

РАСЧЕТ, ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ПРОИЗВОДСТВО ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

УДК 535.318

АНАЛИЗ И ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ЗЕРКАЛЬНО-ЛИНЗОВОГО КОНЦЕНТРИЧЕСКОГО ОБЪЕКТИВА

© 2012 г. В. А. Зверев, доктор техн. наук; А. С. Ковалева; И. Н. Тимошук, канд. техн. наук

Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики
и оптики, Санкт-Петербург

E-mail: post_vaz@rambler.ru

Представлен анализ абберационных свойств зеркальных и зеркально-линзовых
оптических систем, состоящих из концентрических поверхностей объектива, и ме-
тод их параметрического синтеза.

Ключевые слова: *апланатический зеркально-линзовый объектив, концентриче-
ский объектив, плоскость наилучшей установки.*

Коды OCIS: 200.0200, 220.0220

Поступила в редакцию 25.04.2011

Объектив Шмидта был первым в ряду ката-
диоптрических (зеркально-линзовых) объекти-
вов, созданных в первой половине XX века [1].
Входной зрачок оптической системы, состоя-
щей из одной отражающей поверхности сфе-
рической формы, Бернгард Шмидт поместил в
плоскости, проходящей через центр кривизны
поверхности. Дополнив отражающую поверх-
ность плоскопараллельной пластинкой, он со-
вместил вторую по ходу луча поверхность пла-
стинки с плоскостью входного зрачка. Путем
деформации этой поверхности была компенси-
рована сферическая абберация изображения,
образованного отражающей поверхностью.
В результате такого построения оптической
системы была решена задача создания апла-
натического зеркально-линзового объектива
астрономического телескопа. Вполне очевидно,
что поверхность образованного изображения в
этом случае будет иметь форму сферы, радиус
кривизны которой равен фокусному расстоя-
нию системы, а расстояние от входного зрачка
до отражающей поверхности (длина системы)
равно двойному фокусному расстоянию. Дли-
ну системы можно сократить примерно вдвое,
если отражающую поверхность заменить си-
стемой из двух концентрических отражающих
поверхностей. Изображение, образованное та-

кой системой, занимает положение, удобное
для размещения фотоприемного устройства.
Если для компенсации остаточной сфериче-
ской абберации изображения применить пла-
стинку с деформированной поверхностью, вер-
шина которой расположена в центре кривизны
поверхностей, то такую систему можно рас-
сматривать как модификацию системы Шмид-
та. Однако оптическая система, состоящая из
концентрических поверхностей, обладает и
собственными коррекционными возможностя-
ми. Исследование свойств концентрических
оптических систем представлено в трудах ряда
авторов второй половины прошлого века [2–7].
Результаты этих исследований позволяют раз-
работать инженерный метод проектирования
подобных систем. Решению этой задачи и по-
священа предлагаемая работа авторов.

Обратимся к рис. 1, на котором показан
путь действительного луча через преломляю-
щую поверхность сферической формы. На
этом рисунке $N_iC = r_i$; P_i – точка пересечения
падающего на поверхность луча или его про-
должения с нормалью к нему, опущенной из
центра кривизны поверхности, P'_i – точка пере-
сечения преломленного на поверхности луча
или его продолжения с нормалью к нему из
центра кривизны той же поверхности. Обо-

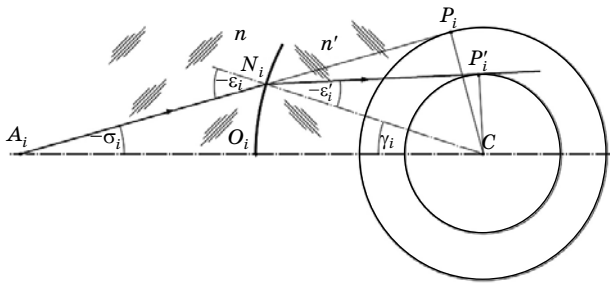


Рис. 1. Путь луча через сферическую поверхность раздела двух сред.

значим $CP_i = m_i$, $CP'_i = m'_i = CP_{i+1} = m_{i+1}$. Из треугольников, показанных на рис. 1, следует, что угол

$$\gamma_i = \sigma_i - \varepsilon_i = \sigma'_i - \varepsilon'_i, \quad (1)$$

где σ'_i – угол, образованный преломленным лучом с оптической осью (на рис. 1 не показан). Выражение (1) удобно представить в виде

$$\sigma'_i - \sigma_i = \varepsilon'_i - \varepsilon_i. \quad (2)$$

Тогда для оптической системы из k concentric surfaces в точке C поверхностей будем иметь

$$\begin{aligned} \sigma'_1 - \sigma_1 &= \varepsilon'_1 - \varepsilon_1, \\ \dots\dots\dots \\ \sigma'_i - \sigma_i &= \varepsilon'_i - \varepsilon_i, \\ \dots\dots\dots \\ \sigma'_k - \sigma_k &= \varepsilon'_k - \varepsilon_k. \end{aligned}$$

Сложив левые и правые части этих выражений и учитывая, что $\sigma'_i = \sigma_{i+1}$, получаем

$$\sigma'_k - \sigma_1 = \sum_{i=1}^{i=k} (\varepsilon'_i - \varepsilon_i), \quad (3)$$

или

$$\sigma'_k = \sigma_1 + \sum_{i=1}^{i=k} \varepsilon'_i - \sum_{i=1}^{i=k} \varepsilon_i. \quad (4)$$

В соответствии с рис. 1 синус угла падения луча на i -ю преломляющую поверхность равен

$$\sin \varepsilon_i = -m_i / r_i, \quad (5)$$

а синус угла преломления

$$\sin \varepsilon'_i = -m_{i+1} / r_i. \quad (6)$$

В соответствии с законом преломления $n_{i+1} \sin \varepsilon'_i = n_i \sin \varepsilon_i$. При этом

$$\sin \varepsilon'_i = (n_i / n_{i+1}) \sin \varepsilon_i = -n_i m_i / (n_{i+1} r_i). \quad (7)$$

Из выражений (6) и (7) следует инвариант вида

$$n_i m_i = n_{i+1} m_{i+1}. \quad (8)$$

Таким образом, каждый луч, падающий в точку N_i поверхности, или его продолжение касаются окружности с центром в точке C , радиус кривизны которой

$$m'_i = m_{i+1} = n_i m_i / n_{i+1}. \quad (9)$$

При $\sigma_1 = 0$ фокусное расстояние рассматриваемой системы равно

$$f' = m / \sin \sigma' = m_1 / \sin \sigma'_k. \quad (10)$$

При $m_1 \rightarrow 0$ фокусное расстояние $f' \rightarrow f'_0$. Заметим, что в рассматриваемом случае главные плоскости совмещены и проходят через центр кривизны поверхностей системы. При этом фокусное расстояние f'_0 системы равно расстоянию от центра кривизны поверхностей до осевой точки образованного изображения. Поэтому можно считать, что продольная сферическая aberration изображения, образованная системой concentric surfaces, равна $\Delta s' \cong f' - f'_0$. Дифференцируя выражение (10) и заменяя дифференциалы конечными разностями, получаем $\Delta f' \cong \Delta s' = -(\Delta \sigma' / \sin^2 \sigma') m \cos \sigma'$. Здесь $m = \text{const}$. Тогда поперечная сферическая aberration определится выражением $\delta g' = \Delta s' \text{tg} \sigma' = f' \delta \sigma'$, где $\delta \sigma' = \sigma'_0 - \sigma'$. При этом сферическая aberration в угловой мере (или угловая сферическая aberration [6]) определится отношением $\delta \sigma' = \delta g' / f'$.

Применив формулы (5), (6), (7) и (8), формулу (4) при $\sigma_1 = 0$ можно представить в виде

$$\begin{aligned} \sigma'_k &= \sum_{i=1}^{i=k} \arcsin [n_i m_1 / (n_i r_i)] - \\ &- \sum_{i=1}^{i=k} \arcsin [n_i m_1 / (n_{i+1} r_i)]. \end{aligned} \quad (11)$$

В соответствии с формулой (10) угол $\sigma'_k = \arcsin(m_1 / f')$. При малой величине x угол $\arcsin x = x$. В рассматриваемом случае при малой величине m ($m \rightarrow 0$) величина $f' = f'_0$. Полагая в формуле (11) величину m малой, получаем

$$\varphi_0 = \frac{1}{f'_0} = n_1 \sum_{i=1}^{i=k} \frac{1}{r_i} \left(\frac{1}{n_i} - \frac{1}{n_{i+1}} \right). \quad (12)$$

Функцию $\arcsin x$ можно представить степенным рядом вида

$$\arcsin x = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{112}x^7 + \dots$$

Ограничиваясь при разложении в степенной ряд членами не выше седьмого порядка, формулу (11) можно представить в виде

$$\begin{aligned} \sigma'_k = & n_1 m_1 \sum_{i=1}^{i=k} \frac{1}{r_i} \left(\frac{1}{n_i} - \frac{1}{n_{i+1}} \right) + \frac{1}{6} n_1^3 m_1^3 \times \\ & \times \sum_{i=1}^{i=k} \frac{1}{r_i^3} \left(\frac{1}{n_i^3} - \frac{1}{n_{i+1}^3} \right) + \frac{3}{40} n_1^5 m_1^5 \sum_{i=1}^{i=k} \frac{1}{r_i^5} \left(\frac{1}{n_i^5} - \frac{1}{n_{i+1}^5} \right) + \\ & + \frac{5}{112} n_1^7 m_1^7 \sum_{i=1}^{i=k} \frac{1}{r_i^7} \left(\frac{1}{n_i^7} - \frac{1}{n_{i+1}^7} \right). \end{aligned} \quad (13)$$

В этом выражении

$$n_1 m_1 \sum_{i=1}^{i=k} \frac{1}{r_i} \left(\frac{1}{n_i} - \frac{1}{n_{i+1}} \right) = \frac{m_1}{f'_0} = \sin \sigma'_{k0}.$$

При этом $\sigma'_{k0} = \arcsin(m_1/f'_0) = m_1/f'_0 + (1/6) \times (m_1/f'_0)^3 + (3/40)(m_1/f'_0)^5 + (5/112)(m_1/f'_0)^7$. Отсюда находим $m_1/f'_0 = \sigma'_{k0} - (1/6)(m_1/f'_0)^3 - (3/40)(m_1/f'_0)^5 - (5/112)(m_1/f'_0)^7$. Полученные соотношения позволяют выражение (13) представить в виде

$$\begin{aligned} \delta \sigma' = & \sigma'_{k0} - \sigma'_k = \frac{1}{6} \frac{m_1^3}{f_0'^3} - \\ & - \frac{1}{6} n_1^3 m_1^3 \sum_{i=1}^{i=k} \frac{1}{r_i^3} \left(\frac{1}{n_i^3} - \frac{1}{n_{i+1}^3} \right) + \frac{3}{40} \frac{m_1^5}{f_0'^5} - \\ & - \frac{3}{40} n_1^5 m_1^5 \sum_{i=1}^{i=k} \frac{1}{r_i^5} \left(\frac{1}{n_i^5} - \frac{1}{n_{i+1}^5} \right) + \frac{5}{112} \frac{m_1^7}{f_0'^7} - \\ & - \frac{5}{112} n_1^7 m_1^7 \sum_{i=1}^{i=k} \frac{1}{r_i^7} \left(\frac{1}{n_i^7} - \frac{1}{n_{i+1}^7} \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Применим полученные соотношения для расчета зеркально-линзового объектива, состоящего из концентрического мениска и двух концентрических отражающих поверхностей: вогнутой и выпуклой при общем центре кривизны всех поверхностей, как показано на рис. 2. Показатели преломления сред, разделяемых поверхностями оптической системы объектива, равны $n_1 = n_3 = -n_4 = n_5 = 1$, $n_2 = n$. Выражение (12), определяющее оптическую силу системы, в рассматриваемом случае принимает вид

$$\varphi_0 = \frac{n-1}{n} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + 2 \left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_4} \right). \quad (15)$$

Положение поверхности изображения относительно вершины первой по ходу луча от-

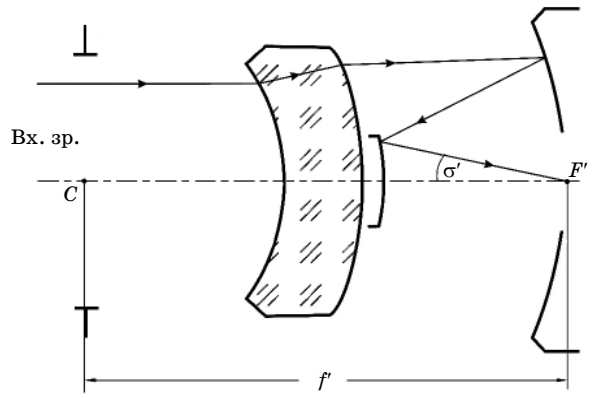


Рис. 2. Оптическая система концентрического объектива кассегреновского типа с мениском.

ражающей поверхности определяется соотношением фокусного расстояния системы и радиуса кривизны отражающей поверхности. Это соотношение можно записать как $r_3 = k_S f'_0$, где коэффициент $k_S < 0$ выбирается из конструктивных соображений. При $k_S = -1$ осевая точка поверхности изображения будет совмещена с осевой точкой (с вершиной) первой отражающей поверхности. Положение мениска относительно системы отражающих поверхностей выбирается из конструктивных соображений при условии требуемой коррекции aberrаций. Для этого взаимосвязь радиусов кривизны второй отражающей поверхности и второй поверхности мениска удобно определить соотношением $r_4 = k_R r_2$, где коэффициент $k_R \geq 1$. При $k_R = 1$ поверхности должны быть совмещены. Эта задача конструктивно и технологически решается нанесением отражающего покрытия на центральную зону второй поверхности мениска.

Выражая конструктивные параметры в масштабе фокусного расстояния системы, принимаем $\varphi_0 = 1$. Тогда, учитывая принятые соотношения, выражение (15) можно преобразовать в следующее:

$$\frac{1}{r_1} = \frac{n}{n-1} \frac{k_S - 2}{k_S} + \frac{n(k_R + 2) - k_R}{(n-1)k_R r_2}. \quad (16)$$

Подставив принятые соотношения и соотношение (16) в выражение (14), при $\delta \sigma' = 0$ получаем уравнение седьмой степени относительно r_2 . В первом приближении величину r_2 можно определить, если в выражении (14) отбросить все члены в степени выше третьей, т. е. решив уравнение

$$(a^3 + A)r_2^3 + 3a^2br_2^2 + 3ab^2r_2 + b^3 - B = 0, \quad (17)$$

где

$$a = \frac{n}{n-1} \frac{k_S - 2}{k_S}, \quad A = \frac{n^3}{n^3 - 1} \frac{2}{k_S^3},$$

$$b = \frac{n(k_R + 2) - k_R}{(n-1)k_R},$$

$$B = \frac{n^3(2 + k_R^3) - k_R^3}{(n^3 - 1)k_R^3}.$$

Полученное в результате этого значение r_2 можно уточнить путем применения выражения (14) в итерационной формуле вида $x_{j+1} = x_j - f(x_j)/f'(x_j)$. Однако задачу оптимальной коррекции aberrаций можно решить последовательным изменением величины r_2 . При этом для сохранения фокусного расстояния (масштаба изображения) неизменным должно быть изменение кривизны первой и четвертой поверхностей системы. Малое значение требуемого изменения кривизны поверхностей определяет возможность применения упрощенного выражения взаимосвязи величин изменения r_1 и r_2 . Дифференцируя для этого выражение (16) и заменяя дифференциалы конечными разностями, получаем

$$\Delta r_1 = \frac{n(2 + k_R) - k_R}{(n-1)k_R} \frac{r_1^2}{r_2^2} \Delta r_2. \quad (18)$$

Взаимосвязь изменения величин r_4 и r_2 определяется выражением $\Delta r_4 = k_R \Delta r_2$.

Важным параметром зеркальных и зеркально-линзовых оптических систем является коэффициент центрального экранирования зрачка $k_Э$ для осевого пучка лучей по его диаметру. В рассматриваемом случае $k_Э = s'_F/f'_0 = (f'_0 + r_4)/f'_0$. При $f'_0 = 1$

$$k_Э = 1 + r_4 = 1 + k_R r_2. \quad (19)$$

В концентрическом объективе, схема которого представлена на рис. 3, отражающая поверхность совмещена с центральной зоной первой поверхности мениска. При этом лучи трижды проходят через мениск, что естественным образом усиливает его коррекционные возможности. В соответствии с рис. 3 радиусы $r_1 = r_5$, $r_2 = r_4 = r_6$. И в этом случае положение осевой точки изображения относительно осевой точки (вершины) первой по ходу луча отражающей поверхности определим соотношением $r_3 = k_S f'_0$. Кроме того, показатели преломления разделяемых сред $n_1 = n_3 = -n_4 = n_7 = 1$, $n_2 = -n_5 = n_6 = n$. При этом выражение (12),

определяющее оптическую силу системы, принимает вид $\varphi_0 = [(n-3)/nr_1] - 3[(n-1)/nr_2] + 2\varphi_0/k_S$. При $\varphi_0 = 1$ имеем

$$\frac{1}{r_1} = \frac{n}{n-3} \frac{k_S - 2}{k_S} + \frac{n-1}{n-3} \frac{3}{r_2}. \quad (20)$$

Дальнейшая последовательность параметрического синтеза рассматриваемой системы та же, что и в предыдущем случае.

Оптическая сила оптической системы, состоящей из двух концентрических отражающих поверхностей, в соответствии с выражением (12) равна $\varphi_0 = 2(1/r_1 - 1/r_2)$. Положив $r_1 = k_S f'_0$, при $f'_0 = 1$ получаем $r_2 = 2k_S/(2 - k_S)$. Отсюда следует, что выбором коэффициента k_S полностью определяются конструктивные параметры двухзеркальной системы.

Сферическая aberrация образованного изображения в волновой мере определяется выражением

$$W = \int_0^{\sigma'_{\text{кр}}} (\Delta s' - \Delta') \sin \sigma' d\sigma', \quad (21)$$

где $\Delta s'$ – продольная сферическая aberrация, Δ' – смещение так называемой плоскости наилучшей установки относительно плоскости параксиального изображения. В этом выражении удобно продольные величины заменить поперечными, равными $\delta g' = \Delta s' \text{tg} \sigma'$, $\delta g'_0 = \Delta' \text{tg} \sigma'$. При этом выражение (21) принимает вид

$$W = \int_0^{\sin \sigma'_{\text{кр}}} (\delta g' - \delta g'_0) d \sin \sigma'. \quad (22)$$

Представив зависимость поперечной сферической aberrации от задней числовой апер-

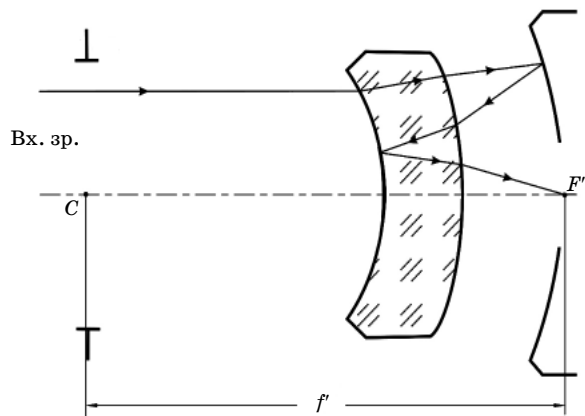


Рис. 3. Оптическая система концентрического менискового объектива кассегреновского типа.

туры в виде степенного ряда $\delta g' = a_3 \sin^3 \sigma' + a_5 \sin^5 \sigma' + \dots$, получаем

$$W = \frac{1}{4} a_3 \sin^4 \sigma' + \frac{1}{6} a_5 \sin^6 \sigma' + \dots - \Delta' \left(1 - \sqrt{1 - \sin^2 \sigma'} \right). \quad (23)$$

Положив для крайнего луча $W(\sin \sigma'_{\text{кр}}) = 0$, находим

$$\Delta' = \left(1 + \sqrt{1 - \sin^2 \sigma'_{\text{кр}}} \right) \times \left(\frac{1}{4} a_3 \sin^2 \sigma'_{\text{кр}} + \frac{1}{6} a_5 \sin^4 \sigma'_{\text{кр}} + \dots \right).$$

При

$$\frac{dW}{d \sin \sigma'} = 0$$

из выражения (22) следует, что $\delta g'(\sin \sigma'_0) - \delta g'(\sin \sigma'_0) = 0$, т. е. $a_3 \sin^3 \sigma'_0 + a_5 \sin^5 \sigma'_0 + \dots - \Delta' \text{tg} \sigma'_0 = 0$. Решив это уравнение, находим значение числовой апертуры $\sin \sigma'_0$, при котором волновая aberrация, определяемая выражением (23), принимает экстремальное значение.

Предположим, что во входном зрачке системы расположена плоскопараллельная пластинка, которая может играть роль защитного стекла. При этом сферическую aberrацию в образованном изображении можно компенсировать деформацией второй поверхности пластинки, как показано на рис. 4. Пусть начало O системы координат xuz расположено в центре кривизны отражающих поверхностей и совпадает с осевой точкой второй поверхности пластинки. Ось z направлена вдоль оптической оси зеркальной системы слева направо. При

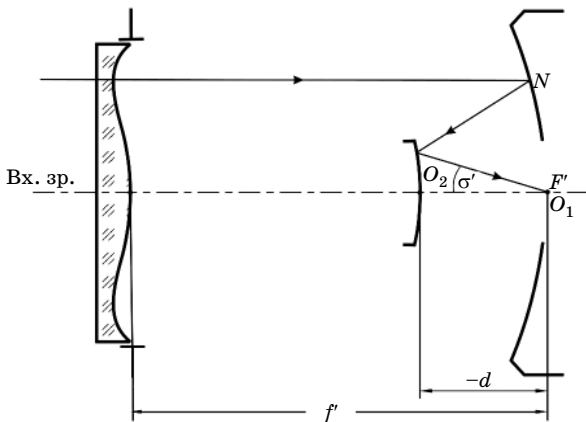


Рис. 4. Оптическая система концентрического объектива кассегреновского типа с пластинкой Шмидта.

этом осевая деформация W_k плоского волнового фронта, падающего на несферическую поверхность пластинки, определяется координатой z поверхности и равна [8]

$$W_k = (1 - n)z, \quad (24)$$

где n – показатель преломления материала пластинки. В общем случае для оптимальной коррекции сферической aberrации в изображении, образованном рассматриваемой зеркальной системой, правая часть уравнения несферической поверхности должна содержать три члена с неравными нулю коэффициентами [9]

$$z = [1/(2r_0)]y^2 + ay^4 + by^6. \quad (25)$$

Характер коррекции остаточной волновой сферической aberrации определяет следующие три условия, которым должно удовлетворять уравнение (25) несферической поверхности.

При $y_{\text{кр}} = m_{\text{кр}}$ координата $z_{\text{кр}} = 0$, а следовательно, в соответствии с уравнением (25) должно выполняться условие

$$bm_{\text{кр}}^4 + am_{\text{кр}}^2 + 1/2r_0 = 0. \quad (26)$$

При $y_0 = m_0$ должно выполняться условие

$$\frac{dz}{dy} = \frac{1}{1-n} \frac{dW}{dm} = 0.$$

При этом в соответствии с уравнением (25) имеем

$$6bm_0^4 + 4am_0^2 + 1/r_0 = 0. \quad (27)$$

Кроме того, при $y_0 = m_0$ экстремальное значение деформации плоского волнового фронта, вносимой несферической поверхностью, должно быть равно экстремальному значению остаточной волновой сферической aberrации. Это условие определяется выражением

$$z_{\text{extr}} = \frac{W_{\text{extr}}}{1-n} = \frac{m_0^2}{2r_0} + am_0^4 + bm_0^6. \quad (28)$$

Решив систему линейных уравнений (26), (27) и (28), находим значения радиуса кривизны r_0 в вершине несферической поверхности и коэффициентов a и b . Несферическая поверхность пластинки, форма которой определяется принятым характером коррекции остаточной сферической aberrации изображения, обладает достаточно хорошей коррекцией хроматической aberrации положения. В результате получаем оптическую систему с апланатической и ахроматической коррекцией aberrаций образованного изображения.

* * * * *

ЛИТЕРАТУРА

1. *Чуриловский В.Н.* Теория хроматизма и аберраций третьего порядка. Л.: Машиностроение, 1968. 312 с.
 2. *Романова Л.В.* О возможности исправления аберраций в концентрических оптических системах на основании рассмотрения хода действительного луча // ЛИТМО. Сб. статей “Расчет и исследование в оптическом приборостроении”. 1956. В. 19. С. 31–36.
 3. *Романова Л.В.* Концентрический зеркально-линзовый объектив с двумя отражениями // ЛИТМО. Сб. статей “Оптическое приборостроение”. 1958. В. 27. С. 61–65.
 4. *Герцбергер М.* Современная геометрическая оптика: Пер. с англ. / Под ред. Гальперна Д.Ю. М.: Издательство иностранной литературы, 1962. 487 с.
 5. *Зверев В.А.* Оптическая система из двух зеркальных поверхностей // ОМП. 1968. № 10. С. 24–29.
 6. *Попов Г.М.* Концентрические оптические системы и их применение в оптическом приборостроении. М.: Наука, 1969. 135 с.
 7. *Гаврилюк А.В., Зверев В.А.* Параметрический синтез концентрической оптической системы из двух отражающих поверхностей // Оптический журнал. 1995. № 8. С. 44–48.
 8. *Погарев Г.В.* Юстировка оптических приборов. Л.: Машиностроение, 1982. 237 с.
 9. *Грамматин А.П., Демидова Е.А., Зверев В.А., Романова Г.Э.* Аберрационные свойства оптической системы из двух отражающих поверхностей сферической формы с компенсатором // Оптический журнал. 2004. Т. 71. № 4. С. 11–15.
-