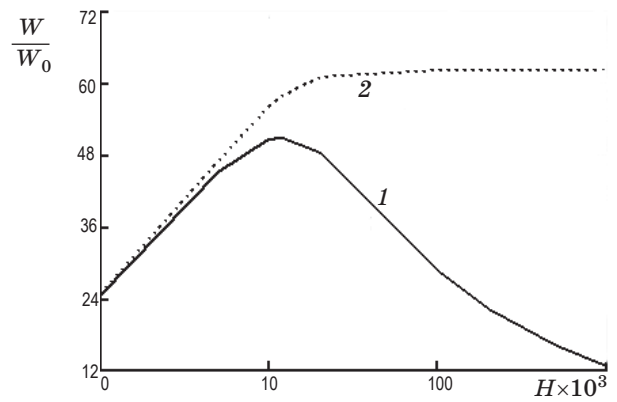


Рис. 6. Зависимость оптической толщи трассы от высоты краевых точек с учетом рефракции (1) и без ее учета (2).

Для второй (“загоризонтной”) ситуации положим  $H_1 = H_2 = H$  и

$$z_1(H) = \pi - \arcsin\left(\frac{R}{R+H}\right), \quad (20)$$

при этом прямая линия, проходящая через краевые точки, касается горизонта.

Полученное из уравнения (13) значение перигея (криволинейной) трассы  $h_0(H)$  представлено на рис. 5. Отметим существенное отличие перигея трассы с учетом рефракции от (нулевого) перигея прямой линии.

Соответствующие значения оптической толщи (интеграла (2)) с учетом рефракции (кривая 1) и без ее учета (кривая 2) представлены на рис. 6, откуда следует, что влияние рефракции на протяженных трассах весьма существенно.

В обоих рассмотренных случаях оптическая толщина с учетом рефракции меньше, чем без учета рефракции. Это означает, что при искривлении вследствие рефракции трассы между заданными точками ее смещение в менее плотные слои атмосферы влияет на значение оптической толщи значительно больше, чем удлинение трассы.