

## НЕРЕЗОНАНСНАЯ ГЕНЕРАЦИЯ УТРОЕННЫХ ЧАСТОТ ПРИ САМОФОКУСИРОВКЕ ИМПУЛЬСОВ ИЗ МАЛОГО ЧИСЛА КОЛЕБАНИЙ В ПРОЗРАЧНЫХ ОБЪЕМНЫХ СРЕДАХ

© 2010 г. Д. В. Лашкин; Ю. А. Шполянский, канд. физ.-мат. наук

Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург

E-mail: shpolyan@mail.ru

Показано, что пренебрежение генерацией утроенных частот в уравнениях для огибающих импульсов из малого числа колебаний светового поля может приводить к существенной переоценке эффективности их самофокусировки в прозрачных объемных средах с кубической нелинейностью.

**Ключевые слова:** самофокусировка, сверхширокий спектр, суперконтинуум, огибающая, генерация третьей гармоники, предельно короткий импульс.

Коды OCIS: 260.5950, 190.7110, 320.2250.

Поступила в редакцию 19.05.2010.

### Введение

Уравнения для комплексной огибающей к настоящему времени широко применяются для описания эволюции интенсивных фемтосекундных импульсов в прозрачных средах с дисперсией и нелинейностью [1, 2]. В теоретических работах, использующих формализм огибающих, всегда учитывают эффекты самовоздействия излучения, такие как фазовая самомодуляция и самофокусировка. Еще одно важное проявление нелинейности прозрачных сред – генерация кратных частот [3, 4], однако ею, в отсутствие специальных условий фазового синхронизма, обычно пренебрегают. Также поступают и в случае предельно коротких импульсов (ПКИ) длительностью менее 10 колебаний поля. Заметим, что ширина спектра ПКИ оказывается сопоставимой с центральной частотой. Такие спектры называют сверхширокими или континуумными.

В настоящей работе показано, что для импульсов из малого числа колебаний даже нерезонансная генерация кратных частот в объемных средах может существенно влиять на эффективность самофокусировки излучения – на рост интенсивности в фокусе и уменьшение поперечного размера пространственно-временной структуры. Пренебрежение генерацией утроенных частот в общем случае приводит к переоценке эффективности фокусировки.

### Уравнение для комплексной огибающей излучения со сверхшироким спектром

Параксиальная эволюция фурье-спектра комплексной огибающей

$$\varepsilon(\omega) = F(\varepsilon(t)) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon(t) \exp(-i\omega t) dt$$

электрического поля  $E$  в прозрачной среде с дисперсией и кубической нелинейностью электронной природы может быть описана уравнением [2–4]

$$\frac{\partial \varepsilon(\omega)}{\partial z} + ik(\omega + \omega_0)\varepsilon(\omega) + F[N_t(\varepsilon(t))] = -\frac{i}{2k(\omega + \omega_0)} \Delta_{\perp} \varepsilon(\omega). \quad (1)$$

Здесь  $z$  – направление, вдоль которого распространяется излучение,  $t$  – время,  $\omega$  – частота,  $\omega_0$  – центральная частота,  $k$  – константа распространения,  $\Delta_{\perp}$  – поперечный лапласиан,  $N_t$  – оператор, учитывающий влияние нелинейности среды во временной области, –

$$N_t(\varepsilon(t)) = \frac{3\pi\chi}{2cn_0} \left\{ \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon|\varepsilon|^2) + i\omega_0\varepsilon|\varepsilon|^2 \right] + \varepsilon^2 \left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + i\omega_0\varepsilon \right] \exp(2i\omega_0 t) \right\}, \quad (2)$$

где  $n_0 = n(\omega_0)$ ,  $n(\omega) = ck(\omega)/\omega$  – линейный показатель преломления,  $\chi$  – нелинейная кубиче-

ская восприимчивость,  $c$  – скорость света в вакууме.

Слагаемое в правой части (1) описывает поперечные пространственные эффекты. Несложно показать, что оно включает в себя оператор самоукручения self-steepening заднего фронта [2], который необходимо использовать в случае ПКИ.

В (2), кроме привычных слагаемых, описывающих самовоздействие излучения (первые квадратные скобки в правой части), учтены также слагаемые с осциллирующим множителем  $\exp(2i\omega_0 t)$ , описывающие генерацию утроенных частот и их взаимодействие с излучением на основных частотах [3, 4], которыми обычно пренебрегают.

### Численное моделирование

Приведем результаты расчетов пространственно-временной эволюции осесимметричного ПКИ интенсивностью  $I = 1,6 \times 10^{13}$  Вт/см<sup>2</sup> в аргоне при атмосферном давлении, с параметрами, соответствующими экспериментам [5]. Начальное распределение электрического поля импульса на входе в среду ( $z = 0$ ) задавалось в виде

$$E(z, r, t)|_{z=0} = E_0 \exp\left(-2\frac{r^2}{\Delta r_0^2}\right) \exp\left(-2\frac{t^2}{\tau_0^2}\right) \sin(\omega_0 t), \quad (3)$$

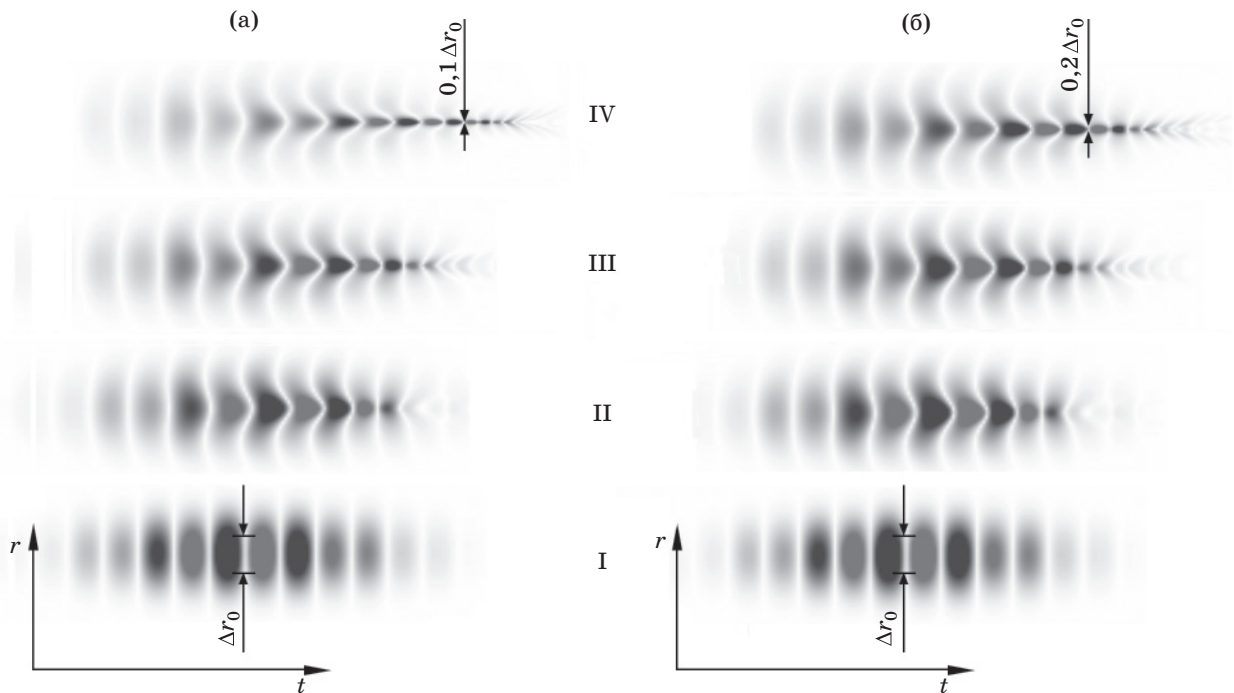
где  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $x$  и  $y$  – поперечные координаты,  $E_0$  – амплитуда электрического поля,  $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$  – центральная частота,  $\lambda_0 = 800$  нм – центральная длина волны,  $\tau_0 = 6$  фс – начальная длительность,  $\Delta r_0 = 0,4$  мм – поперечная ширина пучка по уровню  $e^{-1}$  от максимума интенсивности. Электрическое поле связано с огибающей известным соотношением

$$E(t) = 0,5\varepsilon(t)\exp(i\omega_0 t) + \text{к.с.},$$

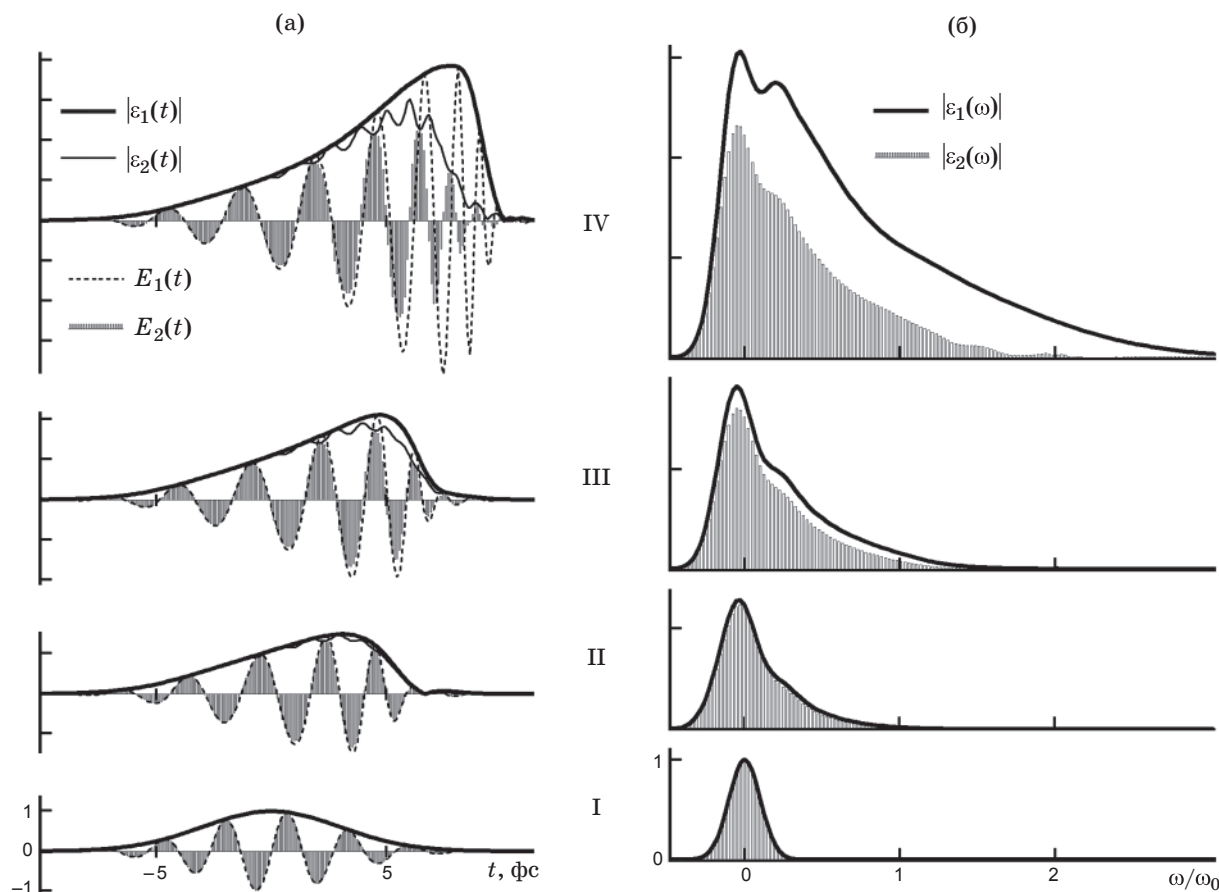
где “к.с.” обозначает комплексное сопряжение.

Частотная зависимость линейного показателя преломления аргона имеет вид  $n(\omega) = N_0 + a\omega^2$ , где  $N_0 = 1,005$ ,  $a = 1,4668 \times 10^{-45}$  с<sup>3</sup> м<sup>-1</sup> [6]. Коэффициент нелинейного показателя преломления аргона оценивается как  $\tilde{n}_2 = 1,4 \times 10^{-19}$  см<sup>2</sup>/Вт [5],  $\tilde{n}_2[\text{см}^2/\text{кВт}] = (4\pi^2/n^2_0)\chi$  [СГСЭ].

На рис. 1 и 2 представлены результаты численного решения (1) с учетом и без учета в (2) слагаемых, ответственных за генерацию утроенных частот. На рис. 1 показана эволюция про-



**Рис. 1.** Пространственно-временная эволюция электрического поля ПКИ без учета (а) и с учетом (б) генерации утроенных частот в системе координат, сопровождающей импульс с его групповой скоростью. Слои I–IV – расстояния  $z$ , соответственно равные 0, 10, 12,5 и 15 см.



**Рис. 2.** Приосевая ( $r = 0$ ) эволюция огибающей и электрического поля ПКИ (а) и спектральной плотности огибающей (б) без учета (1) и с учетом (2) утроенных частот. Значения отнесены к своим максимумам при  $z = 0$ . Система координат и слои I–IV те же, что на рис. 1.

странственно-временных распределений электрического поля. На рис. 2а показаны срезы на оси пучка ( $r = 0$ ) электрического поля и временной огибающей, а на рис. 2б – спектры огибающей. Из рисунков видно, что в рассматриваемом режиме происходит самофокусировка ПКИ, которая проявляется в поперечном сжатии и возрастании значений поля в приосевой области. Сопоставление результатов расчетов с учетом и без учета утроенных частот позволяет наблюдать качественные различия. Утроенные частоты существенно видоизменяют профиль временной огибающей. В приосевой области образуются высокочастотные колебания, определяемые быстро осциллирующим множителем  $\exp(2i\omega_0 t)$ . По мере распространения утроенные частоты отстают от основной части импульса в условиях нормальной групповой дисперсии и уносят часть энергии, ограничивая рост поля и поперечное сжатие структуры. Различия размеров формирующейся перетяжки достигают

2 раз к расстоянию  $z = 15$  см (рис. 1). Приблизительно так же, но в обратную сторону различаются максимальные значения интенсивности, пропорциональной квадрату модуля огибающей (рис. 2а). Предсказания ширины формирующегося спектра на оси пучка различаются почти в 1,5 раза (рис. 2б).

### Заклучение

Получено численное решение уравнения для комплексной огибающей осесимметричного ПКИ в объемной среде. Показано, что для ПКИ с длительностью 6 фс и интенсивностью  $I = 1,6 \times 10^{13}$  Вт/см<sup>2</sup> пренебрежение в уравнении для огибающей членом, ответственным за генерацию утроенных частот, приводит к переоценке эффективности самофокусировки и, как следствие, мощности “синего” крыла спектра.

Работа профинансирована грантом Президента Российской Федерации для государст-

венной поддержки молодых российских ученых  
№ МК-844.2009.2.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С.* Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. М.: Наука, 1988. 312 с.
  2. *Brabec Th., Krausz F.* Nonlinear optical pulse propagation in the single-cycle regime // *Phys. Rev. Lett.* 1997. V. 78. № 7. P. 3282–3285.
  3. *Bespalov V.G., Kozlov S.A., Shpolyanskiy Yu.A., Walmsley I.A.* Simplified field wave equations for the nonlinear propagation of extremely short light pulses // *Physical Review A.* 2002. V. 66. P. 013811(1-10).
  4. *Genty G., Kinsler P., Kibler B., Dudley J.M.* Nonlinear envelope equation modeling of sub-cycle dynamics and harmonic generation in nonlinear waveguides // *Optics Express.* 2007. V. 15. № 9. P. 5382–5387.
  5. *Aközбек N., Trushin S.A., Baltuska A., Fub W., Goulielmakis E., Kosma K., Krausz F., Panja S., Uiberacker M., Schmid W.E., Becker A., Scslora M., Bloemer M.* Extending the supercontinuum spectrum down to 200 nm with few-cycle pulses // *New J. Phys.* 2006. № 8. P. 3–5.
  6. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1973. 720 с.
-