

## ВЛИЯНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ НА СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ МОДЕЛИ ЛИНЕЙНОГО ПРЕДСКАЗАТЕЛЯ МЕТОДОМ ГОЛОГРАФИИ ФУРЬЕ

© 2011 г. З. С. Бекяшева; А. В. Павлов, канд. техн. наук

Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург

E-mail: zoya.bekyasheva@phoi.ifmo.ru, pavlov@phoi.ifmo.ru

Исследовано влияние пространственно-частотной фильтрации в  $4f$  схеме голографии Фурье, обусловленной ограниченностью динамического диапазона регистрирующей среды, на однородность обрабатываемого изображения по двум первым статистическим моментам. При численном моделировании использованы модели фильтров, адекватных реальным характеристикам голограмм Фурье. Получены зависимости, связывающие оценки однородности по математическому ожиданию и дисперсии с характеристиками изображения и фильтра.

**Ключевые слова:** голография, линейный предсказатель, фильтрация, случайный процесс.

Коды OCIS: 090.6186, 070.6110, 100.2960, 070.4790

Поступила в редакцию 17.01.2011

### Введение

Задача предсказания, как частный случай задачи наилучшей оценки [1], имеет важное прикладное значение, например, при проектировании и эксплуатации телекоммуникационных сетей [2, 3]. В теории случайных процессов известна модель линейного предсказателя [1, 4, 5], согласно которой оценка значения двумерного поля  $\text{Im}_{Pred}$  в точке  $(x_k, y_l)$ , лежащей вне области наблюдения (предсказание), может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} \text{Im}_{Pred}(x_k, y_l) = \\ = \int_{x_{\min}}^{x_0} \int_{y_{\min}}^{y_0} \text{Im}(x_0 - x, y_0 - y) a(x, y) dx dy, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\text{Im}(x, y)$  – наблюдаемая реализация случайного поля,  $(x_0, y_0)$  – граница реализации,  $a(x, y)$  – весовая функция, которая находится из уравнения

$$\begin{aligned} \int_{x_{\min}}^{x_0} \int_{y_{\min}}^{y_0} a(x, y) C(|x - \xi|, |y - \eta|) dx dy = \\ = C(x_k + \xi, y_l + \eta), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $C(\xi, \eta)$  – функция корреляции. Модель линейного предсказателя дает для стационарных процессов (однородных полей) оптимальную по критерию минимума среднего квадрата ошибки оценку значения реализации случайного процесса вне интервала наблюдения. Поскольку в статье используется также термин “оценка стационарности”, то для удобства читателей для обозначения “оценки значения реализации случайного процесса вне интервала наблюдения” далее будем использовать термин “предсказание”.

Вычислительная затратность модели линейного предсказателя, особенно актуальная при работе с потоками данных в реальном времени, обуславливает интерес к оптическим реализациям. В работе [6] показано, что модель (1, 2) может быть реализована в  $4f$  схеме голографии

Фурье с обращением волновых фронтов в корреляционной плоскости (рис. 1). Достоинством такой реализации является построение предсказания не для одной точки, а для интервала, длина которого связана с размером кадрового окна. Подход основан на применении к уравнениям (1, 2) двукратного преобразования Фурье и теоремы Бореля о свертке, что ведет к следующему выражению для предсказания

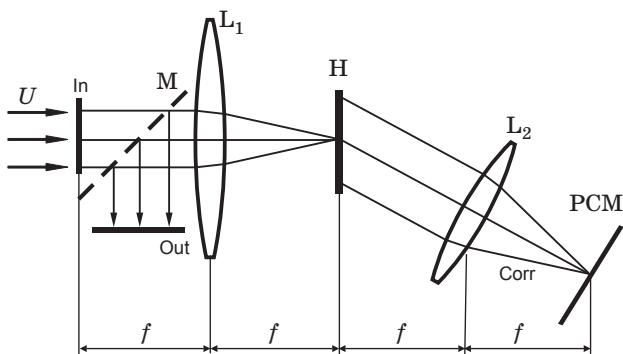
$$\text{Im}_{Pred}(x_k, y_l) = F \left( \frac{F(C(x_k + \xi, y_l + \eta))}{F^*(\text{Im}(x, y))} \right), \quad (3)$$

где астериск \* обозначает комплексное сопряжение,  $F$  – преобразование Фурье.

На этапе прямого прохождения света от входной плоскости In к плоскости корреляций Corr схема работает как коррелятор Ван дер Люгта – голограмма, установленная в плоскости Н, согласована с эталонным изображением, т. е. зависимость локальной дифракционной эффективности голограммы от пространственной частоты описывается выражением

$$H(v_x, v_y) = F^*(\text{Im}(x, y)), \quad (4)$$

и в плоскости Corr формируется функция взаимной корреляции эталонного и объектного изображений, предъявляемых во входной плоскости In.



**Рис. 1.** Схема  $4f$  Фурье-голографии с обращением волнового фронта в корреляционной плоскости. In – входная плоскость,  $L_1$  и  $L_2$  – Фурье-преобразующие линзы с фокусными расстояниями  $f$ , Н – плоскость регистрирующей среды (голограмма), Corr – корреляционная плоскость, РСМ – фазосопрягающее зеркало в корреляционной плоскости, М – полупрозрачное зеркало, Out – выходная плоскость.

На этапе обратного прохождения света от плоскости Corr к плоскости Out используется инверсная голограмма, т. е. голограмма, у которой зависимость локальной дифракционной эффективности от пространственной частоты должна иметь вид

$$H_{inv}(v_x, v_y) = \left( \frac{1}{F^*(\text{Im}(x, y))} \right). \quad (5)$$

Поскольку инверсная голограмма, описываемая выражением (5), восстанавливается не точечным источником, а всем корреляционным полем, то в плоскости Out, оптически сопряженной входной плоскости In, восстанавливается искаженное эталонное изображение, окруженное ореолом, амплитуда которого и описывается подлежащим реализации выражением (3).

Известно, что динамический диапазон регистрирующих сред для записи голограмм (4) и (5) всегда ограничен, а пространственно-частотные спектры реальных изображений и сигналов имеют перепад амплитуд, существенно превышающий динамический диапазон регистрирующих сред. В результате, реальная голограмма Фурье описывается выражениями (4) и (5) только в ограниченном интервале частот, т. е. возникает дополнительная пространственно-частотная фильтрация [7–9]. Соответственно, предсказание (3) строится не для исходного, а для профильтрованного изображения.

Кроме того, физические методы реализации инверсного фильтра предполагают не непосредственную реализацию выражения (5), а запись согласованного фильтра (4) и последующее добавление к нему амплитудного фильтра с пропусканием

$$\tau(v_x, v_y) = \left( \frac{1}{(F(\text{Im}(x, y))F^*(\text{Im}(x, y)))} \right),$$

т. е. инверсная голограмма представляет собой “сэндвич” и описывается выражением

$$HR_{inv}(v_x, v_y) = \left( \frac{1}{(F(\text{Im}(x, y))F^*(\text{Im}(x, y)))} \right) F^*(\text{Im}(x, y)), \quad (6)$$

что также имеет следствием сужение полосы частот [10].

Эта неизбежная пространственно-частотная фильтрация влияет и на статистические характеристики обрабатываемых сигналов и полей, которые, как правило, существенно нестационарны (неоднородны) [11, 12]. В результате изменения статистических свойств изображения (3), сформированного представленной на рис. 1 схемой, относительно свойств объектного изображения, изменяется корректность предсказания. Поэтому представляет практический интерес анализ влияния частотной фильтрации на статистические характеристики изображения.

В работе [13] исследовано влияние фильтрации на однородность по матожиданию при описании обрабатываемых изображений как реализаций случайных полей. В настоящей работе, в развитие [13], исследовано влияние пространственно-частотной фильтрации на однородность (стационарность) по дисперсии и проведено сравнение с оценками стационарности по матожиданию. Для упрощения выкладок принято допущение о разделимости переменных в функциях, описывающих обрабатываемые изображения и, соответственно, используются термины “процесс” и “стационарность” вместо “поле” и “однородность”.

### Влияние частотной фильтрации на оценку стационарности по дисперсии

Представим реализацию случайного процесса суммой  $n$  гармоник  $X_i$  со случайной фазой

$$\text{Im}(x) = \sum_{i=0}^n X_i(x).$$

Тогда дисперсия реализации может быть представлена следующим образом

$$\begin{aligned} D(\text{Im}(x)) &= D\left(\sum_{i=0}^n X_i(x)\right) = \\ &= \sum_{i=0}^n D(X_i(x)) + 2\sum_{i<j}^n C_{i,j}(0), \end{aligned}$$

где  $D$  – дисперсия,  $C$  – кросс-корреляционная функция  $i$ -й и  $j$ -й гармоник.

Рассмотрим поведение  $i$ -й гармоники на ограниченном отрезке. Оценку нестационарности определим через разность дисперсий левой и правой частей реализации

$$\begin{aligned} Vn_D &= |D(\text{Im}_l(x)) - D(\text{Im}_r(x))| = \\ &= \left| \frac{2}{L} \int_0^{\frac{L}{2}} \left( \exp\left(-\frac{i}{N}\right) \sin(2\pi v_i x + \varphi_i) \right)^2 \right. \\ &\times dx - \left. \frac{2}{L} \int_{\frac{L}{2}}^L \left( \exp\left(-\frac{i}{N}\right) \sin(2\pi v_i x + \varphi_i) \right)^2 dx \right| = \quad (7) \\ &= \left| \frac{1}{4\pi v_i L} \exp\left(-\frac{2i}{N}\right) \times \right. \\ &\times \left. \left( \sin\left(4\pi v_i \frac{L}{2} + 2\varphi_i\right) (1 - \cos(2\pi v_i L)) \right) \right|, \end{aligned}$$

где  $L$  – длина реализации,  $N$  – показатель в степени экспоненты, описывающей спектр,  $v_i$  – частота соответствующей гармоники,  $\varphi_i$  – случайная фаза  $i$ -й гармоники. При идеальной стационарности оценка (7) равна нулю. Для того чтобы эта гармоника не влияла на оценку стационарности всей реализации, должно выполняться соотношение

$$\left| \left( \sin\left(4\pi v_i \frac{L}{2} + 2\varphi_i\right) (1 - \cos(2\pi v_i L)) \right) \right| = 0$$

или

$$1 - \cos\left(\frac{2\pi}{T_i} L\right) = 0 \text{ и } \frac{L}{T_i} = K,$$

где  $T_i$  – период соответствующей гармоники,  $K$  – целое число.

Таким образом, при кратности периода частоты длине реализации оценка равна нулю – реализация стационарна. Отсюда следует зависимость оценки (7) от нижней частоты среза  $v_{\min}$  при спектральной фильтрации. Поскольку удельный вес низких частот в спектре реальных сигналов и полей больше, чем высоких, то нестационарность реализации по дисперсии обусловлена преимущественно низкочастотными компонентами, период которых сравним с длиной реализации.

Условие кратности периода частоты длине реализации актуально при малом отношении длины реализации к периоду самой низкой частоты в спектре  $T_{\min}$ . В этом случае можно предположить немонотонность оценки (7) в зависимости от нижней частоты среза  $v_{\min}$  – при удалении из спектра частоты с периодом, кратным длине реализации, самая низкая из неудаленных не кратных частот определит увеличение нестационарности. При  $L/T_{\min} \gg 1$  условие кратности уже не играет большой роли, зависимость оценки от частоты становится монотонной.

В силу ограниченности динамического диапазона регистрирующих сред, как правило, имеет место полосовая фильтрация, то есть происходит ослабление как низких, так и высоких частот. Поскольку для высоких частот  $L/T_{\min} \gg 1$ , то их вклад в оценку (7) заведомо невелик. Однако при ослаблении высоких частот имеет место изменение формы глобального максимума корреляционной функции – относительное уплощение ее вершины. Вследствие этого при вычислении оценки как функции не от частоты среза, а от обобщенной частоты  $L/\tau_{\text{Corr}}$ , где  $\tau_{\text{Corr}}$  – радиус корреляции, оценка зависит от уровня, по которому определяется  $\tau_{\text{Corr}}$  и при больших уровнях определения  $\tau_{\text{Corr}}$  стационарность при полосовой фильтрации может расти быстрее, чем при высокочастотной фильтрации.

### Численное моделирование влияния фильтрации на оценку стационарности по дисперсии

Моделировалась фильтрация реализации случайного процесса с экспоненциальным спектром, характерным для многих реальных процессов и полей [11, 12]

$$\text{Im}(x) = \sum_{i=0}^n \exp\left(-\frac{i}{N}\right) \sin(2\pi v_i x + \phi_i). \quad (8)$$

Нестационарность по дисперсии вводилась в виде

$$\text{Im}_n(x) = \text{Im}(x) \exp\left(-\frac{x}{200}\right). \quad (9)$$

Моделировались три типа фильтров, описываемых функциями, адекватно аппроксимирующими дифракционную эффективность реальных голограмм Фурье [9]:

- сигмоидальный фильтр

$$f(v) = \left(1 + \exp\left(-\frac{v - v_0}{\rho}\right)\right)^{-1} + 0,2 \left(1 - \frac{P}{3,5}\right), \quad (10)$$

- функция Гаусса

$$f(v) = \exp\left(-\frac{(v - v_0)^2}{\rho}\right), \quad (11)$$

- сумма двух симметрично смещенных относительно нулевой частоты функций Гаусса, описываемая формулой

$$f(v) = \frac{\exp\left(-\frac{(v + v_0)^2}{\rho}\right) + \exp\left(-\frac{(v - v_0)^2}{\rho}\right)}{\exp\left(-\frac{(2v_0)^2}{\rho}\right) + 1}. \quad (12)$$

Причины выбора таких функций следующие:

1. Сигмоидальная функция часто используется в теории искусственных нейронных сетей в качестве активационной функции искусственного нейрона и может быть реализована при записи голограммы на инверсном участке экспозиционной характеристики регистрирующей среды, либо при добавлении соответствующего амплитудного фильтра.

2. Функции Гаусса и сумма двух функций Гаусса в ряде случаев адекватно аппроксимируют передаточные характеристики реальных голограмм Фурье [9].

Моделировались методы настройки фильтров, адекватные изменению отношения амплитуд опорного и сигнального пучков при записи голограммы Фурье [7–9]. В этом случае имеет место сдвиг частоты равенства локальных амплитуд сигнального и опорного пучков  $v_0$  – частоты максимума пропускания фильтрующей функции [7]. Сдвиг частоты максимума сопровождается изменением формы фильтрующей функции – ее уширением при сдвиге в высокочастотную область (уменьшение отношения амплитуд опорного и сигнального пучков) и сужением при сдвиге в низкочастотную область (увеличение отношения амплитуд опорного и сигнального пучков). Для большей наглядности два этих эффекта моделировались по отдельности, поскольку изменение формы фильтрующей функции при постоянной частоте максимума моделирует также влияние параметров и условий обработки регистрирующей среды.

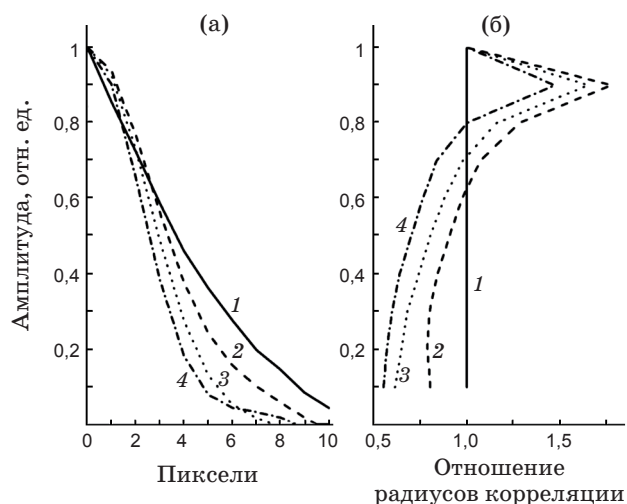
При численном моделировании оценки стационарности вычислялись как функции обобщенной частоты по формуле

$$V_D(L/\tau_{\text{Corr}}) = 1 - \left(\frac{(D_l - D_r)^2}{\max(D_l, D_r)^2}\right),$$

где  $L$  – длина реализации,  $\tau_{\text{Corr}}$  – радиус корреляции,  $D_l$  и  $D_r$  – дисперсии левой и правой частей, соответственно, полученные в результате деления реализации пополам. Оценка вычислялась как отношение разности квадратов дисперсий левой и правой частей к квадрату

дисперсии реализации для сохранения размерности формулы.

Фильтрация влияет на радиус корреляции. При увеличении крутизны сигмоидального фильтра происходит сужение глобального максимума корреляционной функции. При фильтрациях Гаусса и суммой двух функций Гаусса изменяется форма глобального максимума – увеличивается радиус у вершины (уплощение вершины) за счет уменьшения пропускания высоких частот и уменьшается (относительно или абсолютно) радиус у основания как результат уменьшения пропускания в низкочастотной области. Для иллюстрации, на рис. 2а приведены сечения корреляционных функций при разных значениях фильтра – суммы двух функций Гаусса при сужении и сдвиге фильтрующей функции, а на рис. 2б – относительные сечения, нормированные на радиусы корреляции без фильтрации. При сдвиге частоты максимума из-за меньшего ослабления высоких частот эффект изменения формы заметен в меньшей степени, чем при сужении фильтрующей функции. В обоих случаях также наблюдается заметное уменьшение радиуса

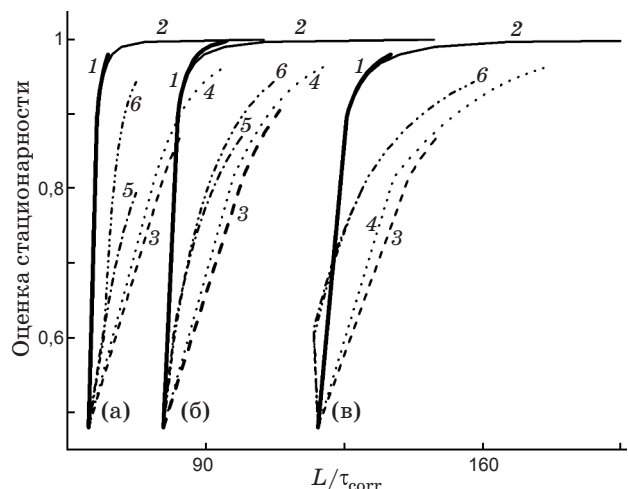


**Рис. 2.** Сечения глобальных максимумов корреляционных функций при фильтрации суммой двух функций Гаусса: 1 – до фильтрации, 2 – при фильтрации без сдвига и сужения,  $\nu_0 = 25$ ,  $\rho = 620$ , 3 – при фильтрации путем сужения фильтрующей функции,  $\nu_0 = 25$ ,  $\rho = 494$ , 4 – при фильтрации путем сдвига фильтрующей функции,  $\nu_0 = 29,5$ ,  $\rho = 620$  (а), нормированные сечения глобальных максимумов корреляционных функций при фильтрации суммой двух функций Гаусса (б).

корреляции у основания как результат уменьшения пропускания в низкочастотной области. При сдвиге частоты максимума радиус меньше, чем при сужении фильтра из-за более сильного ослабления низких частот.

На рис. 3 приведены зависимости оценок стационарности от сужения и сдвига функции фильтра при радиусах корреляции, взятых по уровням 0,25, 0,5 и 0,75 максимума. При сужении фильтра наибольший рост оценки дает сигмоидальный фильтр, поскольку у него самое низкое пропускание в низкочастотной области. Наименьшая оценка – при фильтрации суммой двух функций Гаусса, так как этот фильтр имеет самое высокое пропускание в области низких частот.

При сдвиге частоты максимума фильтра качественный вид зависимостей остался прежним, но оценки оказались внутри семейства кривых для сужения фильтрующей функции. Здесь для полосовых фильтров играют роль два разнонаправленных эффекта: при последовательном сдвиге частоты максимума уменьшается ослабление высоких частот, в то время как при сужении фильтрующей функции ослабление высоких частот увеличивается. Соответственно, радиус корреляции уменьшается в меньшей степени. Однако при данной



**Рис. 3.** Оценки стационарности по дисперсии а – по уровню 0,25; б – по уровню 0,5; в – по уровню 0,75. При сужении фильтрующей функции: 1 – сигмоидальный фильтр, 3 – фильтр Гаусса, 5 – фильтр – сумма двух функций Гаусса. При сдвиге фильтрующей функции: 2 – сигмоидальный фильтр, 4 – фильтр Гаусса, 6 – фильтр – сумма двух функций Гаусса.

фильтрации также уменьшается пропускание в области низких частот, что и оказывает доминирующее влияние на оценку стационарности.

При увеличении уровня среза зависимости сближаются (относительно  $L/\tau_{\text{Corr}}$  без фильтра), так как при приближении к вершине форма корреляционной функции определяется преимущественно высокочастотными компонентами. Напротив, при уменьшении уровня среза оценки отдаляются друг от друга – играет роль существенно разное пропускание в области низких частот и, соответственно, более существенное относительное изменение радиуса корреляции (рис. 2).

На графике по уровню среза 0,75 при фильтрации спектра суммой двух функций Гаусса виден участок, на котором рост оценки сопровождается уменьшением обобщенной частоты. Этот эффект обусловлен относительно большим ослаблением высоких частот при небольшом ослаблении низких, ведущем к уплощению вершины глобального максимума корреляционной функции, показанному на рис. 2. При фильтрации Гаусса этого не происходит, так как фильтр имеет малое пропускание в области низких частот. Таким образом, анализ данных зависимостей подтверждает доминирующую роль в оценке стационарности по дисперсии низких частот.

### Влияние режекции низких частот на оценку стационарности по дисперсии

Для подтверждения влияния на оценку стационарности именно низких частот была промоделирована фильтрация отдельно левой и правой половинами фильтра. При уменьшении пропускания только в области низких частот зависимости оценок почти не отличались от зависимостей при фильтрации полосовыми фильтрами, тогда как при низкочастотной фильтрации оценки росли много медленнее, что подтверждает превалирующую роль низких частот.

В дополнение к трем вышеописанным фильтрам был введен прямоугольный фильтр, отсекающий низкие частоты. В результате, на начальном участке зависимостей появлялись осцилляции, показанные на рис. 4 – при удалении частоты, не кратной длине реализации, оценка возрастает, если удаляется кратная частота оценка остается прежней или убывает. По мере возрастания нормированной ча-

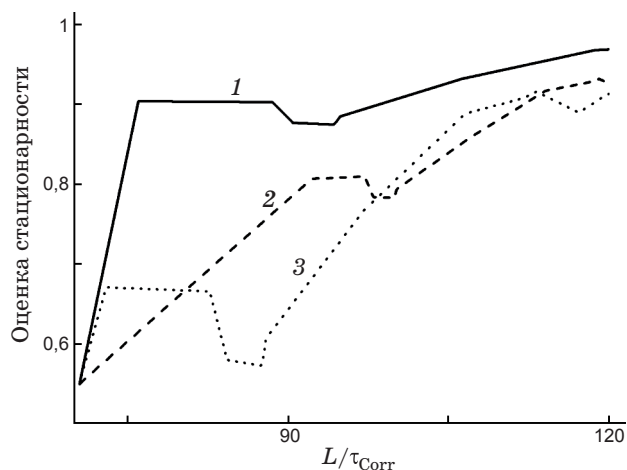


Рис. 4. Оценки стационарности при дополнительной режекции низких частот: 1 – при фильтрации сигмоидальным фильтром, 2 – при фильтрации фильтром Гаусса, 3 – при фильтрации суммой двух функций Гаусса.

стоты эти осцилляции, как и предполагалось выше, затухают.

Из сравнения фильтрации при сужении фильтра (рис. 3б) и режекции низких частот (рис. 4) видно, что при сужении функции фильтра оценка растет быстрее, что связано с более медленным уменьшением радиуса корреляции, чем при режекции низких частот – кривые зависимостей “сжимаются” по оси обобщенной частоты.

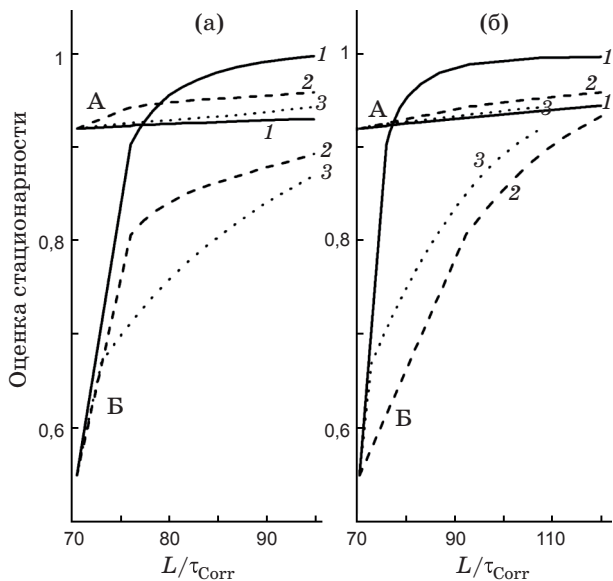
### Сравнение оценок стационарности по матожиданию и дисперсии

Для сравнения результатов с полученными ранее, показывающими доминирующую роль высокочастотной фильтрации при оценке стационарности по матожиданию [12], на рис. 5 приведены оценки стационарности по матожиданию и дисперсии для одной реализации, описываемой (8) и (9).

Оценки стационарности по матожиданию вычислялись как функции обобщенной частоты аналогично тому, как это делалось для оценки по дисперсии

$$V_M(L/\tau_{\text{Corr}}) = 1 - \frac{(m(\text{Im}_l) - m(\text{Im}_r))^2}{D}$$

Оценки стационарности по матожиданию для трех видов фильтров лежат гораздо выше



**Рис. 5.** Оценки стационарности при сужении фильтрующей функции (а) и при изменении формы фильтрующей функции (б). Семейство кривых (А) – оценка стационарности по матожиданию. Семейство кривых (Б) – оценка стационарности по дисперсии. Для обоих семейств: 1 – фильтрация сигмоидальным фильтром, 2 – фильтрация фильтром Гаусса, 3 – фильтрация суммой двух функций Гаусса.

оценок для дисперсии, так как в этой реализации задавалась нестационарность именно по дисперсии. Поэтому для корректности сравнения динамики кривых оценки дополнительно нормировались с целью помещения их в интервал значений [0, 1]

$$V_{MN}(L/\tau_{\text{Corr}}) = \frac{V_M(L/\tau_{\text{Corr}}) - V_M(L/\tau_{\text{Corr max}})}{V_M(L/\tau_{\text{Corr min}}) - V_M(L/\tau_{\text{Corr max}})},$$

$$V_{DN}(L/\tau_{\text{Corr}}) = \frac{V_D(L/\tau_{\text{Corr}}) - V_D(L/\tau_{\text{Corr max}})}{V_D(L/\tau_{\text{Corr min}}) - V_D(L/\tau_{\text{Corr max}})},$$

где  $V_M(L/\tau_{\text{Corr max}})$  – оценка стационарности реализации по матожиданию до фильтрации,  $V_M(L/\tau_{\text{Corr min}})$  – максимальная оценка стационарности по матожиданию;  $V_D(L/\tau_{\text{Corr max}})$  – оценка стационарности реализации по дисперсии до фильтрации,  $V_D(L/\tau_{\text{Corr min}})$  – максимальная оценка стационарности по дисперсии.

\* \* \* \* \*

После нормировки оценок стационарности на максимальные значения, различия в характере нарастания, заметные на рис. 5, проявились более ярко. Оценки стационарности по матожиданию нарастают плавно, а оценки по дисперсии – достаточно быстро и имеют участок насыщения. Причина такого различия динамики оценок в том, что оценка нестационарности по матожиданию при фильтрации уменьшается пропорционально квадрату пропускания фильтра на той или иной частоте, а оценка нестационарности по дисперсии уменьшается пропорционально четвертой степени пропускания фильтра. Таким образом, для повышения стационарности реализации по тому или иному моменту эффективны разные фильтры.

### Заключение

Поскольку модель линейного предсказателя строит оптимальную по критерию среднего квадрата ошибки оценку именно для стационарных случайных процессов, то ограниченность динамического диапазона регистрирующих сред может быть применена для повышения однородности обрабатываемых изображений и, тем самым, повышения адекватности формируемой оценки. Эффективность стационаризации по таким статистическим характеристикам, как дисперсия и матожидание, определяется, в первую очередь, степенью ослабления низких частот.

Полученные результаты имеют не только сугубо прикладное значение, но представляют интерес и с точки зрения применения оптических технологий в проблеме искусственного интеллекта. В частности, голографическая реализация линейного предсказателя, как реализация модели двухслойной нейронной сети с матрицей двунаправленных связей, может быть применена для генерации гипотез в режиме хаотической активности нейросети [14]. Это применение имеет отношение к технологии решения творческих задач посредством выдвижения континуума гипотез, из которых одна (или ни одной) может оказаться решением. В этом случае изменение статистических свойств гипотезы по сравнению с поступающим на вход схемы изображением означает снижение адекватности генерируемой гипотезы условиям задачи, подлежащей решению.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, гранты 09-01-00165-а и 09-02-00223-а.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Вентцель А.Д.* Курс теории случайных процессов. М.: Наука, 1975. 400 с.
2. *Roughan M., Veitch D., Abry P.* Real-Time Estimation of the Parameters of Long-Range Dependence // IEEE Trans. on Networking. 2000. V. 8. № 4. P. 467–478.
3. *Yoo S.J., Kwak K.S., Kim M.C.* Predictive and Measurement-based Dynamic Resource Management and QoS Control for Videos // Computer Communications. 2003. V. 26. № 14. P. 1651–1661.
4. *Grimmet G.R., Sterzaker D.R.* Probability and Random Processes. Oxford. Oxford Sc. Publ., Clarendon Press, 1992. 608 p.
5. *Дуб Дж. Л.* Вероятностные процессы. М.: Издательство иностранной литературы, 1956. 606 с.
6. *Павлов А.В.* Реализация модели линейного предсказателя методом фурье-голографии // Оптический журнал. 2005. Т. 72. № 2. С. 43–47.
7. *Кулешов А.М., Шубников Е.И., Смаева С.А.* Об оптимальности голографического согласованного фильтра // Опт. и спектр. 1986. Т. 60. № 6. С. 1273–1276.
8. *Александрина С.А., Кулешов А.М.* Влияние режекции низких пространственных частот спектра на параметры сигнала в голографическом корреляторе // Опт. и спектр. 1990. Т. 68. № 3. С. 652–655.
9. *Алексеев А.М., Павлов А.В.* Об аппроксимации передаточной функции  $4f$  схемы голографии Фурье при реализации нечетко-значимых логик // Опт. и спектр. 2009. Т. 107. № 6. С. 1038–1043.
10. *Гуревич С.Б., Константинов В.Б., Соколов В.К., Черных Д.Ф.* Передача и обработка информации голографическими методами. М.: Сов. радио, 1978. 304 с.
11. *Сергеев Г.А., Януги Д.А.* Статистические методы исследования природных объектов. Л.: Гидрометеиздат, 1973. 602 с.
12. *Толчельников Ю.С.* Оптические свойства ландшафта. Л.: Наука, 1974. 42 с.
13. *Бекяшева З.С., Павлов А.В.* Влияние высокочастотной фильтрации на характеристики случайного процесса применительно к реализации модели линейного предсказателя методом голографии Фурье // Оптический журнал. 2010. Т. 77. № 2. С. 44–50.
14. *Павлов А.В.* О возможности применения фурье-голографии в задаче моделирования творческого мышления: требования к передаточным характеристикам реверсивных голографических сред // Оптический журнал. 2008. Т. 75. № 10. С. 42–49.