

## ИЗМЕРЕНИЕ РАЗНОСТИ ФАЗ ПРИ ЛИНЕЙНОМ ДВУЛУЧЕПРЕЛОМЛЕНИИ В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМ ФАЗОВОМ ПОЛЯРИМЕТРЕ С ВРАЩАЮЩИМСЯ АНАЛИЗАТОРОМ

© 2011 г. Г. Н. Вишняков, доктор техн. наук; Г. Г. Левин, доктор техн. наук;  
А. Г. Ломакин, аспирант

Всероссийский научно-исследовательский институт оптико-физических измерений, Москва

E-mail: vish@vniiofi.ru

Представлен метод измерения разности фаз колебаний электрических векторов ортогональных линейно поляризованных составляющих оптического излучения, прошедшего через двулучепреломляющую среду. Метод основан на измерении разности фаз электрических сигналов с двух фотодетекторов и использовании быстрого преобразования Фурье.

*Ключевые слова:* фазовая поляриметрия, линейное двулучепреломление, фазовая интерферометрия.

Коды OCIS: 120.2130.

*Поступила в редакцию 20.01.2011.*

### Введение

Одной из важных задач поляриметрии является измерение величины двулучепреломления анизотропных сред. В оптической промышленности наиболее распространенными представителями двулучепреломляющих сред являются анизотропные одноосные кристаллы, из которых изготавливают так называемые фазовые пластинки.

Фазовая пластинка представляет собой оптическое устройство, создающее определенную разность фаз или разность хода между ортогональными линейно поляризованными составляющими оптического излучения заданной длины волны. Разность фаз обусловлена различием скорости света для ортогонально поляризованных компонентов при их распространении в двулучепреломляющей среде. Фазовые пластинки в основном изготавливаются из оптически анизотропных одноосных кристаллов, которые характеризуются двумя показателями преломления: необыкновенным  $n_e$  (преломление вдоль оптической оси кристалла) и обыкновенным  $n_o$  (преломление в плоскости, перпендикулярной оптической оси) [1].

Методы экспериментального определения разности фаз при линейном двулучепреломлении можно условно разбить на две группы: нулевые методы гашения и методы, основанные

на поляризационной модуляции света. Для измерения разности фаз можно использовать как поляриметры, так и эллипсометры.

Сущность нулевых методов состоит в установлении взаимосвязи между разностью фаз двулучепреломляющего материала и теми положениями оптических элементов эллипсометра, которым отвечает минимум интенсивности (гашение) светового пучка на выходе эллипсометра [2].

В приборах второго типа модуляция светового потока осуществляется за счет вращения поляризатора [3–5], анализатора [6] или компенсатора [7]. При равномерном вращении модулирующего элемента фотодетектор регистрирует гармонический временной сигнал. Рассчитав его частотный спектр, определяют амплитуды его гармоник, а из них параметры, описывающие состояние поляризации света (эллипсометрические углы  $\psi$  и  $\Delta$ ).

Благодаря своей простоте и надежности эти методы нашли широкое применение, в частности, в приложениях, в которых необходима высокая скорость измерений (вплоть до 50 кГц [4]). Однако основными недостатками данных методов являются существенная зависимость точности измерений от стабильности интенсивности излучения источника света, равномерности вращения модулирующего элемента, вибраций и собственных шумов фотодетекторов. Кроме

того, оптические схемы данных приборов требуют тщательной предварительной взаимной юстировки входящих в их состав оптических поляризационных элементов.

Американский национальный метрологический центр (NIST) использует эллипсометрическую установку, построенную на базе интерферометра Майкельсона [8]. Измеряемая фазовая пластинка находится в одном из плеч интерферометра и вносит разность фаз в ортогонально поляризованные составляющие света. На выходе интерферометра ортогональные составляющие разделяются поляризационным светоделителем Глана и регистрируются двумя фотоприемниками. В результате формируются два временных интерференционных сигнала, образованных за счет изменения оптической длины пути в опорном плече интерферометра с помощью пьезопривода. Разность фаз этих сигналов равна разности фаз измеряемой фазовой пластинки. Для вычисления разности фаз электрических сигналов используется преобразование Гильберта.

Данный метод обладает высокой точностью измерения разности фаз (расширенная неопределенность измерений  $0,09^\circ$  с коэффициентом охвата 2) при условии, что главное направление фазовой пластинки точно совмещено с одной из осей пропускания поляризационного светоделителя (не хуже  $\pm 0,1^\circ$ ). Недостатком метода является неизбежность либо двойного прохождения луча через фазовую пластинку, либо двойного отражения от поверхности эллипсометрической пластинки. Для слабоотражающих образцов двойной проход луча приводит к ухудшению контраста интерференционных полос и, следовательно, к снижению точности измерений.

Хорошие метрологические характеристики имеет поляриметр с вращающимся поляризатором, описанный в работе [9]. Расширенная неопределенность измерений разности фаз в этом приборе составляет  $0,07^\circ$  с коэффициентом охвата 2. Излучение, пройдя вращающийся поляризатор и измеряемую фазовую пластинку, разделяется призмой Волланстона на два пучка. Удобство данной схемы состоит в том, что небольшие погрешности при ориентации осей пропускания призмы Волланстона могут быть определены численными методами. Цифровая аппроксимация измеренных сигналов позволяет также определить разность фаз исследуемой фазовой пластинки. Наличие двух измерительных сигналов дает возможность произво-

дить нормировку для уменьшения влияния флуктуаций интенсивности излучения источника света и различий коэффициентов усиления фотодетекторов.

В отличие от проанализированных методов и приборов, в настоящей работе предлагается фазовый поляриметр с вращающимся анализатором, основанный на двухканальной дифференциальной фазометрической схеме с цифровым преобразованием Фурье. Измерение разности фаз между ортогональными компонентами света, прошедшего через фазовую пластинку, сводится к измерению разности фаз сигналов с двух фотодетекторов. Важной особенностью дифференциального метода является то, что удается эффективно устранять источники погрешностей, вызванные вибрацией, нестабильностью интенсивности излучения лазера и вращения анализатора. Кроме того, отсутствует необходимость точной взаимной юстировки оптических элементов, что значительно упрощает и ускоряет процесс измерений.

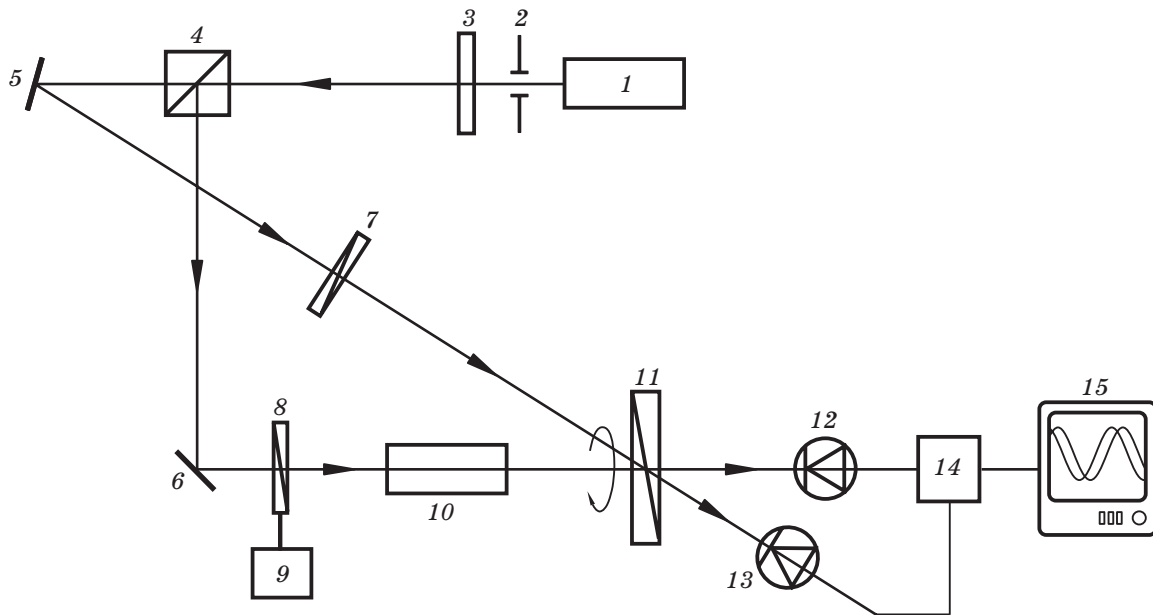
### Устройство фазового поляриметра

В основе предложенного прибора лежит схема дифференциального двухканального поляриметра с вращающимся анализатором, описанного в работах [10, 11] (см. рис. 1).

Используя аналогию с интерферометрией, назовем луч, проходящий через поляризатор 8 и фазовую пластинку 10, “объектным”, а луч, проходящий через поляризатор 7 – “опорным”. Оптическая схема построена так, что оба луча проходят через одну точку вращающегося анализатора 11 и далее попадают на разные фотоприемники 12 и 13. Сигналы с фотоприемников оцифровываются с помощью 2-канального АЦП 14 и поступают в компьютер 15.

Отличие от схемы поляриметра [11] заключается в том, что поляризатор 8 установлен в высокоточном поворотном механизме с шаговым двигателем 9, управляемым от компьютера 15. Это дает возможность проводить измерения при различной ориентации плоскости поляризации входного излучения, что, как будет показано далее, позволяет обойтись без точной ориентации главных направлений фазовой пластинки относительно остальных оптических элементов.

Данная схема имеет те же преимущества, что и схема дифференциального поляриметра [11], а именно – малую чувствительность к не-



**Рис. 1.** Принципиальная схема фазового поляриметра. 1 – источник излучения (стабилизированный по частоте He–Ne-лазер); 2 – диафрагма; 3 – нейтральный светофильтр; 4 – светоделительный кубик; 5, 6 – зеркала; 7, 8 – поляризаторы; 9 – шаговый двигатель поворотного столика; 10 – фазовая пластинка; 11 – вращающийся анализатор; 12, 13 – фотоприемные устройства; 14 – АЦП; 15 – персональный компьютер.

равномерности вращения анализатора, так как объектный и опорный лучи проходят через одну и ту же точку на анализаторе, совмещенную с осью его вращения. При последующей обработке сигналов в алгоритме расчета разности фаз появляется также возможность компенсации погрешностей, вызванных нестабильностью мощности излучения лазера, вибрацией оптических элементов и неравномерностью вращения анализатора.

### Метод вычисления разности фаз фазовой пластинки

В соответствии с законом Малюса интенсивность света после вращающегося анализатора в обеих ветвях поляриметра без фазовой пластинки описывается следующими выражениями:

$$I_{\text{оп}}(\alpha) = I_0^{\text{оп}} [1 + \cos(2\alpha + \varphi_{\text{оп}})], \quad (1)$$

$$I_{\text{об}}(\alpha) = I_0^{\text{об}} [1 + \cos(2\alpha + \varphi_{\text{об}})], \quad (2)$$

где  $\alpha$  – угол между осями пропускания поляризатора и анализатора;  $\varphi_{\text{оп}}$  и  $\varphi_{\text{об}}$  – начальные фазы опорного и объектного сигналов, обусловленные исходной взаимной ориентацией элементов оптической схемы.

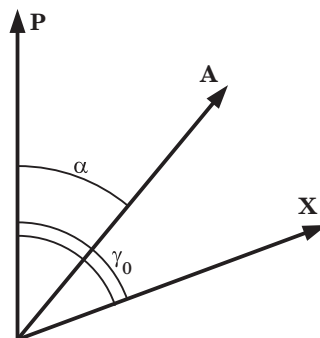
Начальная разность фаз сигналов без фазовой пластинки равна

$$\Delta\varphi_0 = \varphi_{\text{об}} - \varphi_{\text{оп}}. \quad (3)$$

Поместим фазовую пластинку в “объектную” ветвь. Теперь напряженность электрического поля излучения, падающего на фотодетектор, выражается следующим матричным уравнением (см. рис. 2):

$$\begin{pmatrix} E_A \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} R(-[\gamma_0 - \alpha]) \times \\ \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(i\delta) \end{pmatrix} R(\gamma_0) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где  $R(\alpha)$  – матрица поворота, элементы которой  $r_{11} = r_{22} = \cos\alpha$  и  $r_{12} = -r_{21} = \sin\alpha$ ;  $\alpha$  – угол



**Рис. 2.** Схема взаимного расположения поляризатора P, анализатора A и быстрого направления фазовой пластинки X.

между осями пропускания поляризатора и анализатора,  $\gamma_0$  – угол между главным направлением быстрого распространения фазовой пластинки и плоскостью пропускания поляризатора,  $\delta = 2\pi(n_e - n_o)d/\lambda$  – разность фаз фазовой пластинки,  $n_e$  и  $n_o$  – показатели преломления необыкновенного и обыкновенного лучей,  $d$  – толщина фазовой пластинки,  $\lambda$  – длина волны света.

Раскрыв поэлементно выражение (4) и возведя в квадрат напряженность поля  $E_A$ , получим зависимость интенсивности света в “объектном” канале от угла поворота анализатора  $\alpha$

$$\tilde{I}_{об}(\alpha) = I_0^{об} \left[ 1 + \sqrt{\cos^2(2\gamma_0) + \cos^2\delta \sin^2(2\gamma_0)} \times \sin(2(\gamma_0 - \alpha) + \arctg(1/[\tg(2\gamma_0)\cos\delta]) + \varphi_{об}) \right]. \quad (5)$$

Разность фаз между объектным (5) и опорным (1) сигналами принимает более сложный вид

$$\Delta\tilde{\varphi}_0 = \pi/2 - 2\gamma_0 - \arctg(1/[\tg(2\gamma_0)\cos\delta]) + (\varphi_{об} - \varphi_{оп}). \quad (6)$$

Уравнение (6) содержит начальную разность фаз  $\Delta\varphi_0 = \varphi_{об} - \varphi_{оп}$  и два неизвестных члена:  $\gamma_0$  и  $\delta$ . Чтобы найти эти неизвестные, необходимы дополнительные измерения.

Для этого повернем поляризатор  $\mathcal{P}$  (см. рис. 1) на некоторый угол  $\Delta\gamma_i$  (рис. 3) и проведем новые измерения. В этом случае в операторе поворота  $R$  матричного уравнения (4) изменится аргумент –

$$\begin{pmatrix} E_A \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} R(-[\gamma_0 - \alpha]) \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(i\delta) \end{pmatrix} R(\gamma_0 - \Delta\gamma_i) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

а разность фаз (6) получит приращение

$$\Delta\tilde{\varphi}_i = \pi/2 - 2\gamma_0 - \arctg(1/[\tg(2[\gamma_0 - \Delta\gamma_i])\cos\delta]) + (\varphi_{об} - \varphi_{оп}). \quad (8)$$

Уравнения (6) и (8) образуют нелинейную систему уравнений относительно параметров  $\gamma_0$  и  $\delta$ .

Для повышения точности решения этой системы уравнений необходимо провести серию измерений для различных углов ориентации оси пропускания поляризатора  $\Delta\gamma_i$ ,  $i = 0, 1, \dots, N$ .

Сначала несколько упростим полученную систему уравнений. Для этого исключим в (8)

постоянную разность фаз (3) путем вычитания из фазы  $i$ -го измерения (8) фазу при начальном положении поляризатора (6), в результате чего получим

$$\Phi_i(\Delta\gamma_i) = \Delta\tilde{\varphi}_i - \Delta\tilde{\varphi}_0 = \arctg(1/[\tg(2\gamma_0)\cos\delta]) - \arctg(1/[\tg(2[\gamma_0 - \Delta\gamma_i])\cos\delta]). \quad (9)$$

Из этого выражения неизвестные параметры  $\gamma_0$  и  $\delta$  определяются методами нелинейной регрессии. Варьируя эти параметры, находим такие значения  $\gamma_0$  и  $\delta$ , при которых достигается наилучшая аппроксимация измеренных экспериментальных значений  $\Phi_i(\Delta\gamma_i)$  уравнением (9).

Проанализируем полученное выражение (9). На рис. 4 приведены графики функции  $\Phi(\Delta\gamma)$ , построенные для различных значений разности фаз  $\delta$  при  $\gamma_0 = 0$ . Рассмотрим два предельных случая. График для идеальной четвертьволновой фазовой пластинки ( $\delta = 90^\circ$ ) представляет собой ступенчатую функцию с точкой разрыва при  $\Delta\gamma = 45^\circ$ . В этой точке главные оси эллипса поляризации поворачиваются на  $90^\circ$ , а функция (9) скачкообразно изменяется на  $180^\circ$ .

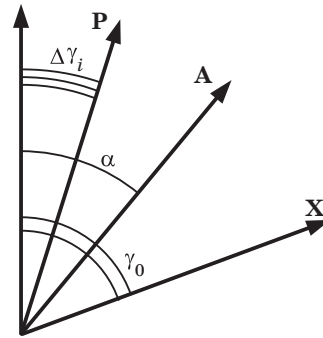


Рис. 3. Поворот поляризатора на угол  $\Delta\gamma_i$ .

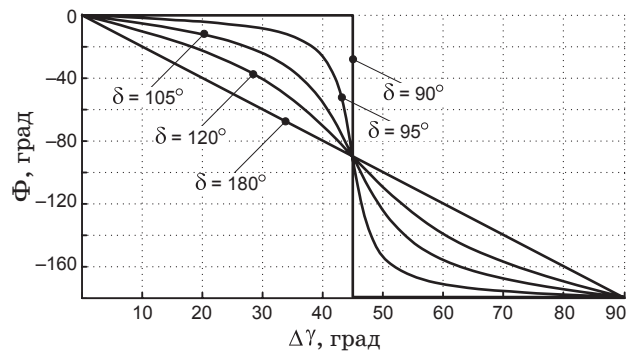


Рис. 4. Зависимость функции  $\Phi(\Delta\gamma)$  от угла поворота поляризатора  $\Delta\gamma$  при различных значениях разности фаз  $\delta$  фазовой пластинки.

Полуволновые пластинки ( $\delta = 180^\circ$ ) поворачивают плоскость поляризации света, и, как следует из рис. 4, функция (9) в этом случае линейно пропорциональна углу поворота поляризатора  $\Delta\gamma$ .

Таким образом, для измерения разности фаз  $\delta$ , вносимой фазовой пластинкой, необходимо выполнить следующие действия:

1) измерить разность фаз  $\Delta\tilde{\varphi}_0$  при начальном (произвольном) положении плоскости поляризации падающего на фазовую пластинку излучения,

2) провести серию измерений разности фаз  $\Delta\tilde{\varphi}_i$  при других угловых положениях плоскости поляризации падающего на фазовую пластинку излучения, отличающихся на величину шага  $\Delta\gamma_i$ ;

3) вычесть из полученных значений разности фаз  $\Delta\tilde{\varphi}_i$  первоначальную разность фаз  $\Delta\tilde{\varphi}_0$  и сформировать новые экспериментальные данные  $\Phi_i(\Delta\gamma_i)$ ,

4) найти наилучшую аппроксимацию измеренных экспериментальных данных аналитическим выражением (9). Значения параметров  $\gamma_0$  и  $\delta$ , при которых это достигается, и будут искомыми величинами.

Для нахождения разностей фаз сигналов  $\Delta\tilde{\varphi}_i$  (8) был использован алгоритм на основе фурье-преобразования. Суть этого алгоритма подробно описана в работе [11].

Для нахождения неизвестных параметров  $\delta$  и  $\gamma_0$  составляется функционал вида

$$\varepsilon(\delta, \gamma_0) = \sum_{i=1}^N [\Phi_i^{\text{э}} - \Phi_i(\Delta\gamma_i, \delta, \gamma_0)]^2, \quad (10)$$

где  $\Phi_i^{\text{э}} = \Delta\tilde{\varphi}_i^{\text{э}} - \Delta\tilde{\varphi}_0^{\text{э}}$  – данные, полученные в эксперименте.

Минимумом функционала (10) является наилучшая в смысле метода наименьших квадратов аппроксимация экспериментальных данных  $\Phi_i^{\text{э}}$  математической моделью  $\Phi(\Delta\gamma)$  (9). Поиск минимума функционала проводился методом Левенберга–Марквардта.

### Результаты измерения разности фаз фазовой пластинки

Для изменения угла плоскости поляризации света в объектном канале, поляризатор  $\delta$  (см. рис. 1) был закреплен на поворотном столике фирмы Standa модель 8MR190-2, погрешность установки углового положения которого составляет  $\pm 0,01^\circ$ .

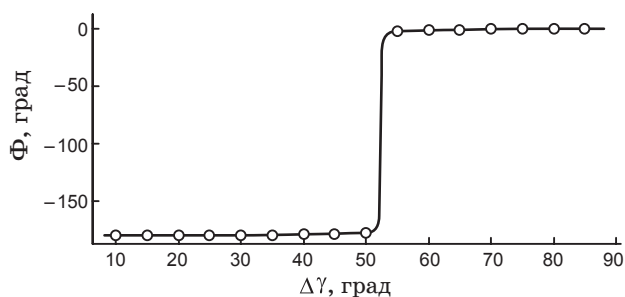


Рис. 5. Результат аппроксимации функции  $\Phi(\Delta\gamma)$  по экспериментальным данным.

В эксперименте использовались фазовые пластинки фирмы ThorLabs с просветляющим покрытием на длину волны He-Ne-лазера (коэффициент отражения не превышает 0,1%).

Измерения разности фаз сигналов опорного и объектного каналов проводились последовательно для 16 различных угловых положений  $\Delta\gamma_i$  поляризатора  $\delta$  в диапазоне от  $10^\circ$  до  $85^\circ$  с шагом  $5^\circ$ . При этом для каждого фиксированного угла  $\Delta\gamma_i$  измерения фазы  $\Delta\tilde{\varphi}_i$  усреднялись по 10 значениям.

Запись сигналов фотоприемников осуществлялась с помощью 24-разрядного АЦП фирмы “Измерительные системы” (модель ADM1624×192) в диапазоне напряжений  $\pm 4$  В при частоте дискретизации 10,016 кГц. Частота вращения анализатора составляла около 270 об/мин.

На рис. 5 представлены экспериментальные данные измерения четвертьволновой фазовой пластинки фирмы ThorLabs (модель WPQ10M-633). Функция  $\Phi(\Delta\gamma)$  на рис. 5 наилучшим способом аппроксимирует экспериментальные данные при следующих параметрах:

- начальный угол ориентации главного направления быстрого распространения фазовой пластинки  $\gamma_0 = -7,34^\circ$ ,
- фазовая задержка на длине волны He-Ne-лазера ( $\lambda = 633,9910$  нм)  $\delta = 89,84^\circ$ .

### Заключение

Представленный в данной работе фазовый поляриметр с вращающимся анализатором обладает рядом преимуществ по сравнению с существующими аналогами. Измерение разности фаз, вносимой фазовой пластинкой, сводится к чисто фазовым измерениям смещения “опорного” и “объектного” сигналов эллипсометра,

что гарантирует независимость результата от уровня интенсивности источника света. Дифференциальный метод фазовых измерений в свою очередь устраняет необходимость точного определения частоты вращения анализатора, а также эффективно подавляет влияние флуктуаций интенсивности лазера и неустойчивости вращения анализатора. Юстировка оптической схемы поляриметра существенно упро-

щена, так как нет необходимости точно ориентировать главные направления фазовой пластинки.

Проведенные нами исследования источников погрешностей рассмотренного в данной работе фазового поляриметра показали, что расширенная неопределенность измерений разности фаз фазовых пластинок составляет  $0,07^\circ$  при коэффициенте охвата 2.

\* \* \* \* \*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Азам Р., Башара Н. Эллипсометрия и поляризованный свет. М.: Мир, 1981. 584 с.
2. Волкова Е.А. Поляризационные измерения. М.: Изд. стандартов, 1974. 156 с.
3. Budde W. Photoelectric analysis of polarized light // Appl. Opt. 1962. V. 1. № 3. С. 201–205.
4. Aspnes D.E. Fourier transform detection system for rotating-analyzer ellipsometers // Optics Commun. 1973. V. 8. № 3. С. 222–225.
5. Sarani A., Abdulhalim I. Spectropolarimetric method for optical axis, retardation, and birefringence dispersion measurement // Opt. Eng. 2009. V. 48. № 5. P. 053601.
6. Yarussi R.A., Heyd A.R., Nguyen H.V., Collins R.W. Multichannel transmission ellipsometer for characterization of anisotropic optical materials // J. Opt. Soc. Am. A. 1994. V. 11. № 8. С. 2320–2330.
7. Dill F.H., Hauge P.S. Rotating-Compensator Ellipsometer // Patent US № 4053232. 1977.
8. Kent B.R., Wang C.M. Accurate interferometric retardance measurements // Appl. Opt. 1997. V. 36. № 25. С. 6473–6478.
9. Williams P.A., Rose A.H., Wang C.M. Rotating-polarizer polarimeter for accurate retardance measurement // Appl. Opt. 1997. V. 36. № 25. С. 6466–6472.
10. Вишняков Г.Н., Лахов В.М., Левин Г.Г., Ломакин А.Г. Государственный первичный эталон единицы угла вращения плоскости поляризации // Измерит. техн. 2010. № 3. С. 3–7.
11. Вишняков Г.Н., Левин Г.Г., Ломакин А.Г. Измерение угла вращения плоскости поляризации методом дифференциальной поляриметри с вращающимся анализатором // Оптический журнал. 2011. № 2. С. 53–60.