

ПРЕЛОМЛЕНИЕ ПРЕДЕЛЬНО КОРОТКИХ ИМПУЛЬСОВ В ТОНКОЙ ПЛЕНКЕ МЕТАМАТЕРИАЛА, ПОГРУЖЕННОЙ В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКУЮ СРЕДУ

© 2008 г. С. О. Елютин, канд. физ.-мат. наук; С. С. Оженко; А. И. Маймистов, доктор физ.-мат. наук
 Московский инженерно-физический институт, Москва
 E-mail: soelyutin@email.mephi.ru

Рассмотрены преломление и отражение электромагнитного предельно короткого импульса на границе раздела двух диэлектриков, на которой расположена тонкая пленка метаматериала. Оптические свойства пленки описываются на основе модели двух сортов осцилляторов, один из которых отвечает линейному отклику на магнитное поле импульса, другой – нелинейному отклику на электрическое поле. Численный анализ показывает возможность возникновения осцилляторного электромагнитного эха в неоднородном ансамбле метаатомов. Наблюдаемые когерентные эффекты могут быть использованы для исследования оптических свойств пленок метаматериалов.

Коды OCIS: 190.4350, 240.0310, 310.6860, 350.3618.

Поступила в редакцию 05.05.2008.

Введение

В настоящее время создание искусственных материалов с необычными электродинамическими свойствами вызывает огромный интерес специалистов в области физики конденсированного состояния, оптики композитных сред и лазерной физики (см. обзоры [1–6]). Чтобы подчеркнуть “рукотворное” происхождение таких сред, их стали называть метаматериалами. Подобно тому, как обычные среды составлены из атомов (или молекул), метаматериалы образованы из элементарных структурных единиц, размеры которых порядка сотен и тысяч нанометров. В настоящее время много усилий затрачивается на создание метаматериалов для оптического диапазона [7–9], и уже созданы среды с отрицательным преломлением в инфракрасном диапазоне [10, 11]. Есть ряд обстоятельств, которые следует отметить. Все образцы таких сред изготовлены в виде тонких пленок [12–14]. Конструктивное разнообразие элементарных структурных единиц затрудняет создание универсальной теории оптических линейных и нелинейных явлений в метаматериалах, приходится строить модель эффективной среды, свойства которой меняются от образца к образцу [15]. Однако можно надеяться, что наиболее общие свойства метаматериалов удастся описать в рамках простых обобщений модели Лоренца.

В настоящей работе рассмотрены преломление и отражение предельно короткого импульса (ПКИ) электромагнитного излучения (импульса, имеющего одно или несколько колебаний электромагнитного поля) на нелинейной границе раздела диэлектрических сред. Если толщина пленки меньше длины об-

ласти, занимаемой ПКИ в пространстве, то огибающие импульсов отраженной и преломленной волн связаны с падающей волной условиями непрерывности. Эволюцию поляризации и намагниченности пленки можно определить, задав модель метаматериала. Здесь используется модель осцилляторов для поляризации и намагниченности [16, 17], учитывающая нелинейный отклик метаматериала [18]. В численных расчетах было показано, что под действием коротких импульсов электромагнитного излучения формируются когерентные отклики типа оптических нутаций и фотонного эха. Тем самым показано, что методы когерентной спектроскопии можно использовать для исследования оптических свойств метаматериалов такого сорта.

Описание модели

При описании нелинейного отклика пленки используется феноменологическая модель осцилляторов для поляризации и намагниченности. Объединяя уравнения, описывающие поляризацию и намагниченность с граничными условиями на поверхности раздела двух сред (плоскость yz), между которыми находится пленка, можно получить полную систему уравнений, описывающих преломление электромагнитной волны. Здесь ограничимся случаем, когда волновой вектор падающей волны перпендикулярен границе раздела сред (при этом стирается различие между волнами типа TE и TM , потому используется волновое уравнение для TE -волн) и длительность импульсов меньше всех времен релаксации.

Для определения поляризации и намагниченности материала, из которого образована тонкая плен-

ка, выбирается модель, основанная на предположении, что линейный отклик метаматериала может быть описан эффективными электрической и магнитной проницаемостями [16, 17] $\varepsilon(\omega) = 1 - \omega_p^2/\omega^2$ и $\mu(\omega) = 1 + \beta_m \omega^2/(\omega_T^2 - \omega^2)$. Этим величинам соответствуют уравнения движения для поляризации $P_y(t)$ и намагниченности $M_z(t)$

$$\frac{\partial^2 P_y}{\partial t^2} = \frac{\omega_p^2}{4\pi} E_y, \quad \frac{\partial^2 M_z}{\partial t^2} + \Omega_T^2 M_z = -\frac{\beta_m}{4\pi} \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}, \quad (1)$$

в которых ω_p – плазменная частота, Ω_T – частота Томсона, β_m – параметр, определяющий ЭДС индукции магнитных осцилляторов [19, 20]. Согласно работе [18] можно учесть поглощение и нелинейность отклика, записав для объемной поляризации и намагниченности материала тонкой пленки уравнения

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 P_y}{\partial t^2} + \Omega_d^2 P_y + \Gamma_e \frac{\partial P_y}{\partial t} + \alpha P_y^3 &= \frac{\omega_p^2}{4\pi} E_y, \\ \frac{\partial^2 M_z}{\partial t^2} + \Omega_T^2 M_z + \Gamma_m \frac{\partial M_z}{\partial t} &= -\frac{\beta_m}{4\pi} \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}, \end{aligned} \quad (2)$$

где Ω_d – частота размерного квантования наночастиц, α – коэффициент нелинейности. Потери, связанные с затуханием плазменных колебаний и омическим сопротивлением в контурах, учитываются параметрами Γ_e и Γ_m . Предполагается, что длительность электромагнитных импульсов значительно короче характерного времени затухания плазменных колебаний, тогда диссипативными слагаемыми в (2) можно пренебречь. Напряженности электрического поля E_y и магнитного поля H_z , которые входят в уравнениях (1) и (2), являются напряженностями полей внутри пленки.

Отвечающие данной модели диэлектрическая и магнитная проницаемости в линейном пределе даются выражениями

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \omega_p^2/(\Omega_d^2 - \omega^2), \quad \mu(\omega) = 1 + \beta_m \omega^2/(\Omega_T^2 - \omega^2).$$

Определяемые отсюда нули показателя преломления достигаются при частотах $\omega_1^2 = \omega_p^2 + \Omega_d^2$ и $\omega_2^2 = \Omega_T^2(1 - \beta_m)$. Отрицательное преломление следует ожидать в полосе частот $\max\{\Omega_d, \omega_T\} < \omega < \min\{\omega_1, \omega_2\}$.

Говоря о предельно коротких электромагнитных импульсах, следует различать два вида таких ПКИ. Существуют ПКИ без несущей волны, в которых напряженность электрического поля, в частном случае гауссова импульса, можно представить формулой $E(x, t) = E_0 \exp\{-(t \pm x/c)^2/2t_p^2\}$, где t_p – длительность такого импульса. Его фурье-спектр (при $x = 0$) $E(0, \omega) = E_0 t_p \exp\{-t_p^2 \omega^2/2\}$ локализован около $\omega = 0$

и имеет ширину на полувысоте $\Delta\omega = 2\sqrt{2 \ln 2} t_p^{-1}$. Иногда такой импульс называют видеоимпульсом или униполярным импульсом. ПКИ другого вида можно представить себе как импульс квазигармонического излучения, сжатый с помощью специальных устройств до длительности порядка периода колебаний электромагнитного поля исходного сигнала. Его временную форму (в гауссовом приближении) можно представить как

$$E(x, t) =$$

$$= E_0 \exp\{-(t \pm x/c)^2/2t_p^2\} \exp\{-i\omega_0 t + ik_0 x\} + c.c.,$$

где c – скорость света, ω_0 – частота несущей волны и $k_0 = \omega_0/c$, $c.c.$ означает комплексно сопряженную величину. При этом $t_p \omega_0 \approx 1$. Фурье-спектр такого импульса – пульсона – определяется формулой

$$\begin{aligned} E(x=0, \omega) &= E_0 t_p \exp\{-t_p^2(\omega - \omega_0)^2/2\} + \\ &+ E_0 t_p \exp\{-t_p^2(\omega + \omega_0)^2/2\}. \end{aligned}$$

Ширина на полувысоте у пульсона такая же, как и у видеоимпульса, но спектральные компоненты сдвинуты на величину частоты несущей волны. Изменяя ω_0 , можно перемещать этот ПКИ из спектральной области, в которой метаматериал характеризуется положительным показателем преломления, в область отрицательного преломления. Это позволяет сравнивать оптические свойства среды на частотах, где среда проявляет либо положительное, либо отрицательное преломление.

Пусть плоская волна падает по нормали на границу раздела со стороны $x < 0$. Для простоты будем предполагать, что диэлектрические среды не обладают дисперсией. В этом случае можно записать решение уравнений Максвелла для касательного компонента электрического поля $E_y(x, t)$ в виде

$$E_y(x, t) = \begin{cases} f_a(t - x/V_a) + g_a(t + x/V_a), & x < 0 \\ f_b(t - x/V_b), & x > 0 \end{cases}. \quad (3)$$

Здесь V_a – групповая скорость распространения “уединенной” волны (импульса) в среде при $x < 0$, V_b – групповая скорость распространения импульса в среде при $x > 0$. Функции f_a, f_b и g_a описывают импульсы падающей, отраженной и преломленных волн соответственно. Благодаря отсутствию дисперсии в этих средах групповые скорости являются постоянными величинами, характеризующими среды. С помощью уравнения $\partial E_y/\partial x = -c^{-1} \partial H_z/\partial t$ можно найти

$$\begin{aligned} H_z(x, t) &= \\ &= \begin{cases} (c/V_a)[f_a(t - x/V_a) - g_a(t + x/V_a)], & x < 0 \\ (c/V_b)f_b(t - x/V_b), & x > 0 \end{cases}. \end{aligned} \quad (4)$$

Условия непрерывности электрического и магнитного полей

$$\begin{aligned} E_y(0-) - E_y(0+) &= \frac{4\pi}{c} \frac{\partial}{\partial t} M_z^{(s)}, \\ H_z(0-) - H_z(0+) &= + \frac{4\pi}{c} \frac{\partial}{\partial t} P_y^{(s)} \end{aligned} \quad (5)$$

дают соотношения, обобщающие формулы Френеля на рассматриваемый случай в общем случае негармонических волн

$$\begin{aligned} E_{tr}(t) &= \frac{2V_b}{V_a + V_b} E_{in}(t) - \frac{4\pi V_b}{c(V_a + V_b)} \times \\ &\times \left(\frac{\partial}{\partial t} M_z^{(s)}(t) + \frac{V_a}{c} \frac{\partial}{\partial t} P_y^{(s)}(t) \right), \\ E_{ref}(t) &= \frac{V_b - V_a}{V_a + V_b} E_{in}(t) + \frac{4\pi V_a}{c(V_a + V_b)} \times \\ &\times \left(\frac{\partial}{\partial t} M_z^{(s)}(t) - \frac{V_b}{c} \frac{\partial}{\partial t} P_y^{(s)}(t) \right). \end{aligned} \quad (6)$$

В уравнения (6) входят поверхностные поляризация и намагниченность тонкой пленки, тогда как в уравнениях (1) или (2) соответствующие переменные суть объемные поляризация и намагниченность. Эти величины связаны между собой соотношениями $P_y^{(s)}(t) = P_y(t)l_f$ и $M_z^{(s)}(t) = M_z(t)l_f$, где l_f – толщина пленки. Здесь $E_{in}(t) = f_a(t)$ – напряженность электрического поля заданной падающей электромагнитной волны при $x = 0-$, $g_a(t) = E_{ref}(t)$ и $f_b(t) = E_{tr}(t)$ – напряженности преломленной (при $x = 0+$) и отраженной (при $x = 0-$) волн.

Соотношения (5) показывают, что из-за намагниченности и поляризуемости тонкой пленки напряженности электрических и магнитных полей различны по разные стороны пленки. Для определения поляризации и намагниченности необходимо знать поле внутри пленки, что можно рассчитать по формулам

$$\begin{aligned} E_{y,z}(x=0) &= E_{y,z}(x=0-) + \\ &+ 0,5[E_{y,z}(x=0+) - E_{y,z}(x=0-)] = \\ &= 0,5[E_{y,z}(x=0+) + E_{y,z}(x=0-)], \\ H_{y,z}(x=0) &= H_{y,z}(x=0-) + \\ &+ 0,5[H_{y,z}(x=0+) - H_{y,z}(x=0-)] = \\ &= 0,5[H_{y,z}(x=0+) + H_{y,z}(x=0-)]. \end{aligned} \quad (7)$$

Отсюда для напряженностей полей внутри пленки следуют выражения

$$E(t) = [E_{tr}(t) + E_{in}(t) + E_{ref}(t)]/2,$$

$$\begin{aligned} H(t) &= \left[(c/V_b)E_{tr}(t) + (c/V_a)(E_{in}(t) - E_{ref}(t)) \right]/2 = \\ &= \left\{ \sqrt{\varepsilon_b} E_{tr}(t) + \sqrt{\varepsilon_a} E_{in}(t) - \sqrt{\varepsilon_a} E_{ref}(t) \right\}/2, \end{aligned}$$

где индексы y и z опущены.

Для численного исследования преломления ПКИ на нелинейной границе раздела удобно перейти к безразмерным переменным и исключить напряженность магнитного поля из второго уравнения в (2).

Пусть нормированные переменные определены соотношениями $e_{tr} = E_{tr}/E_0$, $e_{in} = E_{in}/E_0$, $q = 4\pi P_y/E_0$, $m = 4\pi n_1 M_z/E_0$ и $\tau = \omega_p t$. Уравнения в безразмерных переменных, полученные из (2) и (6), имеют вид

$$\begin{aligned} e_{tr}(t) &= F_0 e_{in}(t) - g \frac{\partial}{\partial \tau} (\langle q \rangle_d + \langle m \rangle_T), \\ e_{ref}(t) &= R_0 e_{in}(t) - g \frac{\partial}{\partial \tau} (\langle q \rangle_d - n_{12} \langle m \rangle_T), \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 q}{\partial \tau^2} + \omega_d^2(r)q + \gamma_e \frac{\partial q}{\partial \tau} + \kappa q^3 &= \frac{1}{2}(e_{tr} + e_{in} + e_{ref}), \\ \frac{\partial^2 m}{\partial \tau^2} + \omega_T^2(r)m + \gamma_m \frac{\partial m}{\partial \tau} &= \\ &= -\frac{\beta_m n_1^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \{ n_{12} e_{tr} + e_{in} - e_{ref} \}, \end{aligned} \quad (9)$$

где q и m – нормированные объемные поляризация и намагниченность материала пленки, $n_{1,2} = \sqrt{\varepsilon_{a,b}}$, $n_{12} = \sqrt{\varepsilon_b/\varepsilon_a}$, $\kappa = \alpha(E_0/4\pi\omega_p)^2$ – безразмерный параметр кубической нелинейности пленки, $\gamma_{e,m} = \Gamma_{e,m}/\omega_p$ – нормированные коэффициенты потерь. Нормированные частоты собственных колебаний электрического и магнитного осцилляторов определены формулами $\omega_d^2(r) = \Omega_d^2(r)/\omega_p^2$ и $\omega_T^2(r) = \Omega_T^2(r)/\omega_p^2$. Константа связи g и коэффициенты преломления F_0 и отражения R_0 , зависящие от показателей преломления окружающих пленку сред, определены выражениями

$$g = \frac{l_f \omega_p}{c(\sqrt{\varepsilon_a} + \sqrt{\varepsilon_b})}, \quad F_0 = \frac{2\sqrt{\varepsilon_b}}{\sqrt{\varepsilon_a} + \sqrt{\varepsilon_b}}, \quad R_0 = \frac{\sqrt{\varepsilon_b} - \sqrt{\varepsilon_a}}{\sqrt{\varepsilon_a} + \sqrt{\varepsilon_b}}.$$

E_0 – некоторое значение напряженности поля, на которое проводится нормировка, и в качестве которого можно взять амплитуду падающего импульса.

В (8) уголки скобки $\langle \rangle_d$, $\langle \rangle_T$ обозначают усреднение по частотам размерного квантования для ансамблей наночастиц и наноконтуров соответственно. Частоты размерного квантования для ос-

цилляторов $\omega_d(r)$ и контуров $\omega_T(r)$ являются функциями от их нормированного на единицу размера r , что можно представить в виде $\omega_d(r) = \bar{\omega}_d d(r)$ и $\omega_T(r) = \bar{\omega}_T T(r)$. Параметры $\bar{\omega}_d$ и $\bar{\omega}_T$ отвечают нормированным значениям частот в описываемых распределениях. Специфичная форма функций $d(r)$ и $T(r)$ определяется свойствами метаматериала. В настоящем исследовании использовались распределения $d(r) = T(r) = \exp[-(r-1)]$.

Результаты численного моделирования

Системы уравнений (8), (9) относительно величин $e_{tr}(t)$, $e_{ref}(t)$ решались численно с помощью итерационной процедуры “прогноз-коррекция” при заданном поле падающего импульса $e_{in}(t)$. При этом имелась определенная трудность, связанная с тем, что поляризация и намагниченность отдельных метаатомов определяются полями, которые в свою очередь зависят от поляризации и намагниченности, полученной в результате усреднения по ансамблю всех метаатомов. Проблема преодолевается с помощью дополнительной итерационной процедуры вычисления полей преломленной и отраженной волн. При этом в роли начальных приближенных значений полей брались значения, полученные по формулам Френеля, отвечающие случаю границы раздела без тонкой пленки. После достижения требуемой точности процесс итераций завершился.

Надо подчеркнуть, что наблюдаемые сигналы эхо-откликов имеют ту же природу, что и известное осцилляторное (плазменное) эхо [21, 22], так как и в нашем случае оно формировалось ансамблем электрических (плазменных) осцилляторов. Магнитные осцилляторы дают дополнительный вклад в генерируемые сигналы и приводят к его усилению при выполнении резонансных условий.

Осцилляторное эхо возникает в форме эквидистантной цепочки сигналов в моменты после двукратного возбуждения нелинейной системы ПКИ (рис. 1). Графики на рис. 1 показывают, что эффект осцилляторного эха полностью исчезает, если безразмерный параметр кубической нелинейности пленки κ положить равным нулю (рис. 1). На вставке (рис. 1в) показаны формфактор неоднородно уширенного ансамбля метаатомов и зависимость нормированной частоты размерного квантования ω_d от r – нормированного размера метаатомов (наночастиц, наноконтуров, нанопроволочек).

Облучение тонкой пленки пульсами позволяет, меняя частоту несущей волны ω_0 , возбуждать различные спектральные области исследуемой системы метаатомов. При этом необходимо выдержать условие $t_p \omega_0 \approx \pi^2/2$, которое означает, что сдвиг частоты спектра пульсона должен сопровождаться изменением полной длительности пульсона.

Расчеты показали, что эффект осцилляторного эха в ансамбле метаатомов усиливается, когда час-

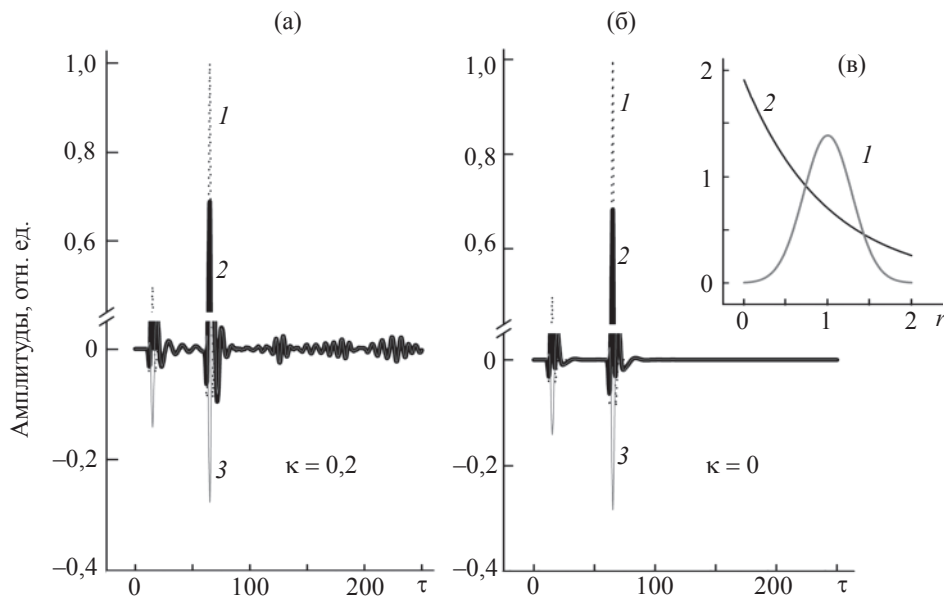


Рис. 1. Эффект осцилляторного эха в тонкой пленке из метаматериала при $\kappa = 0,2$ (а) и $\kappa = 0$ (б). 1 – e_{in} , 2 – e_{tr} , 3 – e_{ref} . $\omega_0 = 0,8$, $\bar{\omega}_d = 0,7$, $\bar{\omega}_T = 0,9$, $\omega_a = 1,22$, $\omega_b = 1,01$, $\delta_{puls} = \omega_p t_p^2, 0$; в в – зависимости от r формфактора (1) и нормированной частоты размерного квантования ω_d (2). Остальные пояснения см. в тексте.

тота пульсона попадает в область отрицательного показателя преломления (ОПП). Этот случай иллюстрируется на рис. 2. Эхо генерировалось парой пульсонов с несущей частотой, лежащей в границах области ОПП, ω_a и ω_b , определенных формулами $\omega_a^2 = 1 + \bar{\omega}_d^2$, $\omega_b^2 = \bar{\omega}_r^2(1 - \beta_m)^{-1}$. На вставке (рис. 2б) показано поведение эффективных диэлектрической $\epsilon(\omega)$ и магнитной $\mu(\omega)$ проницаемостей и эффективного показателя преломления $n_f(\omega)$. Темная точка указывает положение частоты несущей волны пульсонов в области ОПП.

Рисунок 3 показывает, как меняется форма преломленного (а) и отраженного (б) ПКИ в зависимости от частоты ω_0 . Около электродипольного и магнитодипольного резонансов возникает нутационное поведение напряженности электрических полей. Это очевидное проявление когерентного характера взаимодействия ПКИ с метаатомами тонкой пленки. На рис. 3в показаны зависимости коэффициентов отражения и пропускания ПКИ, иллюстрирующие перераспределение энергии между отраженным и прошедшим ПКИ в зависимости от частоты пульсона. Коэффициенты пропускания и отражения определены формулами

$$F = n_{12} \int_{-\infty}^{\infty} e_{tr}^2(\tau) d\tau \Big/ \int_{-\infty}^{\infty} e_{in}^2(\tau) d\tau,$$

$$R = \int_{-\infty}^{\infty} e_{ref}^2(\tau) d\tau \Big/ \int_{-\infty}^{\infty} e_{in}^2(\tau) d\tau.$$

В представленных здесь результатах расчетов использовались следующие параметры тонкой пленки: $n_{12} = 1,5$, $\beta_m = 0,2$, $g = 0,15$, $\gamma_{e,m} = 0,01$, $\kappa = 0,2$.

Заключение

Настоящая работа посвящена изучению электромагнитных свойств искусственно созданных композитных материалов, получивших название метаматериалы. Представлена наиболее простая модель, описывающая прохождение электромагнитных волн через тонкую пленку метаматериала. При этом для описания отклика метаматериала использовалась обобщенная на нелинейный случай модель Лоренца, представляющая тонкую пленку метаматериала как набор из множества электрических и магнитных осцилляторов, имеющих различные частоты

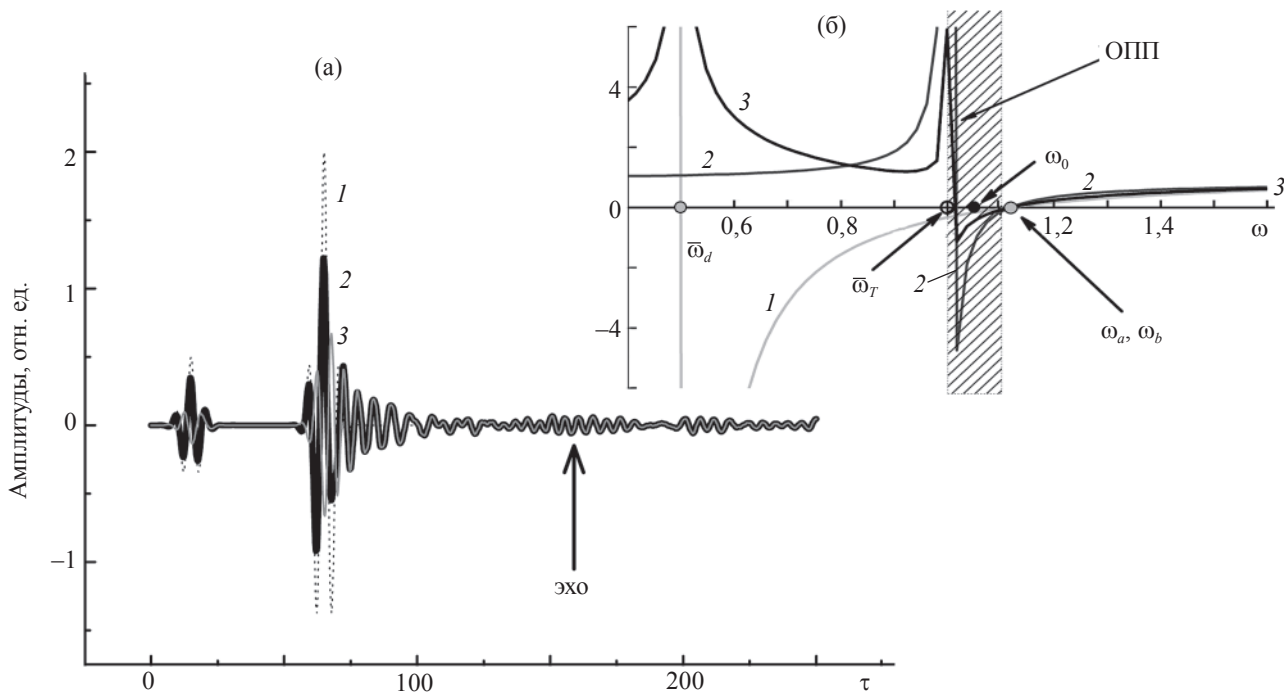


Рис. 2. а – эффект осцилляторного эха в тонкой пленке из метаматериала, характеризуемой спектральными параметрами $\bar{\omega}_d = 0,5$, $\bar{\omega}_r = 1,0$, $\omega_a = 1,12$, $\omega_b = 1,12$, облучаемой парой пульсонов с несущей (нормированной) частотой $\omega_0 = 1,05$, $\delta_{puls} = 4,77$. 1 – e_{in} , 2 – e_{tr} , 3 – e_{ref} ; б – зависимости от ω эффективных диэлектрической $\epsilon(\omega)$ и магнитной $\mu(\omega)$ проницаемостей и эффективного показателя преломления $n_f(\omega)$ (1, 2 и 3 соответственно).

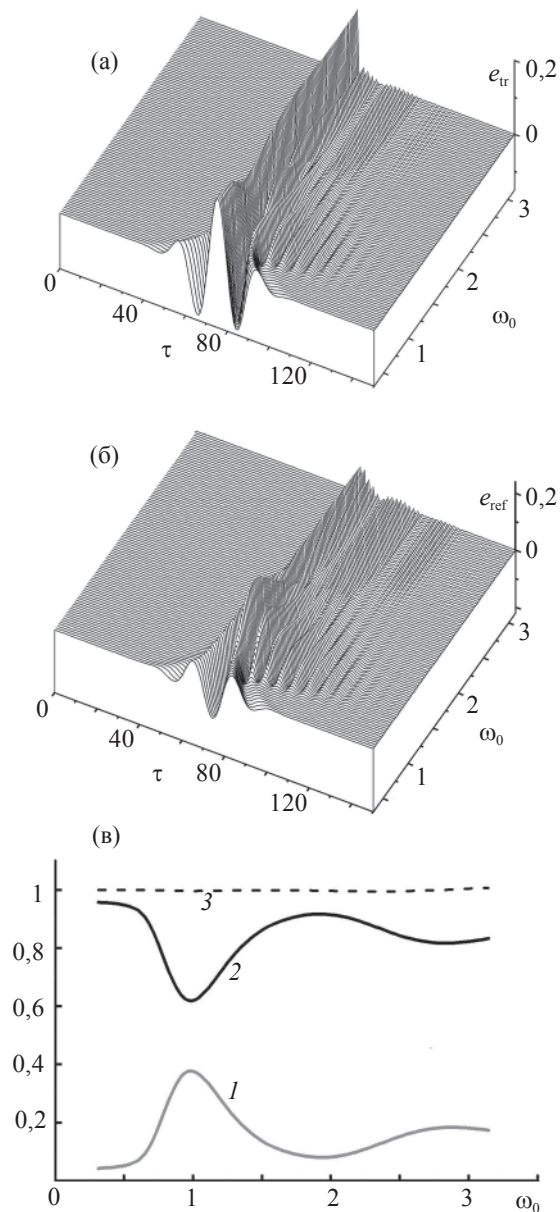


Рис. 3. Изменение временного профиля преломленного (а) и отраженного (б) ПКИ в зависимости от частоты пульсаций ω_0 в тонкой пленке из метаматериала, характеризуемой спектральными параметрами $\bar{\omega}_d = 1,0$, $\bar{\omega}_r = 3,0$, $\omega_a = 1,22$, $\omega_b = 1,01$; в – зависимости коэффициентов отражения R (1) и пропускания F (2) от частоты ω_0 , 3 – $R + F$.

размерного квантования. На основе этой модели рассмотрены отражение и прохождение импульсов произвольной длительности, в том числе предельно коротких импульсов, через тонкую пленку метаматериала, что позволяет рассмотреть самый широкий круг оптических эффектов. С помощью численного моделирования продемонстрирована генерация когерентных откликов типа фотонного эха в системе линейных и нелинейных осцилляторов,

связанных через общее поле возбуждающих импульсов. Найдено, что характеристики когерентных откликов различны для частотных областей положительного и отрицательного преломления. Следовательно, изучение свойств таких сигналов позволяет в какой-то степени судить о параметрах структурных элементов, составляющих метаматериал.

Таким образом, представленные в работе результаты открывают широкие возможности для исследований метаматериалов.

Нам доставляет удовольствие поблагодарить коллег И.Р. Габитова, А.М. Башарова, Н.М. Личиницер за полезные дискуссии и замечания, касающиеся рассмотренных здесь проблем, и Департамент математики Университета Аризоны за поддержку. Работа частично поддерживалась РФФИ (грант № 06-02-16406).

ЛИТЕРАТУРА

1. Pendry J.B. Negative refraction // Contemporary Physics. 2004. V. 45. P. 191–202.
2. Ramakrishna S.A. Physics of negative refractive index materials // Rep. Prog. Phys. 2005. V. 68. P. 449–521.
3. Агранович В.М., Гартштейн Ю.Н. Пространственная дисперсия и отрицательное преломление света // УФН. 2006. Т. 176. С. 1051–1068.
4. Veselago V., Braginsky L., Shklover V., Hafner Ch. Negative Refractive Index Materials // J. Comp. and Theor. Nanoscience. 2006. V. 3. № 1. P. 1–30
5. Maimistov A.I., Gabitov I.R. Nonlinear optical effects in artificial materials // Eur. Phys. J. Special Topics. 2007. V. 147. № 1. P. 265–286.
6. Litchinitser N.M., Gabitov I.R., Maimistov A.I., Shalaev V.M. Negative Refractive Index Metamaterials in Optics // Progress in Optics / Ed. E. Wolf. 2008. V. 51. P. 1–68.
7. Shalaev V.M., Cai W., Chettiar U.K., Yuan H.-K., Sarychev A.K., Drachev V.P., Kildishev A.V. Negative index of refraction in optical metamaterials // Opt. Lett. 2005. V. 30. P. 3356–3358.
8. Drachev V.P., Cai W., Chettiar U., Yuan H.-K., Sarychev A.K., Kildishev A.V., Klimeck G., Shalaev V.M. Experimental verification of an optical negative-index material // Laser Phys. Lett. 2006. V. 3. P. 49–55.
9. Shalaev V.M., Cai W., Chettiar U., Yuan H.-K., Sarychev A.K., Drachev V. P., Kildishev A.V. Negative index of refraction in optical metamaterials // Opt. Lett. 2005. V. 30. P. 3356–3358.
10. Dolling G., Wegener M., Soukoulis C. M., Linden S. Negative-index metamaterial at 780 nm wavelength // Opt. Lett. 2007. V. 32. P. 53–55.
11. Chettiar U.K., Kildishev A.V., Yuan H.-K., Cai W., Xiao Sh., Drachev V.P., Shalaev V.M. Dual-band negative index metamaterial: double negative at 813 nm and single negative at 772 nm // Opt. Lett. 2007. V. 32. P. 1671–1673.

12. *Cai W., Chettiar U.K., Yuan H.-K., de Silva V.C., Kildishev A.V., Drachev V.P., Shalaev V.M.* Metamagnetics with rainbow colors // *Opt. Express*. 2007. V. 15. P. 3333–3341.
13. *Chettiar U.K., Kildishev A.V., Klar Th.A., Shalaev V.M.* Negative index metamaterial combining magnetic resonators with metal films // *Optics Express*. 2006. V. 14. № 17. P. 7872–7877.
14. *Lomakin V., Fainman Y., Urzhumov Y., Shvets G.* Doubly negative metamaterials in the near infrared and visible regimes based on thin film nanocomposites // *Optics Express*. 2006. V. 14. № 23. P. 11164–11177.
15. *Koschny T., Kafesaki M., Economou E.N., Soukoulis C.M.* Effective Medium Theory of Left-Handed Materials // *Phys. Rev. Lett.* 2004. V. 93. № 10. 107402.
16. *Ziolkowski R.W., Heyman E.* Wave propagation in media having negative permittivity and permeability // *Phys. Rev. B*. 2001. V. 64. № 5. P. 056625.
17. *Ziolkowski R.W.* Propagation in and scattering from a matched metamaterial having a zero index of refraction // *Phys. Rev. E*. 2004. V. 70. № 4. P. 046608.
18. *Gabitov I.R., Indik R.A., Litchinitser N.M., Maimistov A.I., Shalaev V.M., Soneson J.E.* Double-resonant optical materials with embedded metal nanostructures // *JOSA. B*. 2006. V. 23. № 3. P. 535–542.
19. *Smith D.R., Schultz S., Markos P., Soukoulis C.M.* Determination of effective permittivity and permeability of metamaterials from reflection and transmission coefficients // *Phys. Rev. B*. 2002. V. 65. № 19. P. 195104.
20. *Katsarakis N., Koschny T., Kafesaki M., Economou E.N., Soukoulis C.M.* Electric coupling to the magnetic resonance of split ring resonators // *Appl. Phys. Lett.* 2004. V. 84. № 15. P. 2943–2945.
21. *Gould R.W.* Echoes in collision-free plasma // *Phys. Lett. A*. 1967. V. 25. № 7. P. 559–560.
22. *Gould R.W., O'Neil T.M., Malmberg J.H.* Plasma Wave Echo // *Phys. Rev. Lett.* 1967. V. 19. № 5. P. 219–222.