

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТВЕРДОТЕЛЬНОГО ЛАЗЕРА С ДИОДНОЙ НАКАЧКОЙ И ПАРАМЕТРИЧЕСКИМ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕМ ЧАСТОТЫ ИЗЛУЧЕНИЯ

© 2008 г. С. В. Гагарский, канд. физ.-мат. наук; П. А. Гнатюк; В. В. Назаров, канд. техн. наук; К. В. Приходько, канд. физ.-мат. наук; Л. В. Хлопонин; В. Ю. Храмов, доктор техн. наук

Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург

E-mail: v_v_nazarov@mail.ru

Разработана численная модель твердотельного моноимпульсного лазера с параметрическим генератором света, позволяющая исследовать пространственные и энергетические характеристики излучения параметрической генерации с учетом эффектов дифракции излучения накачки, сигнальной и холостой волн в резонаторе параметрического генератора света (ПГС), а также взаимодействия с излучением накачки в объеме нелинейного кристалла ПГС. Проведены численные исследования пространственных и энергетических характеристик излучения внерезонаторного ПГС, возбуждаемого излучением моноимпульсного Nd:YVO₄-лазера с диодной накачкой. Приводятся результаты численной оптимизации конфигурации резонатора ПГС, позволяющей улучшить яркостные характеристики излучения параметрической генерации на длине волны 1,57 мкм. Проведено сравнение энергетических характеристик излучения параметрической генерации для линейной и кольцевой схем построения резонаторов ПГС.

Коды OCIS: 140.3530, 190.4970.

Поступила в редакцию 18.09.2007.

Введение

В настоящее время в дальнометрии, системах оптической связи, при проведении лидарных исследований широкое применение нашли лазерные излучатели, включающие параметрические генераторы света (ПГС), что позволяет получать излучение генерации в диапазоне 1,5–2 мкм [1–3]. Необходимым условием эффективного преобразования накачки в ПГС является высокий уровень плотности мощности излучения накачки, требуемой для возбуждения параметрической генерации в нелинейном кристалле ПГС [4]. Твердотельные лазерные системы с ламповой накачкой, удовлетворяющие вышеизложенным требованиям, могут быть построены по схеме, предусматривающей размещение ПГС внутри резонатора лазера накачки [5, 6]. Подобная схема тем не менее не обеспечивала достаточно высокие значения энергии импульса параметрического излучения на частоте сигнальной волны вследствие обратного влияния ПГС на условия генерации излучения накачки на этапе развития моноимпульса. Повысить энергию импульса и яркость выходного излучения представляется возможным в случае внерезонаторной схемы накачки ПГС при сохранении высокой частоты следования импульсов, что легко может быть достигнуто в случае накачки ПГС излучением твердотельного лазера с диодной накачкой.

В процессе создания лазерных излучателей, включающих ПГС, особое место занимает оптимизация оптических систем ПГС, позволяющая улучшить пространственно-энергетические характеристики параметрической генерации, что является существенным для многих приложений. Проведение оптимизации тесно связано с созданием и использованием численных моделей ПГС, позволяющих исследовать влияние ряда физических факторов на пространственные и энергетические характеристики излучения параметрической генерации. В настоящей работе приведены результаты численных исследований, полученные в ходе проектирования ПГС, предназначенного для использования в составе комплекса, включающего в качестве источника излучения накачки разработанный ранее Nd:YVO₄-лазер.

Моделирование твердотельного импульсного лазера с ПГС

В настоящее время существует множество численных моделей, позволяющих проводить изучение процессов параметрической генерации. Известны, например, простейшие модели [7–9], описывающие динамику трехволнового взаимодействия в приближении плоских волн, но не учитывающие ряд существенных эффектов, таких как двулучепреломле-

ние и дифракция. Данные недостатки были преодолены в моделях [10, 11], позволивших получать пространственные распределения интенсивности взаимодействующих пучков, а также динамику мощности излучения параметрической генерации. В работе [12] было проведено исследование динамики пространственного распределения интенсивности сигнала в условиях высокой эффективности пространственного преобразования. Данная модель основана на комбинации известных уравнений нелинейной связи с уравнениями, описывающими пространственное преобразование пучков в анизотропных средах.

Тем не менее все перечисленные модели ограничиваются рассмотрением пространственных характеристик излучения в ближней зоне без учета их углового спектра. Между тем расходимость излучения определяет такие важные параметры пучка, как яркость и качество пучка M^2 .

В настоящей статье описывается разработанная нами математическая модель твердотельного лазера с ПГС, позволяющая проводить расчет пространственно-временной структуры поля излучения накачки с учетом процессов дифракции излучения в резонаторе и усиления излучения в активной среде лазера. Расчет пространственно-временной структуры поля излучения в резонаторе ПГС на частоте сигнальной волны проводился с учетом процессов дифракции сигнальной и холостой волн в резонаторе ПГС, параметрического коллинеарного трехволнового взаимодействия сигнальной, холостой волн и волны накачки в объеме нелинейного кристалла.

Для описания внутрирезонаторного поля лазера накачки была применена модель устойчивого резонатора в режиме модулированной добротности с учетом дифракции излучения внутрирезонаторного поля и динамики изменения плотности инверсной населенности в активной среде лазера в процессе генерации.

Пространственное распределение внутрирезонаторного поля излучения накачки считалось радиально симметричным и рассчитывалось с учетом процесса дифракции. В терминах числа Френеля и безразмерных радиальных координат дифракционный интеграл определяется выражением [13]

$$x_2 u_2(a_2 x_2) = j \exp\left(-j2\pi \frac{N_F}{2} x_2^2\right) \times \int_0^1 u_1(a_1 x_1) \exp\left(-j2\pi \frac{N_F}{2} x_1^2\right) \times 2\pi N_F x_1 x_2 J_0(2\pi N_F x_1 x_2) dx_1, \quad (1)$$

где $u_1(a_1 x_1)$ и $u_2(a_2 x_2)$ – радиальные распределения комплексных амплитуд поля в излучающей и при-

нимающей плоскостях соответственно, L – расстояние между плоскостями, a_1, a_2 – радиусы излучающей и принимающей апертур; $N_F = a_1 a_2 / \lambda L$ – число Френеля, $J_0(x)$ – функция Бесселя, $x_1 = r_1/a_1$ и $x_2 = r_2/a_2$ – безразмерные радиальные координаты.

При использовании трансформации Гарднера ($x_1 = \rho_1 \exp(\alpha x)$, $x_2 = \rho_2 \exp(\alpha y)$) выражение (1) приобретает вид

$$\psi_2(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) g(x+y) dx,$$

где

$$\psi_2(y) = \rho_2 \exp(\alpha y) u_2(a_2 \rho_2 \exp(\alpha y)) \times \frac{1}{j} \exp\left(j2\pi \frac{N_F}{2} \rho_2^2 (\exp(\alpha y))^2\right), \quad (2)$$

$$f(x) = \rho_1 \exp(\alpha x) u_1(a_1 \rho_1 \exp(\alpha x)) \times \exp\left(-j2\pi \frac{N_F}{2} \rho_1^2 (\exp(\alpha x))^2\right),$$

$$g(x+y) = \alpha [2\pi N_F \rho_1 \rho_2 \exp(\alpha(x+y))] \times J_0(2\pi N_F \rho_1 \rho_2 \exp(\alpha(x+y))).$$

Значения функции $\psi_2(y)$ для дискретных переменных $x = n$ и $y = m$ можно определить с помощью алгоритма на основе быстрого преобразования Фурье (FFT) [13]

$$f(n) \rightarrow \text{FFT} \rightarrow F(n), \quad g(n) \rightarrow \text{FFT} \rightarrow G(n);$$

$$\Psi_2(n) = F(n)G^*(n), \quad \Psi_2(n) \rightarrow \text{FFT} \rightarrow \psi_2(n).$$

Искомая функция $u_2(a_2 \rho_2 \exp(\alpha y))$ легко определяется из выражения (2).

Для моделирования процесса усиления излучения накачки в среде с инверсной населенностью используется представление внутрирезонаторного поля в виде последовательности импульсов излучения равной длительности. Для каждого импульса распределение поля считается не зависимым от продольной координаты.

Изменение радиального распределения плотности энергии импульсов $W(r) = I(r)dt$ (где $I(r)$ – интенсивность излучения, dt – длительность импульса) при их прохождении через активный элемент на i -м шаге оценивалась на основе теории усиления импульса излучения в активной среде [14]

$$W_2(r) = W_s \ln \left[1 + K_i(r) \left(\exp\left(\frac{W_1(r)}{W_s}\right) - 1 \right) \right], \quad (3)$$

где W_1 и W_2 – плотности энергии соответственно на входе и выходе среды, W_s – плотность энергии на-

сыщения активной среды, $K_i(r) = \exp(L_a \sigma U(r))$ – коэффициент усиления слабого сигнала (L_a – длина активной среды, σ – поперечное сечение вынужденного перехода, U – плотность инверсной населенности). После прохождения импульса в среде устанавливается новое распределение коэффициента усиления

$$K_{i+1}(r) = K_i(r) \exp \frac{W_1(r) - W_2(r)}{W_s}. \quad (4)$$

На основе уравнений (3) и (4) последовательно рассчитывается прохождение через активный слой одного импульса, распространяющегося в прямом направлении (к выходному зеркалу), и одного – в обратном направлении.

Угловой спектр излучения определяется спектром Фурье исходного радиального распределения комплексной амплитуды [15]

$$G(\rho) = 2\pi \int_0^{\infty} r g_R(r) J_0(2\pi r \rho) dr, \quad (5)$$

где $g_R(r)$ – радиальное распределение комплексной амплитуды, r – радиальная координата, $\rho = \theta/\lambda$ – пространственная частота, θ – угловая координата, λ – длина волны. При переходе к безразмерным

координатам $r' = ar$ и $\theta' = \frac{\theta}{\lambda/a}$ (a – радиус излучающей апертуры) выражение (5) приобретает вид

$$\theta' g(\theta') = 2\pi \int_0^{\infty} r' f(r') \theta' J_0(2\pi \theta' r') dr', \quad (6)$$

где $f(r') = a g_R(ar')$, $g(\theta') = \frac{1}{a} G\left(\frac{\theta'}{a}\right)$.

После преобразования Гарднера [15] ($r' = r'_0 \exp(\alpha x)$, $\theta' = \theta'_0 \exp(\alpha x)$) выражение (6) приводится к виду

$$g_0(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f_0(x) j_0(x+y) dx, \quad (7)$$

где

$$g_0(y) = \theta' g(\theta') = \theta'_0 \exp(\alpha y) g(\theta'_0 \exp(\alpha y)), \quad (8)$$

$$f_0(x) = r' g(r') = r'_0 \exp(\alpha x) f(r'_0 \exp(\alpha x)),$$

$$j_0(x+y) = \alpha 2\pi r'_0 \theta'_0 \exp(\alpha(x+y)) \times \\ \times J_0(2\pi r'_0 \theta'_0 \exp(\alpha(x+y))).$$

Значения функции $g_0(m)$ для дискретных переменных $x = n$ и $y = m$ можно определить с помощью ал-

горитма (аналогичного рассмотренному выше) на основе быстрого преобразования Фурье [15]

$$f_0(n) \rightarrow \text{FFT} \rightarrow F(n), \quad j_0(m) \rightarrow \text{FFT} \rightarrow J(m), \\ G(n) = F(n) J^*(n), \quad G(n) \rightarrow \text{FFT} \rightarrow g_0(n). \quad (9)$$

Используя соотношение (8), легко найти искомую функцию $g(\theta')$, определяющую угловой спектр излучения.

В процессе генерации моноимпульса накачки усиление излучения параметрической генерации осуществляется за счет взаимодействия импульсов малой длительности сигнальной и холостой волн и излучения накачки при прохождении нелинейного кристалла в прямом (к выходному зеркалу) и обратном (к заднему зеркалу) направлениях. Изменение абсолютных значений амплитуд взаимодействующих волн в каждой точке поперечного сечения находится путем решения укороченных уравнений [4], описывающих процесс параметрического коллинеарного взаимодействия волн в нелинейной квадратичной среде в приближении оптимальной фазовой расстройки

$$da_1/dz + \delta_1 a_1 - \sigma_1 a_2 a_3 = 0, \\ da_2/dz + \delta_2 a_2 - \sigma_2 a_1 a_3 = 0, \\ da_0/dz + \delta_0 a_3 + \sigma_0 a_1 a_2 = 0, \quad (10)$$

где a_i – абсолютные значения амплитуд взаимодействующих волн, δ_i – коэффициенты диссипативных потерь, σ_i – коэффициенты нелинейной связи. Индексы 0, 1, 2 относятся к волнам накачки, сигнала и холостой волне соответственно. Поперечные распределения комплексных амплитуд сигнальной и холостой волн рассчитывались с учетом дифракции при распространении излучения в резонаторе ПГС с использованием соотношений (1), (2), а угловой спектр с помощью алгоритма (9).

Схемы резонаторов лазера накачки и ПГС, используемые в численной модели, приведены на рис. 1. Схема резонатора ПГС является симметричной: выходное и заднее зеркала резонатора ПГС имели одинаковый радиус кривизны, значение которого в ходе численных расчетов варьировалось. Оба зеркала резонатора имеют минимальный коэффициент отражения для излучения накачки, коэффициент отражения R_i для холостой волны выбирался равным 0,3 для получения однорезонаторного режима параметрической генерации. На частоте сигнальной волны заднее зеркало резонатора имело максимальный коэффициент отражения, коэффициент отражения выходного зеркала резонатора R_s в процессе проведения расчетов варировался.

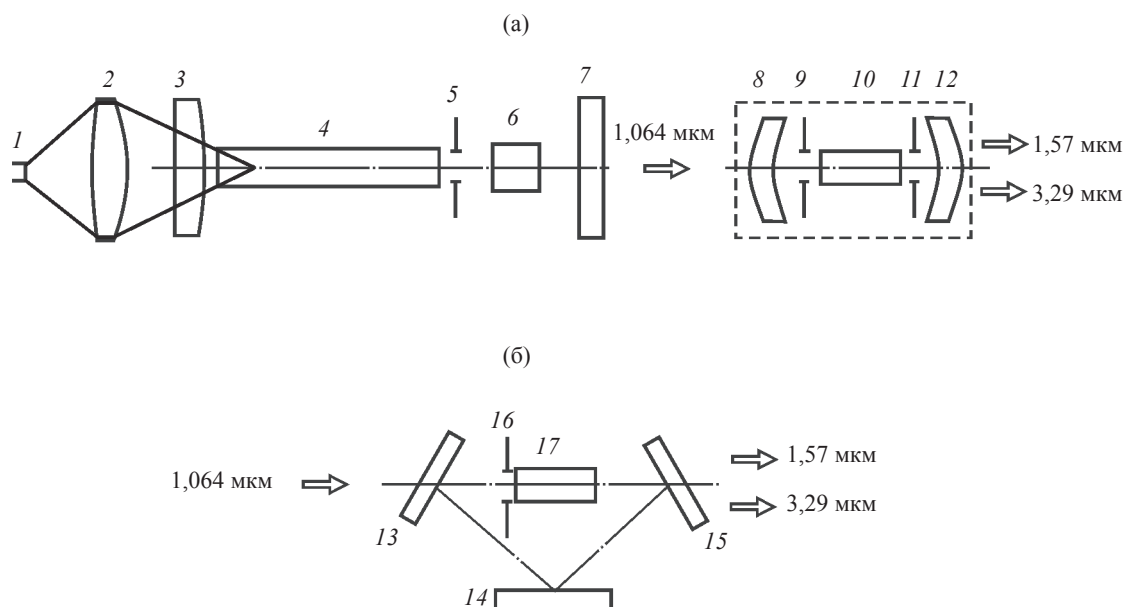


Рис. 1. Схемы резонаторов лазера накачки и резонатора ПГС, построенного по линейной (а) и кольцевой (б) схемам. 1 – наконечник оптоволокна, 2 – фокусирующая система, 3 – “глухое” зеркало резонатора лазера накачки HR@1064 нм AR@807 нм, 4 – активный элемент 0,25% Nd:YAG 3×3×12 мм, 5 – диафрагма, 6 – электрооптический затвор, 7 – выходное зеркало $R = 60\%$, 8, 13, 14 – “глухие” зеркала ПГС; 12, 15 – выходные зеркала ПГС; 10, 17 – кристалл КТР 4×4×20 мм; 9, 11, 16 – диафрагмы.

Результаты численных исследований

Разработанная численная модель позволяет учитывать особенности уже созданных твердотельных лазерных систем, которые могут быть использованы как источники излучения накачки ПГС. В данной работе в качестве источника накачки рассмотрен твердотельный Nd:YVO₄-лазер с продольной схемой диодной накачки, позволяющий получать импульсы излучения генерации ($\tau = 5\text{--}10$ нс) на длине волны 1,064 мкм с энергией до 1,5 мДж при частоте следования 2 кГц. (см. рис. 1). Излучение накачки, поступающее из оптоволокна, с помощью фокусирующей системы со стороны “глухого” зеркала резонатора концентрируется в активном элементе 0,25%-Nd:YVO₄ 3×3×12 мм. База резонатора составляет 155 мм, плосковыпуклое “глухое” зеркало имеет радиус кривизны 400 мм для компенсации влияния тепловой линзы в активном элементе. Модуляция добротности осуществляется электрооптическим затвором. Длительность импульсов диодной накачки составляет 100 мкс, интервал между импульсами 400 мкс.

Экспериментальные зависимости энергии (рис. 2а, кривая 1) и длительности импульса генерации (рис. 2б, кривая 1) Nd:YVO₄-лазера от энергии импульса диодной накачки демонстрируют хорошее соответствие результатам численного расчета (кри-

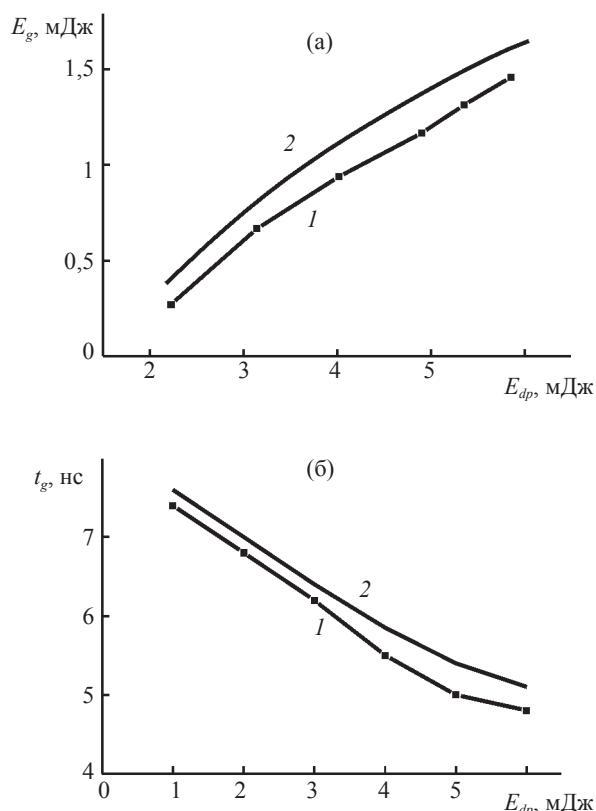


Рис. 2. Зависимости энергии (а) и длительности (б) импульса генерации Nd:YVO₄-лазера от энергии импульса диодной накачки. 1 – результаты экспериментальных исследований, 2 – результаты численного расчета. Частота повторения импульсов 2 кГц.

вые 1), что свидетельствует о достоверности разработанной численной модели. При увеличении мощности диодной накачки энергия импульса генерации монотонно изменяется в диапазоне 0,2–1,5 мДж, а длительность импульса сокращается с 7 до 5 нс, при этом дифференциальная эффективность достигает 30%.

С помощью разработанной модели была проведена оптимизация резонаторов ПГС для улучшения яркостных характеристик излучения сигнала. При проведении расчетов были рассмотрены как линейная (рис. 1а), так и кольцевая (рис. 1б) схемы построения резонаторов ПГС. В качестве нелинейного кристалла был рассмотрен кристалл КТР. В ходе проведения расчетов изменялись кривизна зеркал резонатора ПГС, коэффициенты отражения зеркал на сигнальной (1,57 мкм) и холостой (3,29 мкм) длинах волн, учитывались потери сигнальной и холостой волн и волны накачки в кристалле КТР.

В ходе численных исследований определялись пространственно-энергетические характеристики излучения сигнала на длине волны 1,57 мкм в зависимости от изменения энергетических и временных параметров излучения накачки на длине волны 1,064 мкм, соответствующих изменению мощности диодной накачки (рис. 2). На рис. 3 приведены зависимости энергии импульса параметрической генерации и качества пучка на частоте сигнальной волны от энергии импульса диодной накачки. Численные данные были получены при коэффициенте отражения зеркал резонатора ПГС для холостой волны $R_i = 0,3$ и оптимальных значениях коэффициента отражения выходного зеркала на частоте сигнала в диапазоне $R_s = 0,6–0,8$. База резонатора ПГС в рамках численной модели была выбрана минимально возможной при длине нелинейного кристалла 20 мм. Результаты численной оптимизации кривизны сферических зеркал резонатора ПГС показали, что наилучшие энергетические характеристики достигаются при радиусе кривизны зеркал порядка 0,5 м. В случае плоского резонатора энергия сигнала существенно снижается, поскольку плоский резонатор обеспечивает существенно меньший уровень плотности мощности сигнальной и холостой волн в объеме нелинейного кристалла. Из рис. 3а видно, что при увеличении энергии импульса и сокращении длительности импульса накачки энергия сигнала возрастает, при этом дифференциальная эффективность параметрического преобразования достигает 35%.

С помощью описанной выше модели, позволившей провести численную оценку пространственных характеристик параметрической генерации в ближней и дальней зонах, был определен параметр M^2

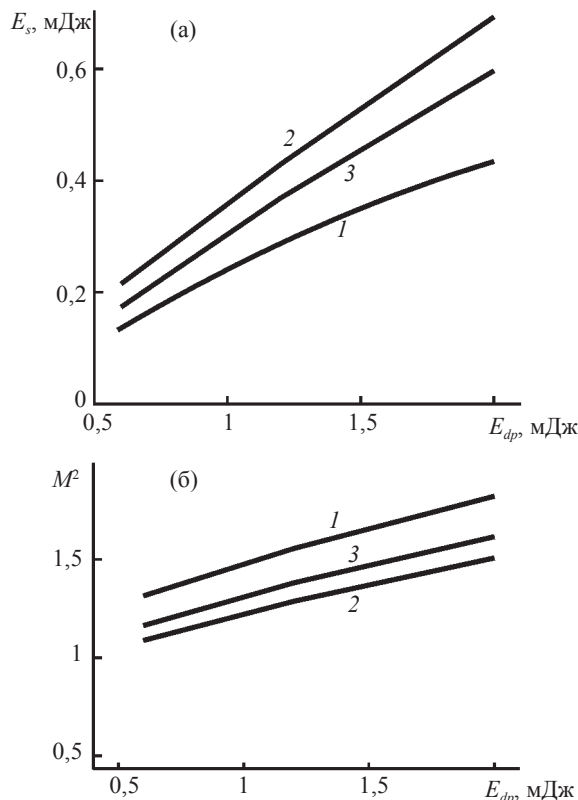


Рис. 3. Зависимости энергии импульса параметрической генерации (а) и качества пучка (б) на частоте сигнальной волны от энергии импульса накачки для вариантов плоского резонатора ПГС (1) и резонаторов с радиусами кривизны зеркал 0,5 (2) и 0,35 м (3).

на частоте сигнальной волны. В большинстве известных работ для определения значения M^2 используется специальная методика, основанная на анализе характеристик пучка излучения в ближней зоне (см., например, [12]). Разработанная нами численная модель, позволившая определить расходимость излучения сигнала, дает возможность применить для оценки величины M^2 хорошо известное на практике соотношение

$$M^2 = \frac{\pi}{4\lambda} \Theta d,$$

где λ – длина волны генерации, Θ – диаметр пучка излучения генерации, Q – расходимость.

Результаты численных исследований параметра качества пучка (рис. 3б) показали, что наилучшее значение качества пучка сигнальной волны достигается в сферических резонаторах с радиусами кривизны 0,5 и 0,35 м. Качество пучка излучения в плоском резонаторе (кривая 1) существенно снижается по сравнению с вариантами сферических резонаторов (кривые 2 и 3) вследствие того, что диаметр пучка излучения для плоского резонатора значительно превышает значения диаметров пучков,

характерных для сферических резонаторов при сравнимых значениях расходимости.

На основе полученных данных по пространственно-энергетическим характеристикам излучения построены зависимости яркости излучения сигнала от энергии импульса накачки (рис. 4). Яркость излучения сигнала L определялась из соотношения

$$L \approx \frac{E_s}{d^2 \Theta^2},$$

где E_s – энергия импульса генерации на частоте сигнальной волны, d – диаметр пучка излучения сигнальной волны, Θ – расходимость пучка излучения сигнальной волны. Из характера кривых видно, что наибольшие значения яркости сигнала достигают-

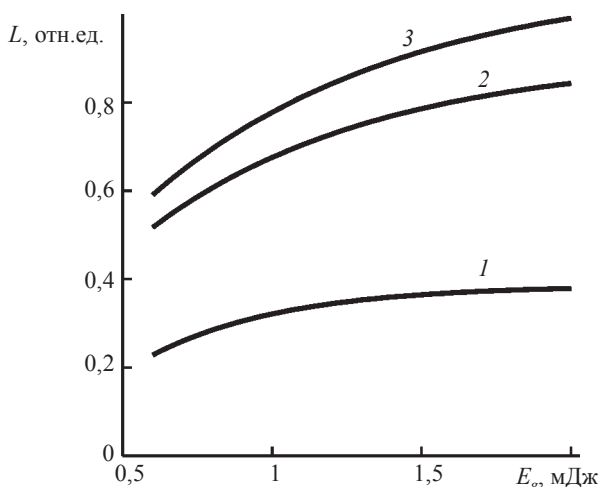


Рис. 4. Зависимости яркости излучения сигнала от энергии импульса накачки для вариантов плоского резонатора ПГС (1) и резонаторов с радиусами кривизны зеркал 0,5 (2) и 0,35 м (3).

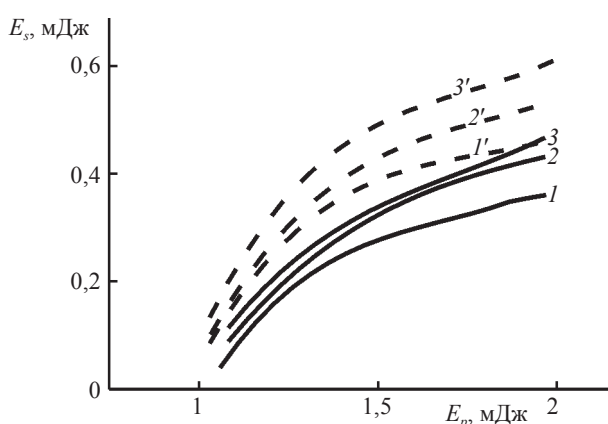


Рис. 5. Зависимости энергии импульса сигнала от энергии импульса накачки для плоского резонатора ПГС, построенного по линейной (1–3) и кольцевой (1'–3') схемам для коэффициентов отражения зеркал резонатора ПГС для холостой волны $R_i = 0,15$ (кривые 1, 1'), $R_i = 0,3$ (кривые 2, 2') $R_i = 0,9$ (кривые 3, 3').

ся при оптимальной кривизне зеркал резонатора ПГС, равной 0,5 м.

В процессе численного моделирования проведено сравнение энергетической эффективности параметрической генерации для плоских резонаторов ПГС, построенных по линейной и кольцевой схемам. Численные данные были получены для трех значений коэффициента отражения зеркал для холостой волны $R_i = 0,15$, $R_i = 0,3$ и значения $R_i = 0,9$, соответствующего двухрезонаторному режиму параметрической генерации. Результаты численных исследований показали, что эффективность параметрической генерации в случае кольцевой схемы резонатора существенно выше, чем в случае линейной схемы (рис. 5). В рамках разработанной численной модели более низкие значения эффективности в случае линейной схемы можно объяснить дополнительными потерями излучения сигнальной и холостой волн (по данным [16] потери в КТР на длине волны 3,29 мкм составляют $0,5 \text{ см}^{-1}$) в нелинейном кристалле при обратном проходе излучения в резонаторе ПГС.

Выводы

Разработана численная модель твердотельного моноимпульсного лазера с параметрическим генератором света, позволяющая исследовать пространственные и энергетические характеристики излучения параметрической генерации с учетом эффектов дифракции излучения накачки, сигнальной и холостой волн в резонаторе ПГС, а также взаимодействия с излучением накачки в объеме нелинейного кристалла ПГС.

С помощью разработанной математической модели моноимпульсного твердотельного лазера с ПГС, учитывающей процессы дифракции и усиления излучения лазерной и параметрической генерации, проведено исследование пространственно-энергетических характеристик излучения на частоте сигнальной волны.

Проведена численная оптимизация оптических схем резонаторов ПГС, позволившая улучшить яркостные характеристики параметрической генерации при внрезонаторной схеме накачки ПГС.

Данная работа была выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ (гранты в области фундаментальных наук РНП.2.1.1.2.4867, 1.08.05 и 1.10.05).

ЛИТЕРАТУРА

1. Marshall L.R., Kaz A. Eye-safe output from noncritically phase-matched parametric oscillators // JOSA B. 1993. V. 10. № 9. P. 1730–1736.

2. *Naumov V.L., Onischenko A.M., Podstavkin A.S.* Miniature optical parametric 1064/1573 nm converter // Proc. of X Conference on Laser Optics. St-Petersburg, Russia, 2000.
3. *Chung J., Siegman A.E.* Singly resonant continuous-wave mode-locked KTiOPO₄ optical parametric oscillator pumped by a Nd:YAG laser // JOSA B. 1993. V. 10. № 11. P. 2201–2210.
4. *Дмитриев В.Г., Тарасов Л.В.* Прикладная нелинейная оптика: генераторы второй гармоники и параметрические генераторы света. М.: Радио и связь, 1982. 352 с.
5. *Калинцев А.Г., Назаров В.В., Хлопонин Л.В., Храмов В.Ю.* Исследование квазинепрерывного внутрирезонаторного ПГС с длиной волны генерации 1,54 мкм // Сб. статей “Оптические и лазерные технологии”. СПб.: СПбГИТМО (ТУ), 2001. С. 84–94.
6. *Калинцев А.Г., Назаров В.В., Хлопонин Л.В., Храмов В.Ю.* Исследование динамики внутрирезонаторной параметрической генерации на длине волны 1,54 мкм // Оптический журнал. 2002. № 3. Т. 6. С. 54–58.
7. *Debuisschert T., Raffy J., Pocholle J.-P., Pauchon M.* Intracavity optical parametric oscillator: study of the dynamics in pulsed regime // JOSA B. 1996. V. 13. P. 1569–1587.
8. *Turnbull G.A., Dunn M.H., Ebrahimzadeh M.E.* Continuous-wave intracavity optical parametric oscillators an analysis of power characteristics // Appl. Phys. B. 1988. V. 66. № 6. P. 701–710.
9. *Cassedy E.S., Jain M.* A Theoretical study of injection tuning of optical parametric oscillators // IEEE J. Quant. Electr. 1979. V. 15. № 11. P. 1290–1300.
10. *Smith A.V., Alford W.J., Raymond T.D., Bowers M.S.* Comparison of a numerical model with measured performance of a seeded nanosecond parametric oscillator // JOSA B. 1995. V. 12. № 11. P. 2253–2267.
11. *Armstrong D.J., Alford W.J., Raymond T.D., Smith A.V., Bowers M.S.* Parametric amplification and oscillation with walkoff-compensating crystals // JOSA B. 1997. V. 14. № 2. P. 460–474.
12. *Urshell R., Borsutzky A.* Wallenstein Numerical analysis of the spatial behavior of nanosecond optical parametric oscillators of beta-barium borate // Appl. Phys. B. 2000. V. 70. P. 203–210.
13. *Murphy W.D., Bernabe M.L.* Numerical procedures for solving nonsymmetric eigenvalue problems associated with optical resonators // Appl. Opt. 1978. V. 17. P. 2358–2365.
14. *Franz L.M., Nodvik J.S.* Theory of pulse propagation in a laser amplifier // J. Appl. Phys. 1963. V. 34. P. 2346–2349.
15. *Siegman A.E.* Quasi fast Hankel transform // Opt. Lett. 1977. V. 1. P. 13–15.
16. *Наумов В.Л., Онищенко А.М., Подставкин А.С., Шестаков А.В.* Внерезонаторная параметрическая генерация света на $\lambda = 1,5$ и 2 мкм с накачкой излучением лазеров на АИГ:Nd // Квант. электрон. 2002. Т. 32. № 3. С. 225–228.