

ФИЗИЧЕСКАЯ ОПТИКА

УДК 535.417

МЕТОДИКА РАСШИФРОВКИ ИНТЕРФЕРОГРАММ БОКОВОГО СДВИГА, ОСНОВАННАЯ НА ИСПОЛЬЗОВАНИИ РАЗЛОЖЕНИЯ ФУНКЦИИ ВОЛНОВОГО ФРОНТА ПО ПОЛИНОМАМ ЧЕБЫШЕВА

© 2013 г. А. Ю. Родионов*, канд. физ.-мат. наук; Г. И. Курнель*, канд. техн. наук;
В. А. Маркин*, канд. техн. наук; В. Н. Шехтман**; А. С. Ширин**

* “Урал-ГОИ (филиал ПО “Уральский оптико-механический завод”), Санкт-Петербург

** ООО “Инженерно-Физическая Лаборатория”, Санкт-Петербург

E-mail: Rodionov_and@mail.ru

Предложена методика расшифровки интерферограмм бокового сдвига, основанная на представлении искомой функции волнового фронта в виде конечного ряда разложения по ортогональным полиномам Чебышева. Проводится анализ потерь информации при регистрации и расшифровке сдвиговых интерферограмм и пути их уменьшения. Рассмотрена итерационная процедура поиска функции волнового фронта по известным разностным функциям, использующая генетический алгоритм. На примере тестовых расчетов демонстрируется ее эффективность.

Ключевые слова: боковой сдвиг, сдвиговый интерферометр, генетический алгоритм.

Коды OCIS: 120.3180.

Поступила в редакцию 01.06.12.

Введение

Интерферометры бокового сдвига относятся к классу интерферометров с совмещенными ветвями [1]. Это делает их незаменимыми при проведении интерферометрических измерений в условиях механических вибраций, высоких величин термодеструкций и турбулентности воздушных потоков. Важным достоинством таких интерферометров является возможность регулировки их чувствительности, что значительно расширяет динамический диапазон измерений.

Как отмечалось в [2–4] одним из недостатков сдвиговых интерферометров является потеря части информации об искажениях волнового фронта (ВФ) или неопределенность интерпретации сдвиговой интерферограммы. Потерю информации в сдвиговых интерферограммах можно условно разделить на несколько типов.

Первый тип потери информации связан с тем, что по виду сдвиговой интерферограммы невозможно предсказать поведение функции ВФ в ортогональном к вектору сдвига направ-

лении. В частности, это проявляется в том, что на интерферограмме бокового сдвига невозможно различить цилиндрический и параболический волновой фронт. Действительно, для этих типов искажений функции ВФ равны

$$\varphi_p(x, y) = A \cdot (x^2 + y^2) / (2 \cdot R),$$
$$\varphi_z(x, y) = A \cdot x^2 / (2 \cdot R),$$

а разностные функции, соответствующие сдвиговым интерферограммам, будут иметь один и тот же вид

$$\psi_x(x, y) = \varphi(x, y) - \varphi(x + s, y) = A \frac{x \cdot s}{R},$$

где A – нормировочный множитель, s – величина сдвига.

Для решения этой проблемы приходится проводить регистрацию интерферограмм сдвига (ИС) с двумя неколлинеарными векторами сдвига и совместно обрабатывать две сдвиговые интерферограммы. Обычно используют интерферограммы с двумя ортогональными друг другу векторами боковых сдвигов s_x и s_y .

При обработке интерферограммы с вращательным сдвигом (сдвиг s_θ) ее как правило дополняют интерферограммой с радиальным сдвигом (сдвиг s_R).

Второй фактор потери информации связан с избирательной чувствительностью интерферометров сдвига к различным пространственным частотам волнового фронта, включая полную потерю чувствительности на некоторых частотах [2]. Так в случае бокового сдвига Фурье спектры разностной функции $\psi(x)$ и функция ВФ $\varphi(x)$ (для простоты будем рассматривать одномерный случай) связаны между собой соотношением:

$$\begin{aligned} H(v) &= \Phi(v) \cdot [1 - \exp(-i2\pi sv)] \\ H(v) &= F[\psi(x)], \quad \Phi(v) = F[\varphi(x)], \end{aligned} \quad (1)$$

где F – оператор преобразования Фурье.

Из выражения (1), следует, что чувствительность интерферометра бокового сдвига является периодической функцией, и на частотах $v = n/s$, $n = 0, 1, \dots$ информация об амплитуде искажений волнового фронта полностью отсутствует. Чтобы исключить потерю информации на этих частотах, необходимо совместно обрабатывать две интерферограммы исследуемого объекта с некрратным значением бокового сдвига, либо использовать интерферометр с переменным по полю интерференции сдвигом, например интерферометр радиального сдвига.

Третий фактор потери информации обусловлен неполным заполнением исследуемого светового пучка интерференционной картиной. Для пространственно ограниченных пучков выражение (1) принимает вид

$$\Psi'(v) = \Phi'(v) \cdot [1 - \exp(-i2\pi sv)] + L(v), \quad (2)$$

где

$$\Psi'(v) = F[\psi'(x)], \quad \Phi'(v) = F[\varphi'(x)],$$

$$\psi'(x) = \begin{cases} \psi(x) & x \in [s, D] \\ 0 & \text{во всех остальных случаях,} \end{cases}$$

$$\varphi'(x) = \begin{cases} \varphi(x) & x \in [0, D] \\ 0 & \text{во всех остальных случаях,} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} L(v) &= - \int_0^s \varphi(x) \cdot \exp[-i2\pi vx] dx + \\ &+ \exp[-i2\pi vs] \int_{D-s}^D \varphi(x) \cdot \exp[-i2\pi vx] dx, \end{aligned}$$

где D – апертура пучка.

В отличие от случая бесконечной апертуры, функция $\varphi'(x)$ имеет отличные от нуля значения только в площади апертуры пучка $[0, D]$, а функция $\psi'(x)$ – в области интерференции сдвинутых друг относительно друга пучков $[s, D]$.

Выражение (2) можно использовать для расшифровки интерферограмм бокового сдвига, если известна функция $L(v)$. Как показано в [3], эта функция может быть определена, если имеется априорная информация о поведении функции ВФ $\varphi(x)$ на любом отрезке апертуры пучка протяженностью, равной величине вектора сдвига s . Если такая информация отсутствует, получить информацию об искажениях ВФ с дискретным шагом меньшим, чем величина сдвига, не удастся. В этом случае однозначное восстановление волнового фронта возможно только в дискретном наборе точек с пространственным шагом, равным сдвигу s .

Для иллюстрации потери информации, которая возникает при расшифровке сдвиговых интерферограмм, на рис. 1 представлены две функции ВФ:

$$\varphi_1(x) = x^4,$$

$$\varphi_2(x) = x^4 + \sin^3(2\pi \cdot x/s + 1,4),$$

и соответствующая им разностная функция $\psi(x)$:

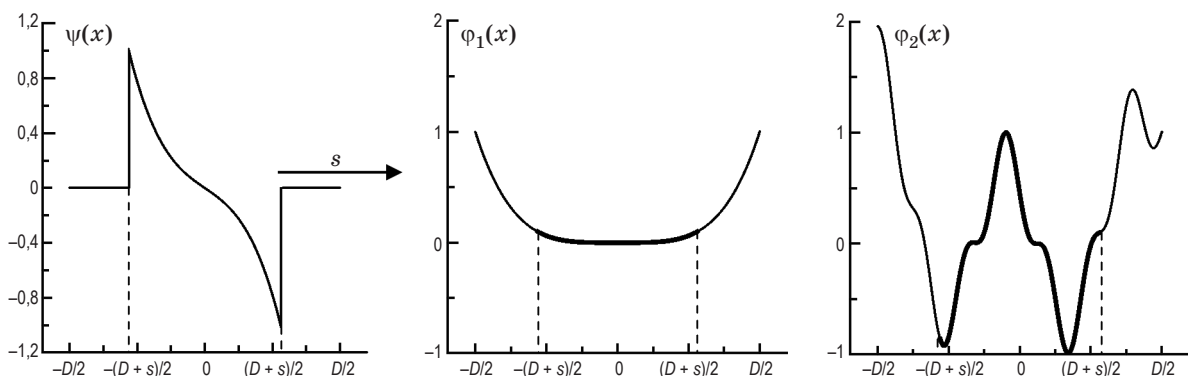


Рис. 1. Демонстрация потери информации о ВФ при обработке интерферограммы бокового сдвига.

$$\psi(x) = \varphi_1(x) - \varphi_1(x+s) = \varphi_2(x) - \varphi_2(x+s).$$

Жирными линиями на графиках показаны участки функций ВФ, которые можно восстановить по сдвиговой интерферограмме. Как видно, результаты расшифровки функции ВФ могут существенно различаться.

В [2] была предложена и экспериментально реализована система на базе сдвигового интерферометра, которая позволяла получить интерферограммы, содержащие необходимую информацию для полной реконструкции ВФ. В такой системе на аппаратном уровне исключались потери информации второго и третьего рода, и расшифровку сдвиговой интерферограммы (так же как и интерферограммы с референтным фронтом) можно было производить с любой дискретностью на всей апертуре пучка.

Широко распространен и другой подход к решению проблемы реконструкции ВФ по сдвиговым интерферограммам. Он основан на предположении о плавном изменении функции ВФ. Такой подход имеет достаточно много реализаций, описанных в литературе [5–7]. Суть его заключается в формировании функции качества, позволяющей на базе того или иного метода (например, метода наименьших квадратов) решить проблему неоднозначности реконструкции и выбрать из бесконечного множества решений задачи, ту функцию ВФ, которая наилучшим образом соответствует принятым предположениям о ней. В частности, если применить данную методику к примеру, приведенному на рис. 1, в качестве решения задачи реконструкции будет выбрана функция $\varphi_1(x)$, а не $\varphi_2(x)$.

Естественно, что в этих условиях оценить точности восстановления ВФ достаточно сложно, поскольку она существенным образом зависит от точности предположений о гладкости функции ВФ. Очевидно, что в случае исследования газовых потоков, такая методика неприемлема. В то же время для задач технологии изготовления оптических деталей такой подход вполне оправдан, поскольку значительно упрощает аппаратную часть процедуры интерференционного контроля на базе сдвиговых интерферометров. В данной работе рассмотрен

еще один вариант “вычислительного” повышения точности расшифровки интерферограмм бокового сдвига, относящийся к модальному типу.

В отличие от зональных методов при модальной расшифровке в явном виде не вводится функция качества ВФ. Механизм селекции задается ограничением на количество базисных функций, которыми должен описываться реконструируемый ВФ. К настоящему времени разработаны методики реконструкции ВФ по интерферограммам бокового сдвига, основанные на разложении функции ВФ по полиномам Цернике [8, 9]. Такая методика оказывается удобной для круглых апертур пучков, поскольку полиномы Цернике ортогональны на единичном круге. В [10] предложен метод распространения методики на прямоугольную апертуру за счет использования метода интегрирования для всех точек апертуры, которые не лежат в площади вписанного круга. На наш взгляд такая методика оказывается громоздкой и ограничивает точность расшифровки.

Ниже рассматривается модальный метод расшифровки интерферограмм бокового сдвига, основанный на разложении по ортогональным на прямоугольной апертуре полиномам Чебышева. Этот метод целесообразно использовать для прямоугольных апертур зондирующих пучков при анизотропных пространственно-частотных характеристиках объектов, таких как линейный газовый поток.

Методика расшифровки ИС на основе использования ортогональных полиномов

Многочлены Чебышева ортогональны на прямоугольной апертуре, поэтому в отличие от полиномов Цернике, они лучше приспособлены для решения задач расшифровки ИС с боковым сдвигом. В начале, остановимся на задаче расшифровки ИС с прямоугольной апертурой. Затем распространим методику для апертур произвольной формы, в том числе на случай с экранированием части апертуры. Будем использовать в качестве функционального базиса полиномы Чебышева 2-го рода, которые имеют вид

$$\begin{aligned} U_0(x) &= 1, \quad U_1(x) = 2x, \quad U_2(x) = 4x^2 - 1, \quad U_3(x) = 8x^3 - 4x, \\ &\dots \\ U_{n+1}(x) &= 2xU_n(x) - U_{n-1}(x). \end{aligned}$$

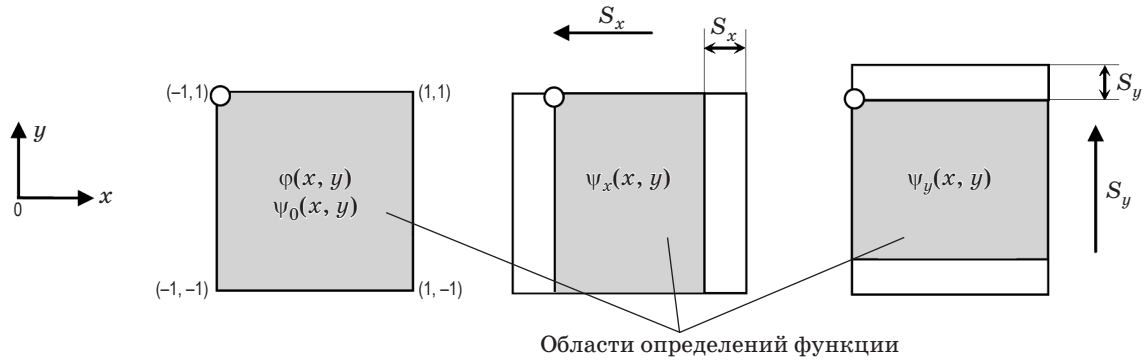


Рис. 2. Связь областей определения функций φ , ψ_x , ψ_y . Положительные направления векторов сдвига указаны стрелками.

Полиномы ортогональны на интервале $[-1, 1]$, при этом условие нормировки имеет вид

$$\int_{-1}^1 U_m(x)U_n(x)\sqrt{1-x^2}dx = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ \pi/2 & m = n \neq 0 \\ \pi & m = n = 0 \end{cases}$$

Разложение функции ВФ $\varphi(x, y)$ по полиномам Чебышева на прямоугольной области записывается в виде:

$$\varphi(x, y) = \sum_{i,j} t_{ij}U_i(x)U_j(y), \quad (3)$$

где t_{ij} – коэффициенты разложения порядка i и j . Функция $\varphi(x, y)$ определена на прямоугольной области, x и y – нормированные координаты, принимающие в области определения функции значения на отрезке $[-1, 1]$.

На основе функции $\varphi(x, y)$ введем две разностные функции, которые на практике можно получить при расшифровке сдвиговых интерферограмм с ортогональным боковым сдвигом:

$$\begin{aligned} \psi_x(x, y) &= \varphi(x, y) - \varphi(x + s_x, y) \\ \psi_y(x, y) &= \varphi(x, y) - \varphi(x, y + s_y), \end{aligned} \quad (4)$$

здесь s_x и s_y – величины векторов сдвига вдоль направления x и y соответственно. На рис. 2 поясняется связь областей определения функций φ , ψ_x , ψ_y

Физически функции ψ_x , ψ_y регистрируются на матрице приемника (например, ПЗС матрице) в виде ИС. При величине сдвига $s = 0$ на матрице реализуется так называемая интерферограмма настройки, определяемая функцией $\psi_0(x, y)$ (см. рис. 2). Область определения этой функции полностью совпадает с областью задания искомого ВФ $\varphi(x, y)$. В дальнейшем будем предполагать, что все четыре рассмотренных функции привязаны физически к одной и той же точке матрицы (показанной на рис. 1 кружком), а сдвиг осуществляется вдоль ортогональных направлений, совпадающих с направлением осей $0x$ и $0y$. Задача расшифровки интерферограмм сдвига сводится к определению неизвестной функции $\varphi(x, y)$ по двум измеренным на основе сдвиговых интерферограмм функциям ψ_x , ψ_y .

Проведем аппроксимацию искомой функции волнового фронта $\varphi(x, y)$ конечным рядом многочленов Чебышева:

$$\varphi_N(x, y) = \sum_{i,j=0}^N t_{ij}U_i(x)U_j(y). \quad (5)$$

Тогда задачу расшифровки согласно методу наименьших квадратов можно свести к отысканию $(N + 1)^2$ неизвестных коэффициентов разложения t_{ij} , при которых сумма принимает минимальное значение

$$\begin{aligned} & \sum_{\Omega_x} \int \left[\psi_x(x, y) - \sum_{i,j=0}^N t_{i,j} \{U_i(x)U_j(y) - U_i(x + s_x)U_j(y)\} \right]^2 dx dy + \\ & + \sum_{\Omega_y} \int \left[\psi_y(x, y) - \sum_{i,j=0}^N t_{i,j} \{U_i(x)U_j(y) - U_i(x)U_j(y + s_y)\} \right]^2 dx dy. \end{aligned} \quad (6)$$

В выражении (6) интегрирование ведется по областям определения функций ψ_x и ψ_y .

Путем дифференцирования выражений (6) по коэффициентам t_{ij} и приравнивания произ-

водных к нулю можно получить систему линейных уравнений относительно неизвестных коэффициентов разложения.

Для решения оптимизационной задачи (5, 6) можно использовать также итерационный подход. При достаточно большом значении N он может дать заметный выигрыш в точности оценок. В частности, может быть применен генетический алгоритм решения оптимизационной задачи [11], который удобно использовать при большом количестве оптимизируемых параметров. Этот алгоритм повторяет природный механизм естественного отбора. Решение представляется в виде хромосомы – упорядоченной цепочки вектора решения задачи. В нашем случае это линейный вектор из $(N + 1)^2$ компонент, представляющих коэффициенты разложения искомой функции волнового фронта a_m , так что $t_{00} = a_1$, $t_{10} = a_2$, $t_{20} = a_3$ и т. д. В процессе реализации генетического алгоритма отыскивается такая хромосома, которая наилучшим образом удовлетворяет решению поставленной задачи, т. е. в нашем случае минимизирует сумму Σ . Генетический алгоритм начинается с формирования начальной популяции – конечного набора приближенных решений-хромосом. Затем итерационным способом повторяют три основных генетических операции: мутация хромосом, кроссовер или скрещивание хромосом и третий этап – формирование новой популяции для следующего цикла (естественный отбор).

Операция мутации заключается в генерации на основе старых хромосом новых особей, у которых случайным образом видоизменяются гены (компоненты вектора a_m). После мутации популяция возрастает за счет возникновения новых особей. Операция кроссовера заключается в попарном скрещивании хромосом, в результате чего образуется новая хромосома, у которой часть ген берется от одной родительской особи, а часть – от другой. И наконец, на третьем этапе расширенная популяция под-

вергается отбору, после которого восстанавливается ее первоначальная численность. В основе стратегии отбора лежит значение функции качества хромосомы (в нашем случае величина суммы Σ). В новую популяцию попадают только те хромосомы, у которых значение функции качества ближе всего к оптимальной величине. Итерации продолжаются до достижения необходимой точности решения. Настройка генетического алгоритма (стратегия отбора, глубина мутаций, численность популяции и пр.) во многом зависит от наличия вторичных максимумов, требуемой точности и скорости сходимости решения оптимизационной задачи. Большое значение имеет вид начальной популяции $\varphi_N^{(0)}$. Чем ближе начальная популяция к искомому решению, тем быстрее будет сходиться итерационный процесс. Поэтому остановимся подробнее на этой части задачи.

В качестве начального приближения удобно использовать решение искомой задачи для случая бесконечно малой величины сдвига, когда разностные функции ψ_x , ψ_y стремятся к производным функциям φ_x и φ_y , а области определения функций φ , ψ_x , ψ_y – совпадают.

Для этих условий выражение (4) запишется в виде

$$\begin{aligned}\psi_x(x, y) &= \varphi_x(x, y)s_x \\ \psi_y(x, y) &= \varphi_y(x, y)s_y\end{aligned}\quad (7)$$

или с использованием (5)

$$\begin{aligned}\sum_{i,j=0}^N a_{ij}U_i(x)U_j(y) &= \sum_{i,j=0}^N t_{ij}U_{(x)i}(x)U_j(y)s_x, \\ \sum_{i,j=0}^N b_{ij}U_i(x)U_j(y) &= \sum_{i,j=0}^N t_{ij}U_i(x)U_{(y)j}(y)s_y,\end{aligned}\quad (8)$$

где a_{ij} и b_{ij} – коэффициенты разложения функций ψ_x , ψ_y соответственно в ряд по ортогональным полиномам Чебышева, $U_{(z)j}$ – производные функции от полиномов Чебышева 2-го рода j -ого порядка. Производные функции имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}U_{(x)0}(x) &= 0; \quad U_{(x)1}(x) = 2U_0(x); \quad U_{(x)2}(x) = 4U_1(x); \quad U_{(x)3}(x) = 6U_2(x) + 2U_0(x); \\ U_{(x)j}(x) &= \sum_{k=0}^{(j-1)/2} 2(2k+1)U_{2k}(x) \quad j - \text{нечетное} \\ U_{(x)j}(x) &= \sum_{k=1}^{j/2} 4kU_{(2k-1)}(x) \quad j - \text{четное}.\end{aligned}\quad (9)$$

Приравняв коэффициенты при одинаковых степенях полиномов в обеих частях урав-

нения (8), и используя (9), получаем следующие две системы уравнений

$$\begin{cases} \sum_{k=(i+1)/2}^{(N+1)/2} t_{(2k-1)j} = \frac{a_{(i-1)j}}{2is_x} & i - \text{нечетное}; \quad i = 1, 3, 5 \dots N; \quad j = 0, 1, \dots, N \\ \sum_{k=i/2}^{N/2} t_{(2k)j} = \frac{a_{(i-1)j}}{2is_x} & i - \text{четное}; \quad i = 2, 4, \dots N; \quad j = 0, 1, \dots, N \end{cases} \quad (10a)$$

$$\begin{cases} \sum_{k=j}^{(N+1)/2} t_{i(2k-1)} = \frac{b_{i(j-1)}}{2js_y} & j - \text{нечетное}; \quad j = 1, 3, 5 \dots N; \quad i = 0, 1, \dots, N \\ \sum_{k=j}^{N/2} t_{i(2k)} = \frac{b_{i(j-1)}}{2js_y} & j - \text{четное}, \quad j = 2, 4, \dots N; \quad i = 0, 1, \dots, N. \end{cases} \quad (10б)$$

Системы (10а) и (10б) представляют собой линейные системы алгебраических уравнений. Поскольку матрица коэффициентов является треугольной, решение этих систем не представляет сложности.

В отдельности каждое из решений уравнения (10а) и (10б) не определяет полностью коэффициенты разложения функции ВФ $\varphi(x, y)$. Так коэффициенты t_{0j} задаются только урав-

нением (10б), а t_{i0} – уравнением (10а). В то же время большинство коэффициентов определяется дважды – в уравнении (10а) и в уравнении (10б). Поэтому комбинируя эти решения можно создавать начальную популяцию хромосом для генетического алгоритма. Например, одним из способов формирования хромосомы может быть использован следующий алгоритм

$$\begin{cases} t_{ij} = \frac{(t_{ij}^a + t_{ij}^b)}{2} & \text{для всех } ij, \text{ для которых существует } t_{ij}^a \text{ и } t_{ij}^b, \\ t_{ij} = t_{ij}^a & \text{для всех } ij, \text{ для которых не существует } t_{ij}^b, \\ t_{ij} = t_{ij}^b & \text{для всех } ij, \text{ для которых не существует } t_{ij}^a, \end{cases}$$

где t_{ij}^a и t_{ij}^b – решения уравнений (10а) и (10б).

На рис. 3 для примера представлены результаты применения изложенной методики формирования начальной популяции $\varphi_N^{(0)}$ при восстановлении формы волнового фронта с искажениями типа астигматизма. В ходе моделирования на основе тестовых искажений $\varphi(x, y)$ (см. интерферограмму рис. 3а) генерировались с учетом (4) разностные функции

$\psi_x(x, y)$ и $\psi_y(x, y)$ (см. интерферограммы б и в) с $s_x = s_y = 0,1D$.

По имеющимся разностным функциям определялись коэффициенты разложения a_{ij} и b_{ij} , необходимые для формирования уравнения (10). Затем на основе решения уравнений (10) вычислялись неизвестные значения коэффициентов разложения t_{ij} искомой функции $\varphi_N^{(0)}$. Результаты расчетов представлены

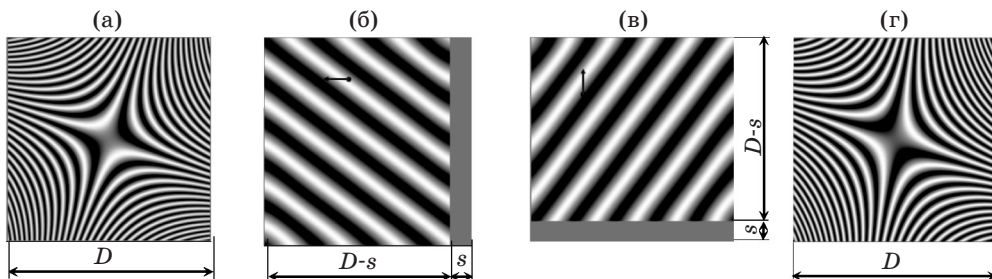


Рис. 3. Результаты решения уравнений (10). а – интерферограмма исходного волнового фронта $\varphi(x, y)$; б, в – интерферограммы бокового сдвига $s = 10\%$ ($\psi_x(x, y)$ и $\psi_y(x, y)$); г – интерферограмма, восстановленного на основе решения уравнений (10) волнового фронта, соответствующего начальной популяции $\varphi_N^{(0)}(x, y)$.

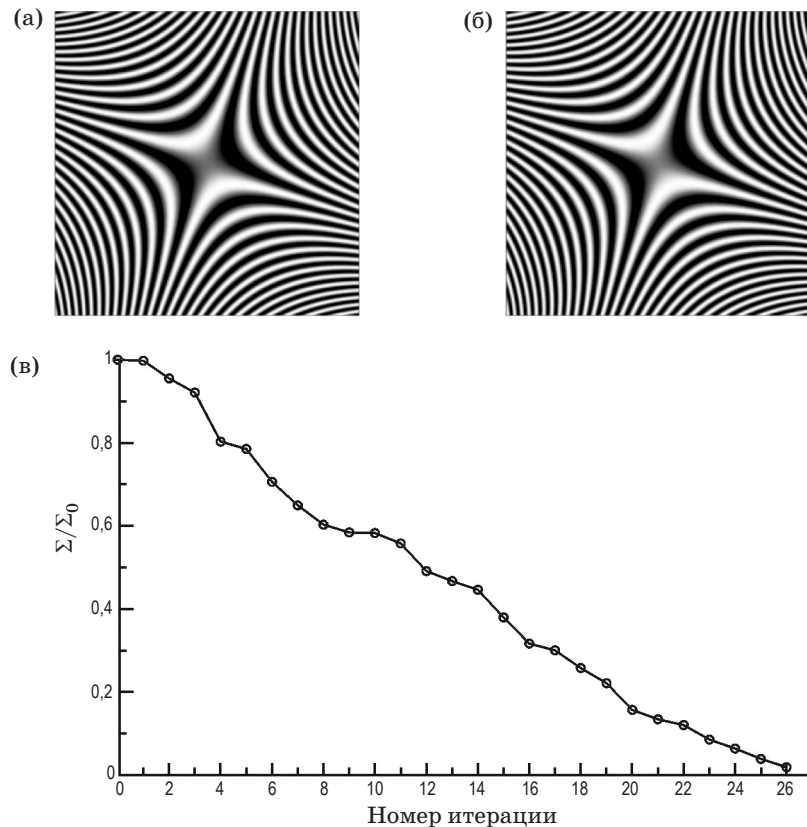


Рис. 4. а, б – интерферограммы тестового и восстановленного волновых фронтов; в – изменение функции качества (б) в процессе итераций при реализации генетического алгоритма поиска решения.

на рис. 3г для случая максимальной степени полинома $N = 36$. Как видно, полученный ВФ достаточно хорошо соответствует тестовым искажениям $\varphi(x, y)$, что создает предпосылки к быстрой сходимости итерационного процесса.

Изложенный выше алгоритм был положен в основу формирования начальной популяции для задачи генетического итерационного механизма расшифровки ИС. Пример результатов расчета приведен на рис. 4.

Расшифровка тестовых искажений $\varphi(x, y)$ (см. интерферограмму рис. 3а) проводилась для объема популяции $N_p = 50$. После применения операций мутации и кроссовера объем выборки увеличивался до $N'_p = 100$, а после отбора, проводимого с использованием функции качества (б), вновь уменьшался до прежнего объема.

На рис. 4а и 4б приведены интерферограммы исходного и восстановленного после 26-ой итерации волновых фронтов. Как видно, синтезированная из восстановленного волнового фронта интерферограмма (рис. 4б) практически совпадает с интерферограммой исходно-

го волнового фронта (рис. 4а) на всей области определения последнего.

На рис. 4в изображен процесс эволюции на протяжении 26-и поколений (итераций) функции качества искомого волнового фронта, который демонстрирует высокую скорость сходимости итераций.

Распространение методики расшифровки сдвиговых интерферограмм на случай апертуры произвольной формы

Поскольку полиномы Чебышева ортогональны на прямоугольной области задания функции, использование их для разложения функций, заданных на произвольной области, затруднено. Вместе с тем апертуры контролируемой оптики часто имеют отличную от прямоугольной форму. Поэтому представляет интерес распространить изложенную выше методику на апертуры интерферограмм произвольной формы.

Естественным подходом для решения этой задачи является расширение области задания

Ω раскладывается по полиномам функции $\chi(x, y)$ до ближайшей описанной прямоугольной области Ω' . При этом необходимо построить новую функцию $\chi_R(x, y)$ (аналитическое

продолжение), заданной на прямоугольной апертуре Ω' , которая в пределах перекрытия областей совпадала бы с $\chi(x, y)$, а за ее пределами – являлась аналитической:

$$\begin{cases} \chi(x, y) = \chi_R(x, y) \text{ для всех } x, y \in \Omega \\ \chi_R(x, y) - \text{аналитическая функция для всех } x, y \in \Omega'. \end{cases} \quad (11)$$

Тогда задачу расшифровки сдвиговых интерферограмм с произвольной апертурой можно свести к последовательности следующих действий:

1. По заданным разностным функциям Ψ_x и Ψ_y находим функции с расширенной областью определения, удовлетворяющих условию (11) – Ψ_{Rx} и Ψ_{Ry} .

2. Решая задачу расшифровки по изложенной выше методике, рассчитываем функцию $\phi_R(x, y)$.

3. Сужаем область определения функции $\phi_R(x, y)$ до исходной апертуры интерферограммы и находим искомую функцию $\phi(x, y)$.

Задачу расширения области задания функции до прямоугольной области можно решить

с помощью представления искомой функции в виде суммы ограниченного числа ортогональных полиномов Чебышева. Если для расшифровки СИ используются полиномы порядка не выше N , то и для решения задачи расширения области определения естественно потребовать представления функций Ψ_{Rx} и Ψ_{Ry} таким же количеством полиномов. Тогда задача расширения области задания может быть сформулирована следующим образом:

По заданному набору коэффициентов разложения разностных функций ψ_x и $\psi_y - a_{ij}$ и b_{ij} при $i, j = 0 \dots N$ найти такие коэффициенты разложения функций Ψ_{Rx} и $\Psi_{Ry} - a_{Rij}$ и b_{Rij} для которых были бы минимальны величины:

$$\begin{aligned} \sum_x &= \int_{\Omega_x} \left[\sum_{i,j=0}^N a_{i,j} T_i(x) T_j(y) - \sum_{i,j=0}^N a_{Ri,j} T_i(x) T_j(y) \right]^2 dx dy, \\ \sum_y &= \int_{\Omega_y} \left[\sum_{i,j=0}^N b_{i,j} T_i(x) T_j(y) - \sum_{i,j=0}^N b_{Ri,j} T_i(x) T_j(y) \right]^2 dx dy. \end{aligned} \quad (12)$$

Данную задачу так же можно решать на основе генетического алгоритма. В качестве функции качества удобно использовать сумму

$\Sigma_x + \Sigma_y$, а в качестве начальной популяции – разложения функций Ψ_{Rx} и Ψ_{Ry} , полученные из ψ_x и ψ_y с помощью правил:

$$\begin{cases} \Psi_{Rx}(x, y) = \psi_x(x, y); \quad \Psi_{Ry}(x, y) = \psi_y(x, y) \text{ для всех точек } x, y \in \Omega_x, \Omega_y; \\ \Psi_{Rx}(x, y) = 0; \quad \Psi_{Ry}(x, y) = 0 \text{ для остальных точек из } \Omega'. \end{cases} \quad (13)$$

На рис. 5 показаны результаты реализации данного алгоритма, полученные на разных итерациях.

Заключение

Рассмотрена методика расшифровки интерферограмм бокового сдвига, основанная на представлении искомой функции волнового фронта в виде конечного ряда разложе-

ния по ортогональным полиномам Чебышева. Регулируя длину ряда можно эффективно управлять пространственным спектром отыскиваемого решения, что является полезным в условиях присутствия шумов интерференционных картин. Данную методику целесообразно использовать для прямоугольных апертур интерферограмм, хотя она может быть распространена на апертуры любой формы. Расчет неизвестных коэффициентов разложе-

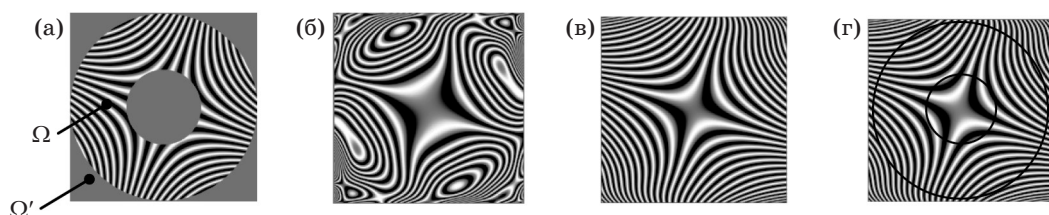


Рис. 5. а – исходная интерферограмма, б – начальное приближение, в – интерферограмма, соответствующая волновому фронту на 10-й итерации; г – интерферограмма, соответствующая волновому фронту на 20-й итерации.

ния функции волнового фронта по ортогональным полиномам может быть выполнен на базе решения линейной системы уравнений, а также итерационным методом. При большой степени полиномов и конечной точности измерения разностных функций итерационный подход может

дать выигрыш, как в скорости, так и в точности счета. Как показали тестовые расчеты, предложенный вариант итерационной методики, основанный на генетическом алгоритме решения оптимизационных задач, обеспечивает высокую скорость сходимости процесса.

* * * * *

ЛИТЕРАТУРА

1. Оптический производственный контроль / Под. ред. Малакара Д. М.: Машиностроение, 1985. 262 с.
2. Шехтман В.Н., Родионов А.Ю., Пельменев А.Г. Реконструкция волнового фронта светового пучка синтезированием сдвиговой интерференционной картины // *Опт. и спектр.* 1994. Т. 76. № 6. С. 988.
3. Шехтман В.Н., Родионов А.Ю., Пельменев А.Г. Полная реконструкция волнового фронта светового пучка по синтезированной интерферограмме сдвига // *Опт. и спектр.* 1995. Т. 79. № 1. С. 134.
4. Clemens Elster, Ingolf Weingartner. Solution to the shearing problem // *Appl. Opt.* 1999. V. 38. № 23. P. 5024.
5. Servin M., Malacara D., Marroquin J.L. Wave-front recovery from two orthogonal sheared interferograms // *Appl. Opt.* 1996. V. 35. № 22. P. 4343.
6. Elster C., Weingartner I. Exact wave-front reconstruction from two lateral shearing interferograms // *J. Opt. Soc. Am.* 1999. V. 16. № 9. P. 2281.
7. Ziqiang Yin. Exact wavefront recovery with tilt from lateral shear interferograms // *Appl. Opt.* 2009. V. 48. № 14. P. 2761.
8. Harbers G., Kunst P.J., Leibbrandt G.W.R. Analysis of lateral shearing interferograms by use of Zernike polynomials // *Appl. Opt.* 1996. V. 35. № 31. P. 6162.
9. Seiichi Okuda, Takashi Nomura, Kazuhide Kamiya, Hiroshi Miyashiro, Kazuo Yoshikawa, Hatsuzo Tashiro. High-precision analysis of a lateral shearing interferogram by use of the integration method and polynomials // *Appl. Opt.* 2000. V. 39. № 28. P. 5179.
10. Clemens Elster. Exact two-dimensional wave-front reconstruction from lateral shearing interferograms with large shears // *Appl. Opt.* 2000. V. 39. № 29. P. 5353.
11. Емельянов В.В., Курейчик В.В., Курейчик В.М. Теория и практика эволюционного моделирования. М.: Физматлит, 2003. 432 с.