

РАСЧЕТ, ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ПРОИЗВОДСТВО ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

УДК 681.7.01

ПОГРЕШНОСТИ ИЗГОТОВЛЕНИЯ И УСТАНОВКИ ОТРАЖАТЕЛЬНЫХ ПРИЗМ

© 2011 г. В. А. Зверев, доктор техн. наук; Е. С. Рытова; И. Н. Тимошук, канд. техн. наук

Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург

E-mail: post_vaz@rambler.ru

Проведен анализ влияния на положение базовой линии (оптической оси) погрешностей изготовления и базирования при сборке отражательных призм. Получено выражение закона преломления в матричной форме, позволившее в результате простого и наглядного вывода получить инвариант декомпланарности. Применив его последовательно к каждой из поверхностей призмы, после последней поверхности получим отклонение выходящего из призмы луча от плоскости главного сечения в виде функции от отклонений нормалей ко всем поверхностям призмы от ее главного сечения, т. е. от декомпланарности нормалей к поверхностям призмы.

Ключевые слова: плоскость главного сечения призмы, оптическая ось, развертка отражений в плоскости главного сечения, декомпланарность нормалей к поверхностям призмы.

Коды OCIS: 200.0200, 220.0220.

Поступила в редакцию 28.04.2010.

Конструкция призм определяется решаемой ими в оптической схеме функциональной задачей. В результате многолетнего опыта применения из множества возможных конструкций определились типовые конструкции призм, их модификации и сочетания, наиболее широко используемые в практике проектирования оптических систем [1]. При разработке конструкции призмы в качестве конструкторской базы принимается плоскость главного сечения, т. е. плоскость, перпендикулярная линиям пересечения рабочих поверхностей (граней) призмы.

Одним из наиболее распространенных методов расчета отражательных призм является развертка отражений в плоскости главного сечения призмы, с помощью которой достигаются спрямление хода лучей в системах плоских зеркал и приведение отражательных призм к эквивалентным им плоскопараллельным пластинкам [2]. В общем случае из-за погрешностей изготовления развертка призмы приобретает клиновидность, что приводит к изменению направления выходящего из призмы осевого луча на некоторый угол δ , а следовательно, и к

рассогласованию направления оптической оси до призмы с оптической осью последующей за призмой оптической системы.

В качестве примера развертки призмы с двумя отражающими гранями рассмотрим пентапризму ВП-90, развертка отражений на поверхностях которой представлена на рис. 1. В результате погрешностей изготовления углы в главном сечении призмы принимают значения $\gamma = 45^\circ + \delta\gamma$, $\theta = 90^\circ + \delta\theta$, $\alpha_1 = 112^\circ 30' + \delta\alpha_1$, $\alpha_2 = 112^\circ 30' + \delta\alpha_2$, причем $\delta\alpha_1 \neq \delta\alpha_2$.

Из треугольников P_1BO , P_1P_2O и P_3P_2O имеем

$$\psi_1 = \pi - \gamma - \alpha_1, \quad (1)$$

$$\psi_2 = \gamma - \psi_1 = 2\gamma + \alpha_1 - \pi, \quad (2)$$

$$\psi_3 = \gamma - \psi_2 = 3\gamma + \alpha_1 - \pi. \quad (3)$$

При этом из треугольника PP_3C'' получаем

$$\psi = \pi - \psi_3 - \alpha_2 = 2\pi - 3\gamma - \alpha_1 - \alpha_2. \quad (4)$$

При номинальном значении углов клиновидность развертки отражений на поверхностях призмы $\psi_0 = 0$. Тогда, дифференцируя

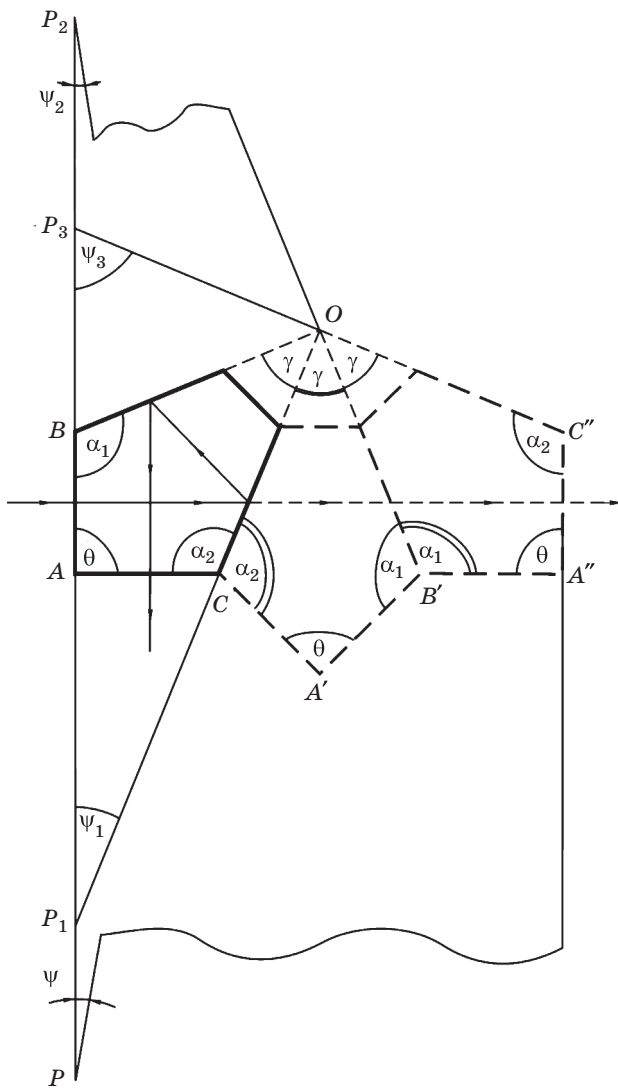


Рис. 1. Развертка отражений на поверхностях пентапризмы.

выражение (4) и заменяя дифференциалы конечными разностями, получаем

$$\delta\psi = -3\delta\gamma - \delta\alpha_1 - \delta\alpha_2. \quad (5)$$

Отсюда следует, что клиновидность развертки отражений призмы отсутствует при соблюдении условия

$$3\delta\gamma + \delta\alpha_1 + \delta\alpha_2 = 0. \quad (6)$$

Сумма углов в главном сечении пентапризмы $\gamma + \theta + \alpha_1 + \alpha_2 = 2\pi$. Дифференцируя это соотношение, получаем

$$\delta\theta = -\delta\gamma - \delta\alpha_1 - \delta\alpha_2 = \delta\psi + 2\delta\gamma. \quad (7)$$

При $\delta\psi = 0$ отклонение направления оптической оси от номинального в пространстве после призмы равно погрешности угла $\theta_0 = 90^\circ$, т. е.

$$\delta\theta = 2\delta\gamma.$$

При $\theta_0 \neq 90^\circ$ имеем $\delta\tilde{\theta} = \delta\theta - \delta\psi = 2\delta\gamma$.

При этом угол отклонения направления оптической оси от номинального определится выражением

$$\begin{aligned} \delta\varphi &= \delta\tilde{\theta} + (n-1)\delta\psi = \\ &= (5-3n)\delta\gamma - (n-1)(\delta\alpha_1 + \delta\alpha_2). \end{aligned} \quad (8)$$

Предположим, что все углы в главном сечении изготовленной прямоугольной призмы имеют номинальные значения. Предположим также, что в процессе сборки при креплении призмы в оптическом устройстве она повернулась вокруг точки N_1 в плоскости главного сечения на малый угол ω , как показано на рис. 2, где \bar{A} – орт направления оптической оси, образующий с нормалью к поверхности в точке N_1 малый угол $\varepsilon_1 = \omega$. В соответствии с законом преломления $\sin\omega = n\sin\varepsilon'_1$.

После преломления в точке N_1 оптическая ось пересекает отражающую поверхность призмы в точке N_2 , образуя с ортом нормали \bar{N}_2 к поверхности угол $\varepsilon_2 = 45^\circ + \omega - (\varepsilon_1 - \varepsilon'_2)$. В соответствии с законом отражения при $n' = -n$ имеем $\varepsilon'_2 = -\varepsilon_2$. После отражения от поверхности призмы в точке N_2 оптическая ось пересекает вторую плоскую грань призмы в точке N_3 , образуя с нормалью к поверхности угол $-\varepsilon_3$. Из треугольника N_3N_2K на рис. 2 следует, что $90^\circ + \varepsilon_3 + \varepsilon_2 + 45^\circ = 180^\circ$. Отсюда

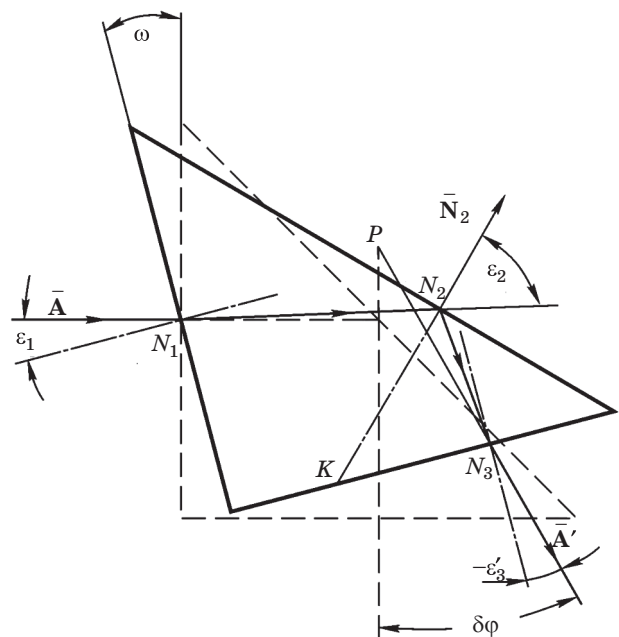


Рис. 2. Погрешность базирования прямоугольной призмы в плоскости главного сечения.

находим, что угол $\varepsilon_3 = -\varepsilon_2 + 45^\circ$. При этом имеем $\sin \varepsilon_3' = n \sin \varepsilon_3$. Однако учитывая, что угол ω мал, получаем

$$\begin{aligned} \varepsilon_3' &= n \varepsilon_3 = -n(\varepsilon_2 - 45^\circ) = \\ &= -n \left(45^\circ + \omega - \omega + \frac{1}{n} \omega - 45^\circ \right) = -\omega. \end{aligned}$$

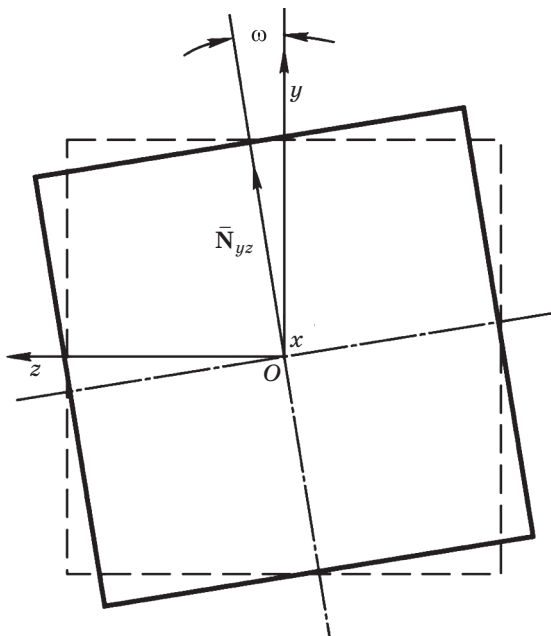
В результате получаем, что при малом повороте призмы на угол ω оптическая ось отклоняется от номинального направления на угол, равный

$$\delta\varphi = \omega - \varepsilon_3' = 2\omega. \quad (9)$$

Предположим, что в процессе сборки идеально изготовленная призма получила поворот вокруг оптической оси, расположенной в пространстве перед призмой, на малый угол ω , как показано на рис. 3. Рассмотрим при этом ход луча, падающего на призму вдоль оптической оси и представленного ортом $\bar{\mathbf{A}}$.

При прохождении первой грани призмы направление луча не изменяется. С началом в точке пересечения луча с отражающей гранью призмы введем систему декартовых координат x, y, z . Орт $\bar{\mathbf{i}}$ оси Ox совместим с ортом $\bar{\mathbf{A}}$ луча. При этом $\bar{\mathbf{A}} = \bar{\mathbf{i}}A_x$. Будем считать, что ось Oy расположена в плоскости главного сечения призмы в исходном положении. При этом орт нормали призмы в исходном положении можно записать как

$$\bar{\mathbf{N}} = \bar{\mathbf{i}}N_x + \bar{\mathbf{j}}N_y,$$



где

$$N_x = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad N_y = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

При повороте призмы проекция N_x орта нормали остается неизменной, а проекция N_y становится равной

$$N_y = \cos 45^\circ \cos \omega = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(1 - \frac{1}{2} \omega^2 \right) \approx \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

При этом появится проекция на ось Oz , равная

$$N_z = \cos 45^\circ \sin \omega = \frac{\sqrt{2}}{2} \omega.$$

Если известна матрица-столбец \mathbf{A} проекций орта падающего луча и проекции орта нормали к отражающей поверхности в точке падения луча, то матрица-столбец \mathbf{A}' орта отраженного луча определится формулой [3]

$$\mathbf{A}' = \mathbf{M}' \mathbf{A}, \quad (10)$$

где $\mathbf{A} = (A_x, A_y, A_z)^T$, $\mathbf{A}' = (A'_x, A'_y, A'_z)^T$,

$$\mathbf{M}' = \begin{pmatrix} 1 - 2N_x^2 & -2N_x N_y & -2N_x N_z \\ -2N_x N_y & 1 - 2N_y^2 & -2N_y N_z \\ -2N_x N_z & -2N_y N_z & 1 - 2N_z^2 \end{pmatrix}.$$

Подставив в формулу (10) значения величин $A_x = 1, A_y = A_z = 0, N_x = N_y = \sqrt{2}/2, N_z = (\sqrt{2}/2)\omega$,

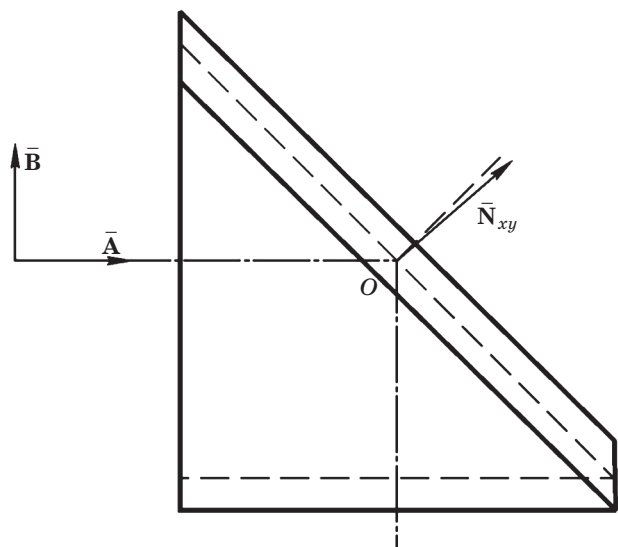


Рис. 3. Погрешность базирования прямоугольной призмы в плоскости, перпендикулярной плоскости главного сечения.

получаем $A'_x = 0$, $A'_y = -1$, $A'_z = -\omega$. При этом угол отклонения оптической оси от номинального направления $\varphi = A'_z/A'_y = \omega$, т. е. оптическая ось с плоскостью главного сечения, а следовательно, и с номинальным направлением, образует угол, равный ω .

Орт $\bar{\mathbf{V}}$ предмета, перпендикулярный орту $\bar{\mathbf{A}}$ и параллельный оси Oy , можно записать как $\bar{\mathbf{V}} = \bar{i}B_x + \bar{j}B_y + \bar{k}B_z$, где $B_x = 0$, $B_y = 1$, $B_z = 0$.

После первой поверхности орт $\bar{\mathbf{V}}$ остается неизменным. Совместим с ортом $\bar{\mathbf{V}}$ луч, падающий на отражающую поверхность. Тогда орт отраженного луча определится формулой (10) как $\mathbf{V}' = \mathbf{M}'\mathbf{V}$. В рассматриваемом случае имеем

$$\begin{pmatrix} B'_x \\ B'_y \\ B'_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2N_x N_y \\ 1 - 2N_y^2 \\ -2N_y N_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -\omega \end{pmatrix}.$$

Отсюда следует, что орт изображения повернулся в плоскости главного сечения призмы на угол $\pi/2$ и поменял знак, т. е. произошло оборачивание изображения, и повернулся вокруг оптической оси в плоскости xOz , перпендикулярной плоскости главного сечения, на угол $\varphi = \omega$.

Очевидно, что изменение направления оптической оси и оборачивание изображения осуществляются в плоскости главного сечения зеркально-призменной системы. Для оборачивания изображения в перпендикулярной (в сагиттальной) плоскости либо применяют составную призму, либо заменяют отражающую поверхность призмы (или одну из отражающих поверхностей) двумя отражающими поверхностями, перпендикулярными друг другу, при этом линия пересечения этих поверхностей (ребро крыши призмы) должна лежать в плоскости главного сечения. Наклон ребра крыши в плоскости главного сечения призмы эквивалентен наклону заменяемой крыши отражающей поверхности. Однако в процессе изготовления призмы ребро крыши может оказаться не параллельным плоскости главного сечения. Рассмотрим случай поворота ребра крыши на малый угол ω вокруг нормали к ребру, лежащей в плоскости главного сечения призмы, на примере призмы Шмидта, как показано на рис. 4. В системе координат, показанной на рис. 4, положение падающего на ребро (на крышу) призмы луча определяется проекциями его орта $\bar{\mathbf{A}}'$ на оси координат: $A'_x = -\sin 22^\circ 30' = -0,3827$, $A'_y = -\cos 22^\circ 30' = -0,9239$, $A'_z = 0$. В соответствии с рисунком проекции орта $\bar{\mathbf{p}}$ ребра

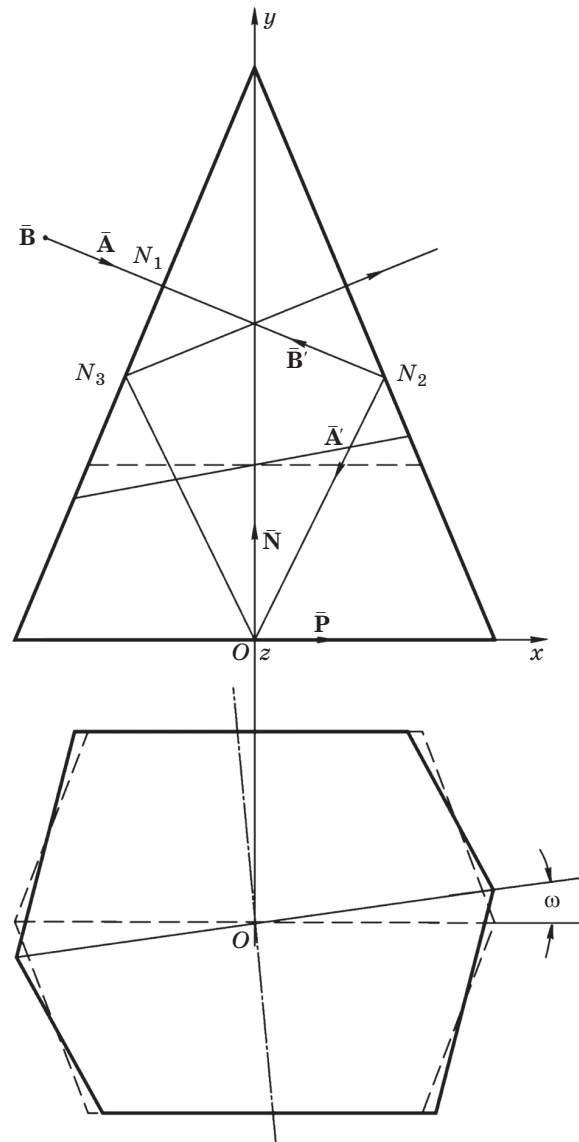


Рис. 4. Погрешность положения ребра крыши прямоугольной призмы относительно плоскости главного сечения.

$$p_x = \cos \omega \approx 1 - 0,5\omega^2 \approx 1, \quad p_y = 0, \quad p_z = \sin \omega \approx \omega.$$

Направление орта $\bar{\mathbf{A}}''$ луча, отраженного от двойного (углового) зеркала, определяется формулой

$$\mathbf{A}'' = \mathbf{M}''\mathbf{A}', \quad (11)$$

где

$$\mathbf{A}' = \begin{pmatrix} A'_x \\ A'_y \\ A'_z \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}'' = \begin{pmatrix} A''_x \\ A''_y \\ A''_z \end{pmatrix},$$

\mathbf{M}'' – матрица, определяющая направление луча, отраженного от двойного зеркала. Если угол между зеркалами равен 90° , то матрица имеет вид

$$\mathbf{M}'' = - \begin{pmatrix} 1 - 2p_x^2 & -2p_x p_y & -2p_x p_z \\ -2p_x p_y & 1 - 2p_y^2 & -2p_y p_z \\ -2p_x p_z & -2p_y p_z & 1 - 2p_z^2 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

где p_x, p_y, p_z – проекции орта $\bar{\mathbf{p}}$ направления ребра углового зеркала на оси координат. В рассматриваемом случае

$$\mathbf{M}'' = - \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2\omega \\ 0 & 1 & 0 \\ -2\omega & 0 & \approx 1 \end{pmatrix}.$$

При этом

$$\begin{pmatrix} A_x'' \\ A_y'' \\ A_z'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,3827 \\ 0,9239 \\ 0,7654\omega \end{pmatrix}.$$

Отсюда следует, что угол отклонения направления отраженного от углового зеркала луча от номинального направления определится как

$$\varphi = \frac{A_z''}{\sqrt{A_x''^2 + A_y''^2}} = 0,7654\omega.$$

Орт $\bar{\mathbf{V}}'$ предмета, перпендикулярный орту $\bar{\mathbf{A}}'$ и параллельный оси Oz , можно записать в виде

$$\bar{\mathbf{V}} = \bar{\mathbf{i}}B_x + \bar{\mathbf{j}}B_y + \bar{\mathbf{k}}B_z = \bar{\mathbf{V}}' = \bar{\mathbf{i}}B'_x + \bar{\mathbf{j}}B'_y + \bar{\mathbf{k}}B'_z,$$

где $B'_x = 0, B'_y = 0, B'_z = 1$.

В этом случае, совместив с ортом $\bar{\mathbf{V}}'$ луч, падающий на угловое зеркало, в соответствии с формулой (11) в виде $\mathbf{V}'' = \mathbf{M}''\mathbf{V}'$ получаем

$$\begin{pmatrix} B_x'' \\ B_y'' \\ B_z'' \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2\omega \\ 0 & 1 & 0 \\ -2\omega & 0 & \approx 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\omega \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Отсюда следует, что орт изображения поменял знак, т. е. произошли оборачивание изображения и поворот на угол $\varphi = B_x''/B_z'' = -2\omega$.

При изготовлении призм всегда возможен случай, когда одна из граней призмы может оказаться не параллельной линии пересечения (ребру) между другими гранями, например в прямоугольной призме, как показано на рис. 5. При этом призма превращается в усеченную пирамиду. Угол между ребром пересечения двух граней и плоскостью третьей грани называется ошибкой пирамидальности. На рис. 5 ошибку пирамидальности определяет угол α .

Угол пирамидальности естественно считать малой величиной. Тогда, принимая высоту пирамиды равной H , пирамидальность для каждой из граней призмы можно выразить следующими соотношениями:

$$\alpha = h_a/H, \quad \beta = h_b/H, \quad \gamma = h_c/H,$$

где h_a, h_b, h_c – длины перпендикуляров, опущенных из каждого угла призмы на противоположающую грань. Значения пирамидальности взаимосвязаны. Действительно, площадь треугольника $ABC - S = 0,5h_a a = 0,5h_b b = 0,5h_c c$, где a, b, c – стороны треугольника. Умножая площадь треугольника на отношение $(2/H)$, получаем $(2/H)S = a\alpha = b\beta = c\gamma$.

Выбор угла для определения требования к пирамидальности призмы определяется ее базированием в конструкции оптического устройства. Кроме прямоугольной призмы AP-90

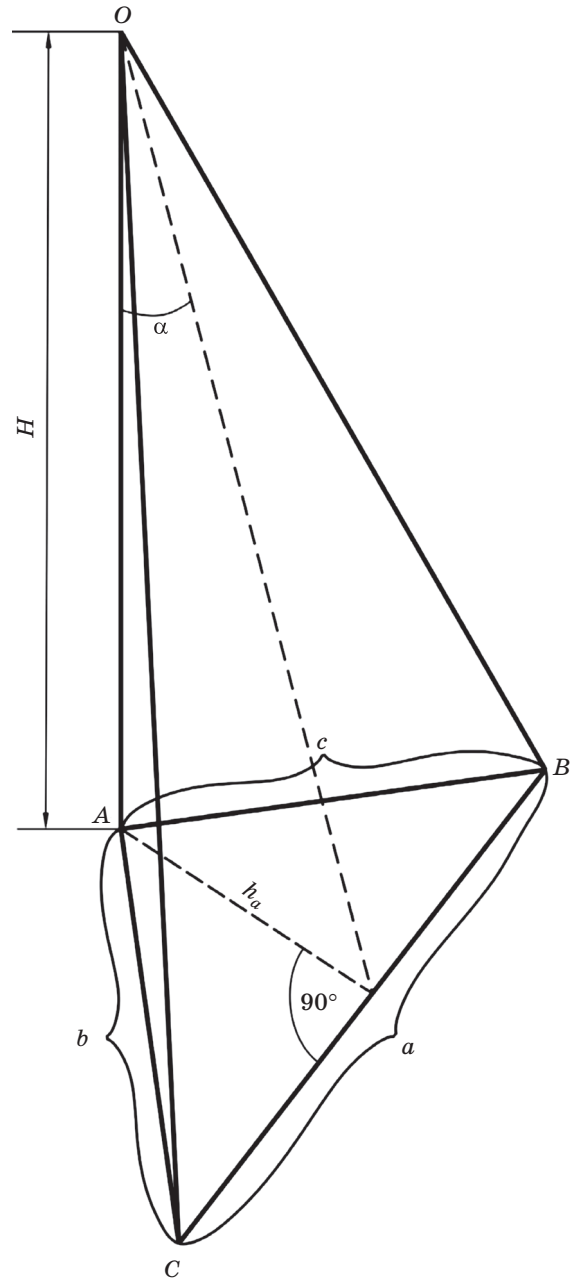


Рис. 5. Наклон грани прямоугольной призмы.

и ее производных конструкций, свойствами пирамидальности обладают такие призмы, как полупентапризма БУ-45, равнобедренная призма ВР-180, призма Шмидта ВР-45 и их производные конструкции. При наклоне одной из граней таких призм, как ромбическая призма БС-0, призма Лемана ВЛ-0, пентапризма БП-90 и их производные конструкции, пирамида не образуется, а следовательно, понятие пирамидальности к ним не применимо.

При номинальных значениях углов призмы нормали к преломляющим и отражающим граням призм параллельны плоскости главного сечения, а по сути дела, расположены в ней, т. е. все нормали к граням призм компланарны. Если одна из противолежащих ребру граней наклонена к нему, то нормаль к ней будет некомпланарна с нормалью к другим граням. Если плоскость главного сечения призмы выбрана в качестве базовой, то нормаль к любой грани призмы может быть компланарна в этой плоскости или некомпланарна (декомпланарна) к ней. Такой подход позволяет оценить в угловой мере декомпланарность нормали к любой грани относительно любой базовой плоскости, т. е. плоскости главного сечения. Следует иметь в виду, что при определении требований к декомпланарности нормалей к поверхностям призмы необходимо учитывать условия базирования призмы в процессе контроля ее параметров.

Декомпланарность поверхностей призмы приводит к отклонению осевого луча, а соответственно, и оптической оси, от номинального положения. Для определения угла отклонения луча, прошедшего через призму с декомпланарными поверхностями, применим закон преломления Декарта в векторной форме:

$$n(\bar{\mathbf{N}} \times \bar{\mathbf{A}}) = n'(\bar{\mathbf{N}} \times \bar{\mathbf{A}}'), \quad (13)$$

где $\bar{\mathbf{N}}$ – орт нормали к поверхности в точке падения луча, $\bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{A}}'$ – орты направления падающего и преломленного лучей.

Представив орты $\bar{\mathbf{N}}, \bar{\mathbf{A}}$ и $\bar{\mathbf{A}}'$ через их проекции на оси координат, получим

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{N}} &= \bar{\mathbf{i}}N_x + \bar{\mathbf{j}}N_y + \bar{\mathbf{k}}N_z, \\ \bar{\mathbf{A}} &= \bar{\mathbf{i}}A_x + \bar{\mathbf{j}}A_y + \bar{\mathbf{k}}A_z, \\ \bar{\mathbf{A}}' &= \bar{\mathbf{i}}A'_x + \bar{\mathbf{j}}A'_y + \bar{\mathbf{k}}A'_z. \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned} n(\bar{\mathbf{N}} \times \bar{\mathbf{A}}) &= n \left[\bar{\mathbf{i}}(N_y A_z - N_z A_y) - \right. \\ &\left. - \bar{\mathbf{j}}(N_x A_z - N_z A_x) + \bar{\mathbf{k}}(N_x A_y - N_y A_x) \right]. \end{aligned}$$

Аналогично определяется произведение $n'(\bar{\mathbf{N}} \times \bar{\mathbf{A}})$. В результате получаем выражение закона преломления Декарта в матричной форме

$$n \begin{vmatrix} \bar{\mathbf{i}} & \bar{\mathbf{j}} & \bar{\mathbf{k}} \\ N_x & N_y & N_z \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} = n' \begin{vmatrix} \bar{\mathbf{i}} & \bar{\mathbf{j}} & \bar{\mathbf{k}} \\ N_x & N_y & N_z \\ A'_x & A'_y & A'_z \end{vmatrix}. \quad (14)$$

Применим полученное выражение закона преломления для определения угла отклонения луча при прохождении призмы с декомпланарными поверхностями. Будем считать, что плоскость главного сечения призмы расположена в плоскости xOy . Тогда орт $\bar{\mathbf{N}}$ декомпланарной нормали к поверхности и орт $\bar{\mathbf{A}}$ падающего на нее луча после преломления на предыдущей (или одной из предыдущих) поверхности, нормаль к которой декомпланарна, можно определить их проекциями на оси координат в виде

$$\bar{\mathbf{A}} = \bar{\mathbf{i}} \cos \alpha + \bar{\mathbf{j}} \sin \alpha + \bar{\mathbf{k}} \varphi, \quad (15)$$

$$\bar{\mathbf{N}} = \bar{\mathbf{i}} \cos \beta + \bar{\mathbf{j}} \sin \beta + \bar{\mathbf{k}} \omega, \quad (16)$$

где φ – угол между ортом $\bar{\mathbf{A}}$ и плоскостью главного сечения призмы, ω – угол между ортом $\bar{\mathbf{N}}$ и плоскостью главного сечения призмы.

Подставив соответствующие величины выражений (15) и (16) в формулу (14) и приравняв соответствующие проекции при ортах $\bar{\mathbf{i}}, \bar{\mathbf{j}}, \bar{\mathbf{k}}$ в пространствах до и после преломления на поверхности, получаем систему из трех уравнений

$$\begin{aligned} n(\varphi \sin \beta - \omega \sin \alpha) &= n'(\varphi' \sin \beta - \omega \sin \alpha'), \\ n(\varphi \cos \beta - \omega \cos \alpha) &= n'(\varphi' \cos \beta - \omega \cos \alpha'), \\ n(\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta) &= \\ &= n'(\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha' \sin \beta). \end{aligned}$$

Полученные выражения легко преобразовать к виду:

$$\begin{aligned} \varphi' \sin^2 \beta &= \\ &= (n/n')(\varphi \sin^2 \beta - \omega \sin \alpha \sin \beta) + \omega \sin \alpha' \sin \beta, \\ \varphi' \cos^2 \beta &= \\ &= (n/n')(\varphi \cos^2 \beta - \omega \cos \alpha \cos \beta) + \omega \cos \alpha' \cos \beta, \\ n \sin \varepsilon &= n' \sin \varepsilon', \end{aligned}$$

где $\varepsilon, \varepsilon'$ – проекции угла падения и угла преломления луча на плоскость главного сечения призмы.

Сложив первые два выражения, в результате последующих преобразований получаем

$$\varphi' = (n/n')\varphi - \frac{n \cos(\alpha - \beta) - n' \cos(\alpha' - \beta)}{n'} \omega. \quad (17)$$

Пренебрегая малой величиной углов ω и φ в степени выше первой, получаем

$$\bar{N}_{xy} \approx \bar{i} \cos \beta_0 + \bar{j} \sin \beta_0.$$

Аналогично находим, что

$$\bar{A}_{xy} \approx \bar{i} \cos \alpha_0 + \bar{j} \sin \alpha_0.$$

Тогда $\alpha - \beta \approx \alpha_0 - \beta_0 = \varepsilon_0$, а $\alpha' - \beta \approx \alpha'_0 - \beta_0 = \varepsilon'_0$. При этом выражение (17) принимает вид

$$\varphi' = \frac{n}{n'}\varphi - \frac{n \cos \varepsilon_0 - n' \cos \varepsilon'_0}{n'} \omega. \quad (18)$$

В общем случае это выражение можно представить как

$$\varphi'_i = \frac{n_i}{n'_i} \varphi_i - \frac{n_i \cos \varepsilon_{0i} - n_{i+1} \cos \varepsilon'_{0i}}{n_{i+1}} \omega_i. \quad (19)$$

В таком виде полученное выражение представляет собой инвариант, который можно назвать инвариантом декомпланарности; ему можно придать симметричную форму

$$m_i (\varphi_i - \omega_i \cos \varepsilon_{0i}) = n_{i+1} (\varphi_{i+1} - \omega_{i+1} \cos \varepsilon_{0i+1}), \quad (20)$$

где $\varphi_{i+1} = \varphi'_i$.

Подобное выражение можно получить с помощью сферической тригонометрии [4]. Полученный инвариант (20) применим как для преломляющих, так и для отражающих поверхностей. В случае отражающих поверхностей следует принять $n' = -n$. Применяв выражение (19) последовательно к каждой из поверхностей призмы, после последней поверхности получим отклонение выходящего из призмы луча от плоскости главного сечения в виде функции от отклонений нормалей ко всем поверхностям призмы от ее главного сечения, т. е. от декомпланарности нормалей к поверхностям призмы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кожевников Ю.Г.* Оптические призмы. Проектирование, исследование, расчет. М.: Машиностроение, 1984. 152 с.
2. Вычислительная оптика. Справочник / Под общ. ред. М.М. Русинова. Л.: Машиностроение, 1984. 423 с.
3. *Погарев Г.В.* Юстировка оптических приборов. Л.: Машиностроение, 1968. 292 с.
4. *Чуриловский В.Н.* Инварианта пирамидальности // ОМП. 1932. № 11. С. 7–11.